على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E_n) ذات المجهولين الصحيحين x و y التالية: $645x - 195y = 13^n - 54n - 1$ حيث n عدد طبيعي .

1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 13^n على العدد 15 ثم عين مجموعة قيم العدد n التي من اجلها تقبل المعادلة (E_n) حلولا .

2. أ– تحقق أن الثنائية $(1;3)$ حل للمعادلة (E_2) .

ب– حل المعادلة (E_2) ، ثم استنتج حلول الجملة $\begin{cases} n \equiv -6[129] \\ n \equiv 6 \quad [39] \end{cases}$.

ج – العدد الطبيعي A يكتب $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\alpha}$ في النظام ذي الأساس 6 ويكتب $\overline{\beta 0444}$ في النظام ذي الأساس 5 .

- عين العددين α و β ثم اكتب العدد الطبيعي A في النظام العشري .

د – الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

المستقيم (Δ) معرف بالجملة $\begin{cases} 3x - y - 12z = 0 \\ x - y - 90z + 2 = 0 \end{cases}$.

- بين أن إحداثيات نقط المستقيم (Δ) تحقق المعادلة (E_2)
- استنتج مجموعة النقط M من المستقيم (Δ) التي إحداثياتها أعداد صحيحة .

التمرين الثاني:(04 نقاط)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} U_0 = -4 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{5}{2}n + 2 \end{cases}$.

1) أ– احسب U_1 و U_2 .

ب– برهن انه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$: $\mathrm{U_n} \geq 0$.

جـ– استنتج انه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 2$: $\mathrm{U_n} \geq \frac{5}{2}n - \frac{1}{2}$ ، ثم عين نهاية المتتالية (U_n) .

2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = U_n + \alpha n + \beta$ حيث α و β عددان حقيقيان .

أ – عين α و β حتى تكون المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب – اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

جـ – بوضع $\alpha = -5$ و $\beta = 6$ أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$.

3) أ – نضع $W_n = 8^n \times V_n$ و $S'_n = W_0 + W_1 + \cdots + W_n$. بين أن : $S'_n = \frac{2}{3}(4^{n+1} - 1)$.

ب – تحقق أنه من أجل كل $k \in \mathbb{N}$: $4^{2k} \equiv 1[5]$ ثم استنتج قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $3S'_n$ قابلا للقسمة على 10 .

التمرين الثالث:(05 نقاط)

1. عين العددين المركبين z_1 و z_2 حيث : $\begin{cases} 2z_1 + \mathrm{i}z_2 = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3} \\ (\sqrt{3} + 2\mathrm{i})z_1 - z_2 = (1 - \sqrt{3})\mathrm{i} \end{cases}$.
2. في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين $z_A = 1 - i$ و $z_B = 2 + \sqrt{3} + i$.

أ. اكتب z_A على الشكل الأسي .

ب. بين أن : $\frac{z_B}{z_A} = (1 + \sqrt{3})e^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$ ، ثم استنتج الشكل الأسي للعدد المركب z_B .

ج. هل توجد قيم للعدد الطبيعي n حتى تكون صورة العدد $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ تنتمي الى المنصف الأول؟

3. أ. اوجد لاحقة النقطة B' صورة النقطة B بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{-\pi}{6}$.

ب. احسب مساحة الدائرة (γ) التي قطرها $[BB']$. (مقدرة بوحدة المساحة)

ج. عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $arg[(z - z_B)^2] = arg(z_B) - arg(z_{B'})$

د. عين z_C لاحقة النقطة C حتى يكون الرباعي $AB'BC$ مستطيل ، ثم اوجد z_I لاحقة مركز ثقله .

4. نضع $f = r \circ S$ (يرمز $\circ$ الى تركيب التحويلين S و r).

أ. عين العبارة المركبة للتشابه S حيث يكون f تشابه مباشر مركزه O و نسبته 2 و زاويته $\frac{\pi}{3}$.

ب. أوجد مساحة صورة الدائرة (γ) بالتشابه المباشر S (مقدر بوحدة المساحة) .

