**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**وزارة التربية الوطنية** — **الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات**

**امتحان البكالوريا التجريبي** — **المقاطعة رقم 1 لولاية غرداية**

**الشعبة : علوم تجريبية** — **دورة : ماي 2019**

**اختبار في مادة : الرياضيات** — **المدة :03 سا و 30 د**

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :**

**الموضوع الأوّل :**

## التمرين الأول: (04 نقاط)

$(U_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $U_{n+1} = 5 - \dfrac{4}{U_n}$

1) أحسب $U_1$ ، $U_2$ ثم برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$: $2 \le U_n \le 4$

2) بين ان $(U_n)$ متزايدة .ثم استنتج أنها متقاربة .

3) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي $n$: $4 - U_{n+1} \le \dfrac{4 - U_n}{2}$ .

4) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي $n$: $0 \le 4 - U_n \le (\dfrac{1}{2})^{n-1}$ ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

## التمرين الثاني: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ لواحقها على الترتيب $Z_A$ ، $Z_B$ ، $Z_C$ و $Z_D$ حيث: $Z_A = i\sqrt{3}$ ، $Z_B = \overline{Z_A}$ ، $Z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ و $Z_D = \overline{Z_C}$

1) بين أن: $\left(\dfrac{1+Z_A}{2}\right)^{2019} + \left(\dfrac{1-Z_A}{2}\right)^{2019} = -2$

– عين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث: $\left(\dfrac{1+Z_A}{2}\right)^{n} - \left(\dfrac{1-Z_A}{2}\right)^{n} = 0$

2) تحقق أن: $\dfrac{Z_D - Z_B}{Z_B - Z_C} = \dfrac{Z_C - Z_A}{Z_D - Z_A}$ ثم استنتج أن النقط $A$, $B$, $C$, $D$ تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة.

3) عين طبيعة الرباعي $ABDC$ ثم احسب مساحته.

4) $f$ التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M$ ذات اللاحقة $Z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $Z'$ حيث:

$$Z' = \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}(Z - Z_A) + Z_A$$

. عين طبيعة التحويل $f$ و عناصره المميزة .

5) $(E)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $Z$ حيث: ($Z \neq Z_A$ و $Z \neq Z_B$) المعرفة بالعلاقة:

$$(E) : arg(Z^2 + 3) = arg(Z + i\sqrt{3}) + 2k\pi \text{ مع } k \in \mathbb{Z}$$

– بين أنه يمكن كتابة العلاقة للمجموعة $(E)$ على الشكل: $arg(Z - Z_A) = 2k\pi$ ثم استنتج طبيعة المجموعة $(E)$ .

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

تتكون باقة ورد من أربع وردات حمراء وثلاث وردات بيضاء ووردتين لونهما أصفر.

I) نختار عشوائيا وفي آن واحد ثلاث وردات من هذه الباقة.

ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الوردات الصفراء المختارة.

1) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي $X$.

2) أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي $X$.

II) نختار على التوالي وبدون إرجاع ثلاث وردات من هذه الباقة.

نعتبر الحادثتان التاليتان:

الحدث $A$: " اختيار ثلاث وردات من نفس اللون ".

الحدث $B$: " اختيار وردتين على الأقل لونهما أحمر ".

1) أحسب الإحتمالات التالية $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(A \cap B)$ .

2) علما أن الوردات المختارة من نفس اللون ، ما هو الاحتمال أن تكون حمراء. (الحدث $R$: اختيار ثلاث وردات حمراء)

**التمرين الرابع: (07 نقاط)**

I) يعطى في الشكل المرفق المنحنيين $(C_1)$ و $(C_2)$ لدالتين معرفتين وقابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، نعلم أن احدى هاتين الدالتين هي الدالة المشتقة للأخرى ، نرمز إليهما إذن بـ $g$ و $g'$ .

1) أرفق كل دالة منهما بتمثيلها البياني.

2) على المجال $[-\frac{3}{2};5]$ شكل جدول تغيرات الدالة $g$.

