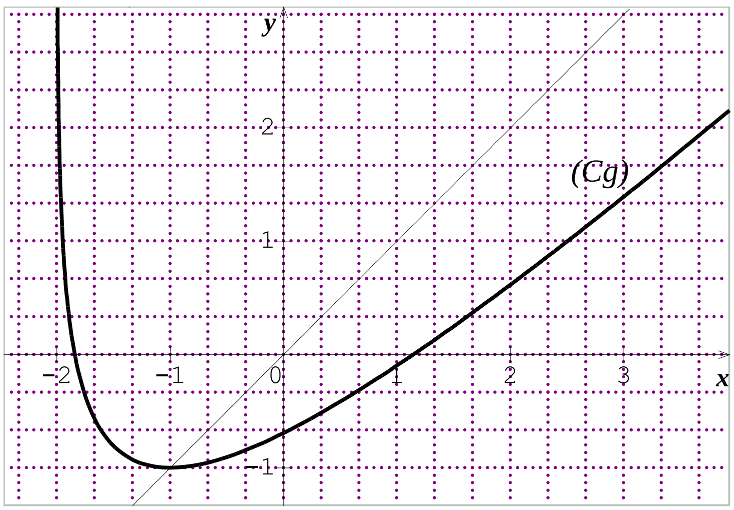
امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

الشعبة : رياضيات **المدة: 04 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول (4 ن)



المنحنى (C_g) التالي هو التمثيل البياني لدالة g معرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-ln(x+2)$

1) احسب $g(-1)$ ثم بقراءة بيانية حدد اتجاه تغير الدالة g

2) لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=g(u_n)$

أ/ باستعمال المنحنى (C_g) و المستقيم ذو المعادلة $y=x$ مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل.

ب/ بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\geq -1$

جـ/ بين ان المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة نحو نهاية يطلب تعيينها

3) (v_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_0=0$ و من اجل كل $n\geq 1$ ، $v_n=ln\left[(u_0+2)(u_1+2).....(u_{n-1}+2)\right]$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=3-u_n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}\left[(u_0+2)(u_1+2).....(u_{n-1}+2)\right]$

التمرين الثاني (6 ن)

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2=-2-2i\sqrt{3}$

2) في المستوى المركّب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B و C لواحقها على الترتيب: $z_A=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=2$

أ/ احسب طويلة و عمدة العدد المركب $\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب/ عيّن مركز و نصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC

3) (Γ) هي مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z حيث : $z=2(-1+e^{i\theta})$ مع θ عدد حقيقي

أ/ بيّن أن (Γ) هي دائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة

ب/ تحقّق ان النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ)

4) بيّن أن الدائرة (C) هي صورة الدائرة (Γ) بالدوران الذي مركزه النقطة A و يحوّل B إلى C

5) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة O ، نسبته $\sqrt{2}$ و زاويته $-\dfrac{\pi}{4}$

أ/ عين الكتابة المركبة للتشابه المباشر S

ب/ بيّن ان لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالتشابه المباشر S هي : $z_D=(\sqrt{3}-1)+i\,(\sqrt{3}+1)$

جـ/ اكتب كل من z_A و z_D على الشكل الأسي ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من العددين $\cos\frac{5\pi}{12}$ و $\sin\frac{5\pi}{12}$

6) أ/ حل في Z^2 المعادلة $5x-24y=14$

ب/ استنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $\arg\left[(z_D)^n\right]=\frac{\pi}{2}+\arg(z_A)$

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي كيس على 3 كرات خضراء تحمل الرقم 0، كرتين حمراوين تحملان الرقم 5 و كرة سوداء تحمل الرقم α (α عدد حقيقي غير معدوم يختلف عن 5 و 10)

كل الكرات متماثلة لا نميّز بينها عند اللمس. نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الكيس.

1) أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : " كل الكرات من نفس اللون " . B : " كرات الوانها مختلفة " . C : " كرتان فقط من نفس اللون "

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل نتيجة سحب مجموع الأرقام التي تحملها الكرات الثلاثة

عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$ بدلالة α

التمرين الرابع (7 ن)

I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(1-2x)e^{2x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$. (الوحدة $2cm$)

1) احسب نهايتي الدالة f عند حدود مجال تعريفها .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم ارسم جدول تغيراتها.

3) احسب $f(1)$ ثمّ ارسم المنحنى (C_f).

