

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية عين الدفلى :متقنة ابن خلدون ع/د-ثانوية غالمي ع/د- ثانوية احمد ملاحى المخاطرية.

دورة ماي 2018

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات ونصف

إختبار في مادة الرياضيات

على التلميذ أن يختار أحد الموضوعين التاليين

-الموضوع الأول-

التمرين الأول: (4 نقاط)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط التالية: $A(-2; 2; 1)$; $B(-1; 1; 0)$;

$C(0; 1; 2)$ و $D(6; 6; -1)$ والمستوي (P) ذو المعادلة: $(P): 2x - y - z + 3 = 0$

1. حدّد طبيعة المثلث BCD ثمّ احسب مساحته. (نأخذ ua كوحدة للمساحة)

2. أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(-2; 3; 1)$ ناظمي للمستوي (BCD) ثمّ حدّد معادلة ديكرتية له.

3. بيّن أنّ $ABCD$ رباعي وجوه ثمّ احسب حجمه. (نأخذ uv كوحدة للحجم)

4. بيّن أنّ المستوي (P) يقطع المستوي (BCD) وفق المستقيم (BC) .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

نعرف في \mathbb{C} مجموعة الأعداد المركبة المعادلة (E) ذات المجهول z التالية : $(E) z^2 - 4ie^{i\frac{\pi}{6}} = 0$

1. تحقق أن المعادلة (E) تكتب على الشكل $\left(z - 2e^{i\frac{\pi}{3}}\right)\left(z + 2e^{i\frac{\pi}{3}}\right) = 0$

2. حلّ ثمّ اكتب على الشكل الجبري حلول المعادلة (E) .

3. (o, \vec{u}, \vec{v}) معلم متعامد ومتجانس للمستوي الوحدة على المحورين 1cm , نعتبر النقط A ; B ; C و D

ذات اللواحق $z_A = 1 + i\sqrt{3}$; $z_B = -z_A$; $z_C = z_A - \bar{z}_B$ و $z_D = 4 + 2i\sqrt{3}$ على الترتيب.

أ. أحسب طولية وعمدة z_A و z_C ثمّ علم النقط A ; B ; C ؟

ب. بيّن أنّ النقطة D مرجح الجملة المثقلة: $\{(A, 1); (B, -1); (C, 1)\}$.

ج. احسب ثمّ فسر بيانيا العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_D - z_C}$. استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

4. بيّن أنّ العدد $2\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2018} - \left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{1439}$ تخييلي صرف.

5. عين (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق: $\arg(z_B z) - \arg(z_A \bar{z}) = 2k\pi / k \in \mathbb{Z}$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0; 1]$ بـ $f(x) = 2x - x^2$

1. بين أن f دالة متزايدة تماما على المجال $[0;1]$ ثم استنتج أنه إذا كان $x \in [0;1]$ فإن $f(x) \in [0;1]$.
2. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$
- أ. برهن من أجل كل عدد طبيعي n أن $0 < u_n < 1$.

ب. أثبت أن (u_n) متتالية متزايدة تماما على \mathbb{N} ثم استنتج أنها متقاربة.

3. لتكن (v_n) المتتالية المعرفة على \mathbb{N} بـ: $v_n = \ln(1-u_n)$
- أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية ثم استنتج أن $v_n = -\ln 2 \times 2^n$.

ب. اكتب u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_n u_n$.

4. احسب الجداء P_n بدلالة n : $P_n = (1-u_0) \times (1-u_1) \times \dots \times (1-u_n)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

فيما يلي المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})

I. لتكن g الدالة المعرفة على \mathbb{R} بـ:

$$g(x) = 4 \left(\frac{1-e^x}{1+e^x} \right) + \alpha x$$

الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_g) الممثل للدالة g .

1. باستعمال المعطيات المناسبة في الشكل أوجد قيمة α .

2. عيّن بيانيا إشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = 4 \left(\frac{1-e^x}{1+e^x} \right) + x$ وليكن (C_f) المنحني الممثل لها.

1. أ. احسب المقدار $f(x) + f(-x)$. ماذا يمكنك القول عن f ؟ فسّر ذلك بيانيا.

ب. احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم استنتج نهايتها عند $-\infty$.

2. بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين هما $(d): y = x + 4$ و $(d'): y = x - 4$.

3. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{(e^x - 3 + 2\sqrt{2})(e^x - 3 - 2\sqrt{2})}{(1+e^x)^2}$

ب. انشئ جدول تغيرات الدالة f . (تعطى $f(\ln(3+2\sqrt{2})) = f(1.76) = -1.07$)

4. أ. اكتب معادلة المماس (T) عند المبدأ.

ب. باستعمال الجزء I ادرس وضعيّة (C_f) بالنسبة لـ (T) . ماذا تستنتج؟

5. ارسم (d) ; (d') ; (T) و (C_f) .

6. أحسب مساحة الحيز D المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = -1$; $x = 1$ و $y = -x$.