3) ماهو معامل توجيه المماس للمنحني $(C_1)$ عند النقطة ذات الفاصلة $0$.

II) لتكن المعادلة التفاضلية $(E)$: $y' + y = 2(x+1)e^{-x}$

1) بين أن الدالة $f_0$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_0(x) = (x^2+2x)e^{-x}$ حل للمعادلة $(E)$.

2) حل المعادلة التفاضلية $(E')$: $y' + y = 0$.

3) بين أن $f$ حل للمعادلة $(E)$ إذا وفقط إذا كانت الدالة $u$ حيث $u = f - f_0$ حلا للمعادلة $(E')$.

4) استنتج من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ ، عبارة $f(x)$ عندما تكون $f$ حلا للمعادلة $(E)$.

5) علما أن الدالة $g$ المعرفة في الجزء $(I)$ حلا للمعادلة $(E)$ عين $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي $x$.

6) عين الحل $h$ للمعادلة $(E)$ الذي تمثيله البياني يقبل في النقطة ذات الفاصلة $0$ مماسا معامل توجيهه معدوما.

III) $f$ هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x^2+2x+2)e^{-x}$.

1) عين نهاية $f$ عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

2) نعلم أن الدالة $f$ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، عين دالتها المشتقة وأدرس اشارتها، ثم أنجز جدول تغيراتها.

3) في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$ (وحدة الطول $2cm$) ، نسمي $(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$.

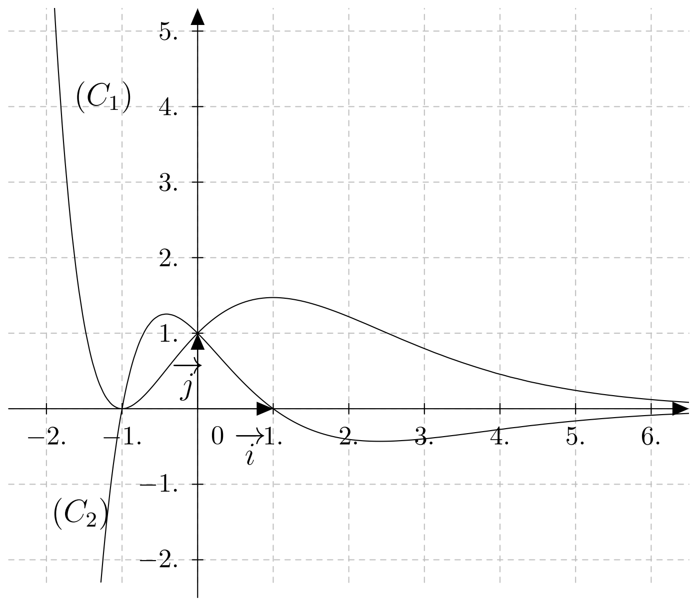
ا) عين معادلة لـ $(d)$ مماس المنحنى $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة $-1$.

ب) أنشئ المماس $(d)$ والمنحنى $(C_f)$ في المعلم $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}\right)$.

4) لتكن الدالة $F$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

ا) عين الأعداد الحقيقية $a$، $b$ و $c$ حتى تكون $F$ دالة أصلية لـ $f$ على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى $(C_f)$ وبمحور التراتيب و محور الفواصل والمستقيم ذي المعادلة $x = 1$.



## الموضوع الثّاني :

### التمرين الأول: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\right)$

$f$ الدالة المعرفة على المجال $[1, +\infty[$ بالشكل: $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$ , و ليكن $(C_f)$ المنحنى الممثل لها.

$(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y = x$ ( كما هو موضح في الشكل 1).

ولتكن $(U_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $U_0 = \dfrac{3}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $U_{n+1} = f(U_n)$

1) ا) مثل على حامل محور الفواصل الحدود $U_0$ ، $U_1$ ، $U_2$ دون حسابها مبينا خطوط الإنشاء.(الشكل 1)

ب) خمن إتجاه تغير المتتالية $(U_n)$ وتقاربها.

ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ فان $1 < U_n < 2$ .

