الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية عين الدّفلى ثانوية احمد ملاحي المخاطرية.

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي دورة مــا ي 2019

الشعبة: تقني رياضي

إختبارفي مادة الرياضيات المدة :04 ساعات ونصف

على التلميذ أن يختار أحد الموضوعين التاليين

-الموضوع الأول-

التمرين الأول: (3.5 نقاط)

1. في أي أساس تعداد x يكون $\overline{2020}+\overline{1440}=\overline{4010}$ ؟
2. أنجز في النظام ذو الاساس 3 العملية التالية: $\begin{array}{r} 100122 \\ +\ 100002 \\ \hline \end{array}$ ثمّ استنتج أنّ $\overline{2020}+\overline{1440}=\overline{100122}+\overline{100002}$.
3. أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الأقليدية للعدد 3^n على 10 .

   ب. استنتج باقي القسمة الأقليدية للعدد $\left(260\times 9^{245}-7^{2019}\right)$ على 10.
4. أ. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv(n-1)3^{2n+1}[10]$.

   ب. عيّن قيم العدد الطبيعي ن حتى يكون : $3n\times 9^n+7^{2n+1}\equiv 0[10]$.

التمرين الثّاني: (4.5 نقاط)

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A ؛ B ؛ C؛ Dو E ذات اللواحق $z_A=2i$ ؛ $z_B=2$ ؛ $z_C=4+6i$ ؛ $z_D=-1+i$ و $z_E=-3+3i$ على الترتيب.

1. تحقق أنّ النقطة E مرجح الجملة المثقلة: $\left\{(A,9);(B,-4);(C,-1)\right\}$.
2. حدّد طبيعة المثلّث ABC ثمّ احسب مساحته S.
3. ليكن f التحويل النقطي الذي يحول A الى D و يحوّل B الى A.

   أ. اكتب العدد المركب $\dfrac{z_D-z_A}{z_A-z_B}$ على الشّكل الاسي ثمّ استنتج طبيعة التحويل f .

   ب. تحقق أنّ f يكتب من الشكل $z'=\dfrac{1}{2}iz+i$ ثمّ بيّن أنّ المثلث DAE هو صورة المثلّث ABC بالتحويل f.

   ت. استنتج طبيعة المثلث DAE ثم احسب مساحته S'.
4. لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق: $\left\|9\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MC}\right\|$ ولتكن (Γ') صورة (Γ) بالتحويل f . عيّن طبيعة (Γ) وعناصرها المميزة ثمّ استنتج طبيعة (Γ') وعناصرها المميزة.

التمرين الثالث :(5 نقاط)

ليكن k عدد حقيقي موجب تماما. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ $u_0=1$ و $u_1=k$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $u_{n+2}=\dfrac{u_{n+1}^2}{ku_n}$.

1. عبّر عن u_2؛ u_3 و u_4 بدلالة k.
2. باستعمال مجدول قمنا بحساب الحدود الاولى للمتتالية (u_n) من أجل قيمتين مختلفتين لـ k. حدّد قيمة k ثمّ خمّن رتابة المتتالية وتقاربها في كلّ حالة من الحالتين (1) و(2) في الشكل المقابل.

-(1)-

n	$u(n)$
0	1
1	0,9
2	0,9
3	1
4	1,234 567 9
5	1,693 508 8
6	2,581 174 8
7	4,371 242 2
8	8,225 263 3
9	17,196 982
10	39,949 576
11	103,116 84
12	295,736 2
13	942,403 49
14	3 336,773 8

-(2)-

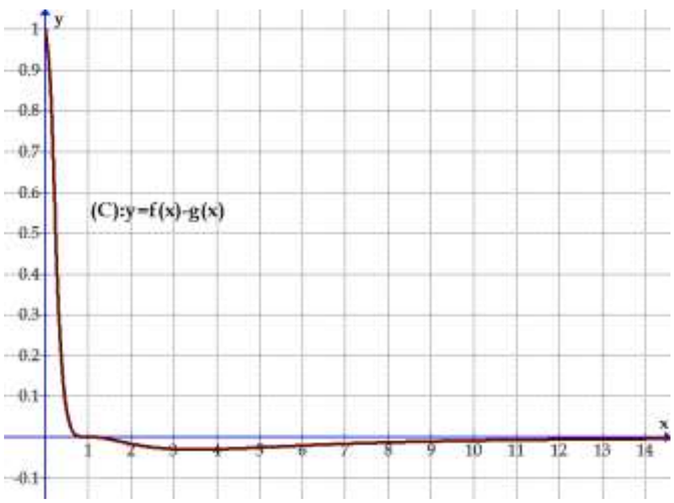
n	$u(n)$
0	1
1	2,718 281 8
2	2,718 281 8
3	1
4	0,135 335 3
5	0,006 731 9
6	0,000 123 4
7	8,315E−07
8	2,061E−09
9	1,88E−12
10	6,305E−16
11	7,781E−20
12	3,533E−24
13	5,9E−29
14	3,625E−34

في كلّ ما يأتي نأخذ $k=e$ فيكون $u_0=1$ و $u_1=e$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_{n+2}=\frac{u_{n+1}^2}{eu_n}$.