5. أ. إذا كان $S(M) = M'$ ، ما طبيعة المثلث OMM' ؟

ب. عين مجموعة النقط M من المستوي التي يكون من أجلها $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AM'} = 0$.

التمرين الرابع:(07 نقاط)

I. a و b عددان حقيقيان و h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي : $h(x)=ax+b-ln|x|$

جدول تغيرات الدالة h كالتالي :

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$h(x)$		$\nearrow$	$\Vert$	$\searrow$	$ln(2)$	$\nearrow$	

1. أحسب $h'(x)$ بدلالة a .
2. بين أن $a=2$ و $b=-1$.
3. أ. بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in\left]-\frac{1}{4};-\frac{1}{8}\right[$.

ب. بقراءة لجدول تغيرات الدالة h شكل جدول إشارة $h(x)$.

II. لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\begin{cases} x^2-\frac{1}{2}xln(x)^2 \ ; x\neq 0 \\ 0 \qquad\qquad ; x=0 \end{cases}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. ادرس استمرارية الدالة f عند 0 .
2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا .
3. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
4. أ. بين انه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x)=h(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب. شكل جدول تغيرات الدالة f .

5. بين ان المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .
6. تحقق أن : $f(\alpha)=\alpha-\alpha^2$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
7. ارسم المنحنى (C_f) .
8. أ. بإستعمال المكاملة بالتجزئة اوجد الدالة الأصلية للدالة $x\to xlnx$ على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم عند 1

ب. احسب S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=1$ و $x=2$.

9. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=f(m)$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

في ما يلي الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. لتكن (P_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقق :

$m^2x+(m+1)y+(m^2+m+1)z=(m+2)^2$ حيث m وسيط حقيقي .

1) أ. برر أن (P_m) مستو مهما كانت قيمة الوسيط الحقيقي m .

ب. بين أن كل المستويات (P_m) تشمل مستقيما ثابتا (D) يطلب إعطاء تمثيل وسيطي له .

2) نعتبر النقطة $A(0;1;-1)$ و المستقيم (Δ) الذي تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=t+1 \\ y=t+4 \\ z=-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يحوي (Δ) و يمر بالنقطة A .

3) ليكن (Q) و (R) المستويين المعرفين بالمعادلتين الديكارتيتين $x-y+2z+3=0$ وَ $2x-y+z+2=0$ على الترتيب . اثبت أن (Q) وَ (R) متقاطعان و عين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطعهما .

4) أ. اثبت أنه يوجد سطح كرة وحيد (S) مركزه $I(1;0;0)$ ويمس كلا من (Q) وَ(R) .

ب. اوجد معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) .

5) لتكن (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ التي تحقق: $x^2+y^2+z^2-2mx+4my+5m^2-6=0$ حيث $m\in\mathbb{R}$.

أ. اثبت أن (S_m) سطح كرة ، يطلب تعيين مركزه I_m و نصف قطره R .

ب. عين المحل الهندسي للنقط I_m لما m يمسح $\mathbb{R}$.

ج. ناقش حسب قيم m تقاطع (S_m) وَ (Q) .

التمرين الثاني:(04 نقاط)

كيس يحتوي على كرتين بيضاوين مرقمتين بـ 2 ، 3 و ثلاث كرات حمراء مرقمة بـ 1 ، 3 ، 3 و أربع كرات سوداء مرقمة بـ 2 ، 2 ، 3 ، 3 (الكرات لا نفرق بينها باللمس).

1) نسحب من الكيس كرتين على التوالي بدون إرجاع الكرة المسحوبة .

أ.شكل شجرة الإحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين التاليتين : ■ باعتماد الألوان ■ باعتماد الأرقام المسجلة .

ب. أحسب إحتمال وقوع الحوادث التالية :

A : "ظهور كرتين من لونين مختلفين " .

B :"ظهور رقمين فردين على الأكثر" .

C :"ظهور رقمين مجموعهما عدد أولي" .

ج. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين الظاهرين .

- عين قانون الإحتمال لهذا المتغير العشوائي و الأمل الرياضياتي ثم الإنحراف المعياري .