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x)=f(m)$

5) أ/ باستعمال المكاملة بالتجزئة اوجد دالة اصلية للدالة f و التي تنعدم عند 1

ب/ احسب بدلالة λ المساحة $S(\lambda)$ للحيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$y=0$ ، $x=\frac{1}{2}$ و $x=\lambda$ حيث $\lambda<\frac{1}{2}$ ثم احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} S(\lambda)$

II) نسمّي $f'=f^{(1)}$ ، $f''=f^{(2)}$ ، $f'''=f^{(3)}$ ، .... $f^{(n)}$ المشتقات المتتابعة للدالة f

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $f^{(n)}(x)=2^n(1-n-2x)e^{2x}$

2) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، المنحنى $(C_{f^{(n)}})$ الممثل للدالة $f^{(n)}$ حيث $f^{(n)}$ الدالة المشتقة من الرتبة n للدالة f يقبل مماسا يوازي محور الفواصل في النقطة $M_n(x_n;y_n)$

أ/ احسب بدلالة n كلا من x_n و y_n

ب/ بيّن ان المتتالية (x_n) حسابية يطلب حساب أساسها و حدها الأول ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n$

جـ/ بيّن ان المتتالية (y_n) هندسية يطلب حساب أساسها و حدها الأول ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} y_n$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4 ن)

I) عيّن قيم العدد الصحيح m حتى تقبل المعادلة $2014\alpha = 475\beta + m$ حلولا في Z^2

II) نعتبر في Z^2 المعادلة : $2014x - 475y = -19$ ....(1)

1) عيّن الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (1) و الذي يحقق: $y_0 - 4x_0 = 1$ ثم حل في Z^2 المعادلة (1)

2) نفرض أن x و y عددان طبيعيان حيث $(x;y)$ هو حل للمعادلة (1) بيّن أن العددين x و y أوليان فيما بينهما

3) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث $n \equiv 4[25]$ و باقي قسمة n على 106 هو 17

4) عيّن كل الثنائيات $(x;y)$ من Z^2 حلول المعادلة (1) بحيث يكون العدد $x+y$ مضاعف للعدد 10

التمرين الثاني (5 ن)

1) أ/ حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$

ب/ استنتج حلول المعادلة : $(\bar{z} + 2 + 2\sqrt{3}i)^2 - 2\bar{z} - 4\sqrt{3}i = 0$ حيث $\bar{z}$ مرافق z

2) في المستوى المركّب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب: $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ ، $z_C = -1 + i\sqrt{3}$ و $z_D = -1 + 3\sqrt{3}i$

أ/ اوجد زاوية و نسبة التشابه المباشر S الذي مركزه النقطة B و يحوّل C إلى A ثم اعط العبارة المركبة له.

ب/ عيّن احداثيي النقطة D' صورة النقطة D بالتشابه المباشر S ثم استنتج ان المثلثين BCD و BAD' متشابهان

3) نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M من المستوى ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$2z' = 2\left(-i\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}\right)z - 1$$

أ/ اكتب العدد α حيث $\alpha = -i\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6}$ على الشكل الأسي

ب/ عيّن طبيعة التحويل T محدّدا عناصره المميّزة.

4) أ/ بيّن أن (C) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z التي تحقّق: $2(z + \bar{z}) + z \times \bar{z} = 0$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

ب/ عيّن صورة الدائرة (C) بالتحويل T

التمرين الثالث (4 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ الوحدة $1cm$. نعتبر النقطة $A(\frac{-2}{3}; 2; 0)$

و المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي: $\begin{cases} x = 3t \\ y = t + 1 \\ z = -t + 1 \end{cases}$ حيث t عدد حقيقي

1) أ/ تحقّق ان النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) ثم اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (P) الذي يشمل A و يحوي (Δ)

ب/ بيّن أن $3x + y - z = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل A و يعامد (Δ)

2) m وسيط حقيقي. ليكن (P_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث:

$$mx-(m-2)y+2(m+1)z-m-4=0$$

بيّن أنه من اجل كل عدد حقيقي m فإن (P_m) مستو. ثم بيّن أن كل المستويات (P_m) تتقاطع وفق المستقيم (Δ)

2) أ/ تحقق ان المستوي (P) هو المستوي (P_0) .

ب/ عيّن قيمة الوسيط الحقيقي m التي يكون من اجلها (P_m) و (P_0) متعامدين

جـ/ استنتج احداثيات H نقطة تقاطع المستويات الثلاث (P_0) ، (P_{-4}) و (Q)

3) بيّن أن المثلث AOH قائم في النقطة H ثم اوجد احداثيات النقط M من المستقيم (Δ) حتى يكون حجم رباعي الوجوه $MAOH$ يساوي $\frac{11}{9}cm^3$

التمرين الرابع (7 ن)

I) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=2x^2-2+ln(x)$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2) احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=2x+1+\frac{1-ln(x)}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب نهايتي الدالة f عند حدود مجال تعريفها .

2) أ/ بيّن ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب/ ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) أ/ بيّن انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم ارسم جدول تغيراتها.

4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

5) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n=\int_{e^n}^{e^{n+1}}[f(x)-(2x+1)]dx$

أ/ احسب U_n بدلالة n ثم استنتج طبيعة المتتالية (U_n)

ب/ لتكن A مساحة حيّز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) ، المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلاتهما على الترتيب: $x=1$ و $x=e^2$. تحقّق ان $A=(U_0-U_1)\ ua$

6) نعتبر الدالة h المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعلاقة : $h(x)=x^2[1+\ln(x)]-3x+2$

أ/ ا بيّن انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن : $\frac{h(x)}{x}=f\left(\frac{1}{x}\right)-4$ ثم استنتج أن $h(x)\geq 0$

ب/ عين قيمةّ x بحيث يكون $h(x)=0$