3. نعرّف من اجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) كما يلي: $v_n=\ln(u_{n+1})-\ln(u_n)$
   أ. اثبت أنّ (v_n) متتالية حسابية أساسها (-1) و يطلب تعيين حدّها الاوّل v_0.
   ب. اكتب v_n بدلالة n.
4. نعرّف من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم المتتالية (S_n) كما يلي: $S_n=v_0+v_1+v_2+...+v_{n-1}$.
   أ. بيّن من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أنّ: $S_n=\frac{n(3-n)}{2}$.
   ب. اثبت من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم أنّ: $S_n=\ln(u_n)$
5. أ. عبّر عن u_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim u_n$.
   ب. أوجد أصغر عدد طبيعي n يحقق $u_n<10^{-50}$.

التمرين الرابع : (07نقاط)

I. نسمي f و g الدّالتان المعرّفان على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=e^{-x}$ و $g(x)=\frac{1}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}$ وليكن (C_f) و (C_g) تمثيلهما البيانيين في المستوي المنسوب الى معلم متعامد $(o,\vec{i},\vec{j})$. في الشّكل المقابل قمنا برسم (C) المنحنى البياني الذي معادلته $y=f(x)-g(x)$.



باستعمال البيان عيّن حسب قيم x من $]0;+\infty[$ اشارة المقدار $f(x)-g(x)$ ثمّ استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى (C_g).

II. 1. احسب نهاية الدّالة g عند $+\infty$ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا.
2. لتكن h الدّالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $\mathrm{h(x)}=\ln[g(x)]$.
   أ. اشرح لماذا الدّالة h معرّفة على $]0;+\infty[$.
   ب. بيّن من أجل كلّ عدد حقيقي موجب تماما x أنّ: $h(x)=\frac{-1-2x\ln x}{x}$.
   ج. احسب نهاية الدّالة h عند 0 ثمّ استنتج نهاية الدّالة g عند 0.
3. بيّن من أجل كلّ عدد حقيقي موجب تماما x أنّ: $g'(x)=\frac{e^{-\frac{1}{x}}(1-2x)}{x^4}$.
4. استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.
5. تحقّق أنّ النّقطة A ذات الاحداثيات $(1;e^{-1})$ هي نقطة تقاطع (C_f) مع (C_g) .
6. ارسم (C_f) و (C_g) في نفس المعلم.(نأخذ $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=10cm$)

III. 1. بيّن من أجل كلّ عددين حقيقيين موجبين تماما a و b أنّ: $\int_a^b[f(x)-g(x)]dx=e^{-a}+e^{-\frac{1}{a}}-e^{-b}-e^{-\frac{1}{b}}$.
2. بيّن أنّ: $\lim_{a\to0}\int_a^1[f(x)-g(x)]dx=1-2e^{-1}$
3. استنتج أنّ $\lim_{b\to+\infty}\int_1^b[f(x)-g(x)]dx=\lim_{a\to0}\int_a^1[f(x)-g(x)]dx$ ثمّ فسّر هذه المساواة بيانيا.

-الموضوع الثّاني-

التمرين الاوّل:(4.5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعرّف المستويين (P_1) و (P_2): النقطة A و المستقيم (d) كما يلي: $(P_1): -2x+y+z=8$ ؛ $(P_2): 2x+5y-z=-20$ ؛ $A(-4;-2;2)$ و $(d):\begin{cases} x=5 \\ y=k \\ z=k-2 \end{cases} /k\in\mathfrak{R}$

1. بيّن أنّ الجملة: $\begin{cases} -2x+y+z=8 \\ 2x+5y-z=-20 \end{cases}$ تعبّر عن مستقيم.
2. نسمي (d') مستقيم تقاطع (P_1) و (P_2) .
   - أ. بيّن أنّ النقطة A تنتمي الى المستقيم (d').
   - ب. بيّن أنّ الشعاع المعرّف بـ$\vec{u}(1;0;2)$ هو شعاع توجيه لـ(d').
3. اكتب تمثيلا وسيطيّا للمستقيم (d').(يعطى t كوسيط)
4. أثبت أنّ المستقيمين (d)و (d') ليسا من نفس المستوي.
5. لتكن E نقطة من (d) و F نقطة من (d').
   - أ. بيّن أنّ (EF) عمودي على (d') اذا وفقط اذا كان $5t-2k=1$.
   - ب. بنفس الطريقة أوجد شرط التعامد بين (EF) و (d).(يكتب من الشّكل السابق $at+bk=c$)
   - ج. استنتج احداثيات E و F ثم استنتج المسافة بين (d)و (d').

