الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية علي شاشو — وزارة التربية الوطنية — دورة : ماي **2019**

الشعبة : ثالثة علوم تجريبية — مديرية التربية لولاية الشلف

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: **03** سا و**30**د

على المتر شح أن يختار أحد الموضوعيين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الاول:(4ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$, نعتبر النقط $A\left(1;1;0\right)$, $B\left(0;1;2\right)$ و $C\left(2;-2;1\right)$.

1. بين أن النقط $B;A$ و C تعين مستويا .
2. تحقق أنّ $\vec{n}\left(2;1;1\right)$ شعاع ناظمي للمستوي $\left(ABC\right)$ ، استنتج معادلة ديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$
3. ليكن $\left(P\right)$مستوي تمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=2+\alpha+2\beta \\ y=1+2\alpha \\ z=1-\beta \end{cases}$ $\left(\alpha;\beta\right)\in\mathbb{R}^2$
   - أكتب معادلة ديكارتية للمستوي $\left(P\right)$
   - بيّن أنّ تقاطع المستويين $\left(ABC\right)$ و $\left(P\right)$ هو المستقيم $\left(\Delta\right)$ ، يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .
4. عيّن $\left(Q\right)$مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ من الفضاء بحيث : $\left(-\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right)=0$.
5. نفرض أنّ : $\left(Q\right): x-2z+5=0$.
   - أدرس تقاطع المستويات $\left(Q\right)$ ، $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$

التمرين الثاني: (4ن)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ النقط $I;D;C;B;A$ ذات اللواحق :

$Z_A=i$; $Z_B=\overline{Z_A}$; $Z_C=-1+\sqrt{3}i$; $Z_D=\overline{Z_C}$ ، I منتصف $\left[CD\right]$

1. مثل النقط في المعلم .
2. أكتب العدد L على الشكل الأسي ، حيث : $L=\dfrac{Z_A-Z_I}{Z_B-Z_I}$
   - استنتج طبيعة المثلث ABI .
   - عيّن المركز ω و نصف القطر r للدائرة $\left(C\right)$ المحيطة بالمثلث ABI
   - أنشئ الدائرة $\left(C\right)$
3. ليكن R دوران مركزه I و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$ ، h التحاكي الذي يحول A إلى C و يحول B إلى D .
   - عيّن العبارة المركبة لكل من R و h .
   - ما هي طبيعة التحويل hoR محددا عبارته المركبة و عناصره المميزة.
4. عيّن معادلة $\left(C'\right)$ صورة $\left(C\right)$ بالتحويل hoR مستعملا طريقتين .
5. عين المجموعة $\left(\Gamma\right)$ مجموعة النقط Mذات اللاحقة Z حيث: $z-\sqrt{3}i+1=3e^{i\theta}$ و ذالك عندما θ يمسح $\mathbb{R}$.

التمرين الثالث: (4.5 ن)

1-/ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\left]0,+\infty\right[$كما يلي : $f\left(x\right)=\dfrac{3x+2}{x+2}$

أ-/ بين ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0,+\infty[$.

2-/ (u_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة التراجعية : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 \le u_n \langle 2$.

ب- بين ان المتتالية (u_n) متزايدة.ثم استنتج انها متقاربة.

3-/أ-/ برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $2-u_{n+1} \le \frac{1}{2}(2-u_n)$.

ب-/ بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0 \langle 2-u \le \frac{2}{2^n}$.ثم استنتج نهاية u_n.

4-/ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على ℕ كما يلي : $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 1}$.

أ-/ بين ان (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول.

ب-/ اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n واحسب نهاية u_n.

5-/ احسب المجموع: $S_n = \frac{3}{u_0+1} + \frac{3}{u_1+1} + ... \frac{3}{u_n+1}$.

التمرين الرابع:(7.5ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^3 - x + 3 - 2\ln x$

1)أ) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x : $3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2+3x+2)$

ب) عين نهاية الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

2)أ)ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

ب) استنتج اشارة $g(x)$ من اجل كل $x \in]0,+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$

(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب النهايات عند اطراف المجال.

2)بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$,ثم حدد وضعية المنحنى (C) بالنسبة الى المستقيم (Δ).

3)بين انه من اجل كل x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.

4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

5)اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة $A(1,0)$.

6) ارسم كلا من (Δ),(T) و المنحنى (C).

7) m عدد حقيقي. (d_m) المستقيم حيث $y = mx - m$ معادلة له.

أ- تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي m النقطة $A(1,0)$ تنتمي الى المستقيم (d_m).

ب- ناقش حسب قيم السيط m عدد حلول المعادلة $f(x) = mx - m$.

III) 1) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين ان : $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx = 1 - \frac{2}{e}$.

2) احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x = 1$ و $x = e$.

