الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الشلف — **ثانوية الإخوة قوادري هني –بني ودرن–**

امتحان البكالوريا التجريبي — **دورة : ماي 2019**

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة :03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04.5 نقاط)

g الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = x - \ln(x+2)$ والممثلة بمنحنيها البياني (C_g) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (الشكل في الورقة الملحقة)

1) أحسب $g(-1)$ ، بقراءة بيانية حدد إتجاه تغير الدالة على المجال $]-2;+\infty[$

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = g(u_n)$

ا) مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل (التمثيل على الورقة الملحقة)

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -1$

ج) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما

د) استنتج أن (u_n) متقاربة وأحسب نهايتها

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} v_0 = 0 \\ v_{n+1} = \ln[(u_0+2)(u_1+2)\cdots(u_{n-1}+2)] \end{cases}$

ا) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3 - u_n$

ب) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_0+2)(u_1+2)\cdots(u_{n-1}+2)$

التمرين الثاني: (03.5 نقاط)

لمكافحة مرض الحصبة الألمانية لقح 30% من تلاميذ ثانوية ما، وكانت نتائج دراسة إحصائية على هذه الثانوية كمايلي :

إحتمال أن يكون التلميذ مصابا علما أنه ملقح هو $\frac{1}{16}$

إحتمال أن يكون ملقحا علما أنه مصاب هو $\frac{3}{14}$

يتم إختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية بطريقة عشوائية ، نرمز بـ V إلى الحادثة "التلميذ ملقح " ونرمز بـ M إلى الحادثة "التلميذ مصاب بالمرض"

1) شكل شجرة الإحتمالات المنمذجة لهذه الوضعية

2) أحسب $P(V \cap M)$ إحتمال أن يكون التلميذ ملقحا ومصابا بالمرض

3) أثبت أن $P(M) = \frac{7}{80}$ إحتمال أن يكون التلميذ مصاب بالمرض

4) أحسب $P(\overline{V} \cap M)$ إحتمال أن يكون التلميذ غير ملقح ومصاب بالمرض ثم استنتج $P_{\overline{V}}(M)$

5) أحسب $P(\overline{V} \cap \overline{M})$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B لاحقتاهما $z_A = 4 + 2i$ و $z_B = 3 - i$

1) ا) أكتب على الشكل الجبري ثم المثلثي العدد المركب : $\dfrac{z_B - z_A}{z_B}$

ب) استنتج طبيعة المثلث ABO مع التعليل

2) نعتبر التحويل النقطي r في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' والذي يحول A إلى B ويحول B إلى O

ا) بين أن العبارة المركبة للتحويل r هي : $z' = -iz + 1 + 3i$

ب) عين طبيعة التحويل r وعناصره المميزة

ج) عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل r

د) استنتج طبيعة الرباعي $ABOC$

3) عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|z - 4 - 2i| = |z|$

4) من أجل $z \neq 2 + i$ نضع : $L = \dfrac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}$

ا) بين أن $L = -i$ ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عدد حقيقي

ب) بين أن $(z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1 + (1 - x)e^{-x+2}$

1) أدرس تغيرات الدالة g

2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $g(x) \geq 0$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - 1 + xe^{-x+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$ حيث $||\vec{i}|| = 1cm$.

1) ا) أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

ب) بين أنه من أجل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$ (حيث f' مشتقة الدالة f)

ج) أدرس إتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

2) ا) أحسب $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ ثم فسر النتيجة هندسيا

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل (Δ)

ج) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب كتابة معادلته

3) ا) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0,1 < \alpha < 0,2$

ب) أحسب $f(-1)$ ثم أرسم (T) ، (Δ) و (C_f)

4) m وسيط حقيقي ، ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد حلول المعادلة : $xe^{-x+2}-1-m=0$

5) ا) بين أن الدالة $x \mapsto (-x-1)\,e^{-x+2}$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^{-x+2}$ على $\mathbb{R}$

ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=2$ و $x=3$

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04.5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(1;-1;4)$ ، $B(7;-1;-2)$ و $C(1;5;-2)$

1) ا) بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع

ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(1;1;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية ل(ABC)

2) (Δ) مستقيم معرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=-2t \\ y=-2-2t\ ;\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=-3-2t \end{cases}$

ا) بين أن (Δ) عمودي على المستوي (ABC) ثم عين إحداثيات G نقطة تقاطعهما

ب) بين أن G مركز ثقل المثلث ABC

3) (S) سطح الكرة التي مركزها G وتشمل النقطة A

ا) أكتب معادلة لسطح الكرة (S)

ب) أدرس الوضع النسبي ل (S) و (Δ) مع تحديد المجموعة $(S)\bigcap(\Delta)$

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ كمايلي : $\begin{cases} u_1=e^2 \\ u_{n+1}=e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n} \end{cases}$

1) برهن أن من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n>\frac{1}{e}$

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\frac{u_{n+1}}{u_n}<1$ ثم استنتج إتجاه تغير (u_n)

3) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم nبـ : $v_n=\frac{1}{2}+\ln\sqrt{u_n}$

ا) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{1}{1+\ln u_1}+\frac{1}{1+\ln u_2}+\cdots+\frac{1}{1+\ln u_n}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-i)(z^2+2z+2)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.
نعتبر النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب $z_A = i$ ، $z_B = 2$ و $z_C = -1-i$ $z_D = 1-2i$
ا) تحقق أن النقطة D مرجح للجملة $\{(A;1),(B;-1),(C;-1)\}$
ب) أكتب العدد المركب $\dfrac{z_D - z_A}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسي ، ثم فسر النتيجة هندسيا ، برر طبيعة الرباعي $ABCD$
ج) أكتب العدد المركب $-4+4i$ على الشكل الأسي ، ثم أحسب $(-4+4i)^{2018}$
3) من أجل كل نقطة $M(z)$ من المستوي تختلف عن B ، نرفق النقطة $M'(z')$ حيث : $z' = \dfrac{iz-4+2i}{z-2}$
ا) تحقق أن $z' - i = \dfrac{-4+4i}{z-2}$
ب) بين أن $AM'.BM = 4\sqrt{2}$ و $\left(\vec{u},\overrightarrow{AM'}\right) + \left(\vec{u},\overrightarrow{BM}\right) = \dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$
4) (Γ) هي مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $Arg(z'-i) = \dfrac{\pi}{4}$
ا) تحقق ان النقطة E ذات اللاحقة $z_E = 2+i$ تنتمي إلى (Γ)
ب) عين طبيعة المجموعة (Γ)

التمرين الرابع: (06 نقاط)

لتكن f دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = \dfrac{2x}{x+1} - \ln(x+1)$.
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. (وحدة الطول $2cm$)
1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$
2) ا) بين أنه من أجل عدد حقيقي x من $]-1;\infty[$: $f'(x) = \dfrac{1-x}{(x+1)^2}$ (حيث f' مشتقة الدالة f)
ب) أدرس إتجاه تغير الدالة f على $]-1;\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها
3) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
4) ا) بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياها
ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3,9 < \alpha < 4$
ج) أرسم (T) و المنحني (C_f)
5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x - 3m$
6) F دالة معرفة على $]-1;\infty[$ بـ: $F(x) = (-3-x)\ln(x+1) + 3x$
ا) بين أن الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1;\infty[$
ب) لتكن $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = \alpha$
-بين أن : $A(\alpha) = 4\left(\dfrac{\alpha^2 - 3\alpha}{\alpha+1}\right) cm^2$ ثم اوجد حصرا ل $A(\alpha)$