التمرين الثّاني:(5 نقاط)

I. نعرّف في مجموعة الاعداد المركّبة $\mathbb{C}$ الجملة (S) ذات المجهولين zو z' و المعادلة (E) ذات المجهول z كما يلي:

$$(S):\begin{cases} z\times z'=18 \\ \bar{z}+\bar{z}'=6 \end{cases} \qquad (E): z^3+z^2+z+1=0$$

1. حلّ في $\mathbb{C}$ الجملة (S).
2. تحقق أنّ $z^3+z^2+z+1=(z+1)(z^2+1)$ ثم استنتج في $\mathbb{C}$ حلولا للمعادلة (E).
3. نعتبر في $\mathbb{C}$ الاعداد z_1 ؛ z_2 ؛ z_3 ؛ z_4 و z_5 المعرّفة كما يلي: $z_1=3+3i$ ؛ $z_2=\bar{z}_1$ ؛ $z_3=i$ ؛ $z_4=\bar{z}_3$ و $z_5=-1$.
   أكتب هذه الاعداد على الشكل الأسي.

II. يحتوي كيس على 12 قرّيصة لا نميّز بينها باللمس؛ منها ثلاثة(3) حمراء(R) تحمل الاعداد z_1؛ z_2 و z_5 و خمسة(5) خضراء(V) تحمل الاعداد z_1؛ z_2 z_2 ؛ z_3 ؛ z_5 و البقيّة بيضاء(B) تحمل الاعداد z_3 ؛ z_4 ؛ z_5 و z_5 .

1. نسحب عشوائيا ثلاث قريصات في ان واحد.
   - أ. احسب P_1 احتمال ظهور الألوان الثّلاثة .
   - ب. احسب P_2 احتمال الحصول على اعداد مركّبة جداؤها عدد حقيقي.
   - ج. احسب P_3 احتمال الحصول على اعداد مركّبة بالوان مختلفة و جداؤها عدد تخيّلي صرف.
2. ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحبة طويلة جداء الاعداد المركّبة المحصّل عليها.
   - أ. اعط قانون احتمال المتغيّر العشوائي X .
   - ب. احسب انحرافه المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الثّالث:(4 نقاط)

المعكوس (palindrome) هو عدد أو كلمة أو جملة لها نفس القراءة من جهتين مختلفتين

أمثلة : 1325231 ؛ توت ؛ حوت فمه مفتوح

نعتبر العدد $a=12345678987654321$.

لتكن (u_n) المتتالية المعرّفة بـ: $u_0=1$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ: $u_{n+1}=(10u_n+1)^2$.

1. أ. احسب بواقي قسمة كل حدّ من الحدود u_0؛ u_1؛ u_3؛و u_4 على 11.
ب. خمّن من أجل كل عدد طبيعي k باقي قسمة كل من u_{2k} و u_{2k+1} على 11.
2. أ. برهن من أجل كلّ عدد طبيعي n أنّ $u_{n+2}\equiv u_n\,[11]$.
ب. برهن بالتراجع من أجل كلّ عدد طبيعي k أنّ $u_{2k}\equiv 1[11]$ ثمّ استنتج أنّ u_{2k+1} مضاعف لـ11.
3. نريد تعيين عبارة الحد العام للمتتالية (u_n).
أ. برهن بالتراجع من أجل كلّ عدد طبيعي n أنّ: $u_n=(10^n+10^{n-1}+...+10^1+1)^2$.
ب. بيّن من أجل كلّ عدد طبيعي n أنّ: $u_n=\left(\frac{10^{n+1}-1}{9}\right)^2$.
4. هل العدد a هو حدّ من حدود المتتالية (u_n) ؛ استنتج باقي قسمته على 11.

التمرين الرّابع: (6.5نقاط)

I. نسمي g الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=x^4+3x^3+3x^2-1+2x\ln(x)$

1. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبلا حلا على الاقلّ α محصور بين 0.55 و 0.60.
2. اذا علمت انّ α وحيد استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II. نسمي f الدّالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+1-\frac{\ln(x)}{(x+1)^2}$ و ليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ. احسب نهايات الدّالة f عند حدود مجموعة التعريف.
ب. بيّن أنّ (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما.
2. أ. بيّن من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما أنّ: $f'(x)=\frac{g(x)}{x(x+1)^3}$.
ب. استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها.
3. بيّن أنّ $f(\alpha)=\frac{1}{2}(\alpha+1)+\frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ ثمّ اوجد حصرا لـ $f(\alpha)$ سعته 10^{-2} .
4. ادرس وضعية (C) بالنّسبة للمستقيم (D) الذي معادلته $y=x+1$
5. اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{1}{4}$.
6. ارسم (T)؛ (D) و (C).
7. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $[f(x)]^2-x^2=m(2x+m)$.