الموضوع الثاني :

التمرين الاول:(4ن)

يحتوي كيس على 3 قريصات سوداء و 4 حمراء احدى القريصات السوداء تحمل الرقم (-1) و الاخريان تحملان الرقم (3) اما الحمراء فاثنان منها تحملان الرقم (2) و الاخريان تحملان الرقم (3).

نسحب عشوائيا من هذا الكيس قريصتين في ان واحد.

1- ما احتمال الحصول على قريصتين من نفس اللون.

2- ما احتمال الحصول على قريصتين مختلفتين اللون.

3- ما احتمال ان يكون جداء رقمي القريصتين يساوي عددا سالبا.

4- ما احتمال ان يكون مجموع رقمي القريصتين يساوي 3 .

5- ما احتمال ان يكون القريصتين المسحوبتين تحملان رقما زوجيا علما انهما حمراوتين.

6-/ نعرف x المتغيرالعشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لقريصتين مجموع الرقمين المحصل عليهما.

أ-/ ما هي قيم المتغير العشوائي x .

ب-/ اعطي قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x و احسب امله الرياضياتي .

التمرين الثاني:(4ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة على كما يلي : $u_0 = \frac{1}{4}$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$

1-/ عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون : $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n + 4}$.

2- أ) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $-2 \langle u_n \langle 1$.

ب-) ادرس اتجاه تغير المتتالية ثم استنتج انها متقاربة.

3-/ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على كما يلي : $v_n = \frac{u_n + 2}{1 - u_n}$.

أ- بين ان (v_n) متتالية هندسيةيطلب تعيين اساسها و حدها الاول.

ب- اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n واحسب نهاية u_n.

4-/ احسب المجموع S_n و الجداء π_n حيث:

$$S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{5}{v_1} + \frac{5^2}{v_2} + \dots\dots\frac{5^n}{v_n} \quad \text{و} \quad \pi_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots\dots v_n$$

التمرين الثالث :(04.5ن)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ نعتبر النقط A, B, C و D التي لواحقها على الترتيب:

$$z_A = 1 \quad , \quad z_B = 1 + 2i \quad , \quad z_C = 1 + \sqrt{3} + i \quad \text{و} \quad z_D = \overline{z_C} \ .$$

1)أ-/ اكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الاسي , ثم فسر هندسيا $arg\left(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)$.

ب-/ استنتج طبيعة المثلث ABC .

ج-/ استنتج طبيعة التحويل R الذي مركزه A و يحول النقطة B الى C يطلب تعيين عبارته المركبة.

2) حدد طبيعة الرباعي $ABCD$ ثم احسب مساحته.

3) لتكن z_K لاحقة النقطة K صورة النقطة E ذات اللاحقة $z_E = i$ بواسطة التحويل R.

- بين ان : $z_K = \sqrt{2}e^{i\left(\frac{5\pi}{12}\right)} + 1$ ثم استنتج القيمة الضبوطة لكل من العددين $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

4) اكتب العبارة المركبة للتحاكي H الذي مركزه A و نسبته -3 .

5) -أ/ اكتب العبارة المركبة للتحويل $S = RoH$ محددا طبيعته و عناصره المميزة.

ب-/ ليكن $AB'C'D'$ صورة الرباعي $ABCD$ بالتحويل S .

- بين ان مساحة الرباعي $AB'C'D'$ هي $18\sqrt{3}$(مقدرة بوحدة المساحة).

6) نسمي (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق: $|z - 2i - 1| = |\bar{z} - 1 - \sqrt{3} - i|$

- عين طبيعة المجموعة (γ).

<u>التمرين الرابع</u>:(07.5ن)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x) = 2 + (x-2)e^{-x+2}$

1) ادرس تغرات الدالة g .

2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث , $1.14 \langle \alpha \langle 1.15$

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = 2x - 1 - (x-1)e^{-x+2}$

نسمي (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب النهايات عند اطراف مجال تعريفها.

2) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3)أ) بين ان $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \frac{2}{\alpha - 2}$ ثم استنتج حصرا $f(\alpha)$.

ب) بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ).

ج) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

د) احسب $f(0)$ و $f(2)$ ثم انشئ (Δ),(T) و (C_f).

4) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $m + 1 + (x-1)e^{-x+2} = 0$

III) لتكن H الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $H(x) = (ax+b)e^{-x+2}$ حيث a و b عددان حقيقيان.

أ) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون الدالة H دالة اصلية للدالة h و المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = (x-1)e^{-x+2}$.

ب) ليكن λ عددا حقيقيا حيث $\lambda \rangle 1$ و $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتيهما : $x = 1$ و $x = \lambda$.

- احسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ ثم احسب $\lim\limits_{x \to \lambda} A(\lambda)$.

بالتوفيق في البكالوريا

<u>الموضوع الثاني</u> :