التمرين الأول: (4 نقاط)

يحتوي كيس على 12 قرصية؛ منها ثلاثة (3) حمراء (r) تحمل الحروف $A ; F ; G$ و خمسة (5) خضراء (v) تحمل الحروف $A ; A ; B ; C ; C$ و البقية بيضاء (b) تحمل الحروف $B ; B ; C ; C$.

1. نسحب عشوائيا ثلاث قرصيات في ان واحد.
 - أ. احسب P_1 احتمال ظهور الألوان الثلاثة .
 - ب. احسب P_2 احتمال الحصول على حروف كلمة BAC .
 - ج. احسب P_3 احتمال الحصول على حروف لكلمة BAC بالوان العلم الوطني.
 - د. استنتج احتمال الحصول على الالوان الثلاثة مع العلم انها تحمل كلمة BAC .
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد مرات ظهور اللون الخضر v .
 - أ. اعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .
 - ب. احسب انحرافه المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الثاني: (5 نقاط)

فيما يلي المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس المباشر $(O; \bar{u}; \bar{v})$ نعتبر النقط A, B, C ذات اللواحق $z_A = \sqrt{3} + i, z_B = \sqrt{3} - i, z_C = 2\sqrt{3}$ على الترتيب اختر الاجابة الصحيحة مع التعليل.

$$1. \text{ الجملة } \begin{cases} z_1 z_2 = 4 \\ \bar{z}_1 + \bar{z}_2 = 2\sqrt{3} \end{cases} \text{ ذات المجهولين } z_1 \text{ و } z_2 \text{ تقبل في } \mathbb{C} \text{ حلين:}$$

1. أ. حقيقيين
ب. مترافقين
ج. متعاكسين
2. OAB هو مثلث:
أ. متقايس الاضلاع
ب. قائم
ج. متساوي الساقين.
3. الرباعي $OACB$ هو:
أ. متوازي أضلاع
ب. مربع
ج. معين
4. التحويل النقطي S الذي مركزه O و يحول A الى C هو:
أ. تشابه
ب. انسحاب
ج. دوران.
5. التحويل النقطي S' الذي يحول B الى C و يحول O الى A هو:
أ. تحاكي
ب. انسحاب
ج. دوران
6. مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق $|\bar{z} - \sqrt{3} - i| = |z - \sqrt{3} - i|$ هي:
أ. محور القطعة $[AB]$
ب. المحور الحقيقي
ج. المحور التخيلي.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

1. حل المعادلة التفاضلية $(E): y' + y \ln 2 = 0$ ؛ ثم عيّن f الحلّ الخاص لها الذي يحقق $f(0) = 1$.
2. نضع من أجل كلّ $x \in \mathbb{R}$ ؛ $f(x) = e^{-x \ln 2}$ ؛ عيّن F دالة أصلية للدالة f .
3. لتكن (u_n) المتتالية المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $u_n = \int_{n-1}^n f(x) dx$.
- أ. بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية ثمّ استنتج أنّ $u_n = -\frac{1}{2^{n+1} \ln 2}$ ثمّ ادرس تقاربها.
- ب. احسب بدلالة n المجموع $S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$.
4. نعتبر (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ $v_n = \ln(|u_n|)$.
- ✓ بيّن أنّ (v_n) هي متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأوّل.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- فيما يلي المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (o, \vec{i}, \vec{j})
- I.** دالة عددية معرفة على $[e^{-1}, +\infty[$ بـ: $g(x) = x(1 + \ln x)^2 - 8$
- أ. ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $[e^{-1}, +\infty[$.
 - ب. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[e^{-1}, +\infty[$ ثمّ تحقق أنّ $2.33 < \alpha < 2.35$.
 - ج. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[e^{-1}, +\infty[$.
- II.** f دالة عددية معرفة على $[e^{-1}, +\infty[$ بـ: $f(x) = 4 \left(\frac{1 - \ln x}{1 + \ln x} \right) + x$ وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها.
- 1- أ. احسب $\lim_{x \rightarrow e^{-1}} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسياً.
 - ب. احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثمّ بيّن أنّ يقبل مستقيماً مقارباً مائلاً (Δ) معادلته $y = x - 4$.
 - ج. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
 - 2- أ. أثبت من أجل كلّ x من $[e^{-1}, +\infty[$ أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1 + \ln x)^2}$.
 - ب. استنتج دون حساب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ثمّ فسّر النتيجة بيانياً.
 - ج. شكل جدول تغيرات الدالة f .
 - د. بيّن أنّ $f(\alpha) = \frac{\alpha}{2}(3 - \ln^2 \alpha)$ ثمّ عيّن حصراً لـ $f(\alpha)$ سعته 10^{-3} .
 - 3- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند 1 .
 - 4- أنشئ كلا من (Δ) ؛ (T) و (C_f) . (تعطى $f(\alpha) = 2.66$)
 - 5- ناقش بيانياً حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = 2m - \frac{m^2}{f(x)}$.