2) نعتبر الكيس الأول و كيس آخر يحوي كرتين بيضاوين مرقمة بـ 1 ، 1 و كرتين حمراوين مرقمة بـ 1 ، 3 و كرتين سوداوين مرقمة بـ 2 ، 2 (الكرات لا نفرق بينها باللمس) . نلقي حجر نرد غير مزيف اوجهه مرقمة من 1 الى 6 حيث عند ظهور عدد فردي نسحب كرة من الكيس الأول و عند ظهور عدد زوجي نسحب كرة من الكيس الثاني .

أ. بين أن إحتمال ظهور كرة بيضاء هو : $P(B') = \frac{5}{18}$.

ب. علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ، ما هو إحتمال أن تكون من الكيس الثاني ؟

التمرين الثالث:(05 نقاط)

I. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $\overline{z}^3 - 3\overline{z}^2 + 3\overline{z} + 7 = 0$ .... (E) ، $\overline{z}$ هو مرافق z .

أ. بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة : $(\overline{z}+1)\left(\overline{z}^2 - 4\overline{z} + 7\right)$.

ب. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

II. في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب $z_A = -1$ ، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ ، $z_C = \overline{z_B}$ ، $z_D = 3$.

أ. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا .

ب. عين طبيعة المثلث ABC .

III. أ. أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسي ، ثم إستنتج أن النقطة A صورة D بتحويل نقطي يطلب تعيينه .

ب. اوجد مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD .

IV. (Γ) مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z تحقق : $z + 1 = 2\sqrt{3}.k.e^{i\frac{\pi}{6}}$ حيث k يمسح المجال $[0;+\infty[$

- عين قيسا للزاوية الموجهة $\left(\vec{u};\overrightarrow{AB}\right)$ ، ثم استنتج مجموعة النقط (Γ) .

V. أ. عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون : $-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha\overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

ب. عين (γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\left\|-\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{DM}\right\| \leq 2\left\|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\right\|$.

ج. استنتج مجموعة نقط تقاطع (γ) وَ (Γ) .

التمرين الرابع:(07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - e + ln\left(1 + 2e^{-2(x-e)}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أ. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -x + e + ln\left(2 + e^{2(x-e)}\right)$.

ب. احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ج. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ. تبيان أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين (D) و (D') معادلتاهما: $y = x - e$ و $y = -x + ln2 + e$ عند $+\infty$ و $-\infty$ على الترتيب .

ب. ادرس وضعية المنحنى بالنسبة للمستقيمين مقاربين (D) و (D') .

ج. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $x = \frac{1}{2} ln2 + e$ هو محور تناظر للمنحنى (C_f) .

3) ارسم (Δ) ، (D) ، (D') و (C_f) .

4) ليكن (D_m) المستقيم الذي معادلته : $y = mx - m\left(e + \frac{ln2}{2}\right) + \frac{ln2}{2}$ حيث m وسيط حقيقي .

أ. بين أن جميع المستقيمات (D_m) تشمل النقطة الثابتة $A(\frac{ln2}{2} + e\ ;\ \frac{ln2}{2})$.

ب. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد نقط تقاطع المستقيم (D_m) و المنحنى (C_f) .

5) نضع: $I = \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} [f(x) - (x - e)]dx$ ، $I_n = \int_0^1 \ln(1 + X^n)dX$ ، n عدد طبيعي غير معدوم

أ. فسر هندسيا العدد I و احسب I_1 .

ب. بين أن : $0 \leq I_n \leq \ln 2$.

ت. عين اتجاه تغير المتتالية (I_n) ثم استنتج انها متقاربة .

6) باستعمال : $\ln(1 + X) \leq X$ من أجل كل $X \in]0; +\infty[$.

أ. استنتج ان : $0 \leq I + I_1 \leq \int_{\ln\sqrt{2}+e}^{\ln\sqrt{3}+e} 2e^{-2(x-e)}dx - 1 + \ln 4$.

ب. اعط حصرا للعدد $I + I_1$.

انتهى الموضوع الثاني ...تمنياتنا لكم بالتوفيق و النجاح في شهادة البكالوريا 2019 ...