2) أثبت ان المتتالية $(U_n)$ متزايدة تماما.ثم استنتج أنها متقاربة .

3) نعتبر المتتالية $(V_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بالشكل: $V_n = ln(U_n - 1)$

ا) بين أّن المتتالية $(V_n)$ هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول.

ب) أكتب عبارة الحد العام $(V_n)$ بدلالة $n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

4) احسب كلا من $\Pi_n$ و $S_n$ بدلالة $n$ حيث:

$$\Pi_n = (U_0 - 1)(U_1 - 1)(U_2 - 1)...(U_n - 1)$$

$$S_n = V_0^2 + V_1^2 + V_2^2 + ... + V_n^2 \text{ .}$$

### التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(Z + \sqrt{3} - 3i)(Z^2 - 6Z + 12) = 0$

2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

نعتبر النقط $A$ ، $B$ ، $C$ التي لواحقها على الترتيب. $Z_A = 3 + i\sqrt{3}$ ، $Z_B = 3 - i\sqrt{3}$ ، $Z_C = -\sqrt{3} + 3i$

ا) أكتب كلا من $Z_A$ و $Z_C$ و $\dfrac{Z_C}{Z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث $OAC$.

ب) أحسب $\left(\dfrac{Z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2019} + i\left(\dfrac{Z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1440}$

3) لتكن النقطة $D$ نظيرة $C$ بالنسبة إلى محور الفواصل ، بين أن المستقيمين $(AD)$ و $(BC)$ متعامدان.

4) عين نسبة وزاوية التشابه المباشر $S$ الذي مركزه $E(3 - \sqrt{3}, 0)$ ويحول النقطة $A$ إلى النقطة $C$.

5) بين أن النقط $A$, $E$, $O$, $C$ تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

## التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق $U_1$ على 4 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء ، و يحتوي صندوق $U_2$ على كرتين حمراوين و 5 كرات بيضاء ، و يحتوي صندوق $U_3$ على 3 كرات تحمل الرقم 1 و كرتين تحملان معا الرقم 2.

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من $U_1$، (ولا نهتم بالصندوقين $U_2$ و $U_3$ ).

ا) ما هو عدد الحالات الممكنة .

ب) ما هو احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون.

ج) ماهو احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل.

د) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة.

– حدد قانون احتمال $X$.

2) نسحب الآن كرة من $U_3$. إذا كان رقمها هو 1 نسحب كرة من $U_1$، أما إذا كان رقمها هو 2 فنسحب كرة من $U_2$.

ا) ما هو احتمال الحصول على كرة حمراء.

ب) علما أن الكرة المسحوبة حمراء ، ماهو احتمال كونها مسحوبة من $U_1$.

(نسمي الأحداث التالية الحدث $R$: الكرة المسحوبة حمراء ، الحدث $A_1$: الكرة مسحوبة من الصندوق $U_3$ وتحمل الرقم 1 ، الحدث $A_2$: الكرة مسحوبة من الصندوق $U_3$ وتحمل الرقم 2 ، الحدث $B$: الكرة مسحوبة من الصندوق $U_1$ )

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

$f$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;2\}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{3x^2-x-2}{x^2-x-2}$ وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

1) أحسب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا.

2) ا) بين أنه من أجل كل $x$ من $\mathbb{R}-\{-1;2\}$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{-2x(x+4)}{(x^2-x-2)^2}$

ب) استنتج إتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها.

3) ا) ادرس الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ و المستقيم $(\Delta)$ المقارب الأفقي له.

ب) عين نقاط تقاطع $(C_f)$ مع محوري الإحداثيات.

ج) ارسم المستقيمات المقاربة و المنحنى $(C_f)$.

د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$(3-m)x^2+(m-1)x+2(m-1)=0$$

4) ا) عين الأعداد الحقيقية $a$ ، $b$ و $c$ بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x$ يختلف عن $-1$ و 2 لدينا:

$$f(x)=a+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{x-2}$$

ب) إستنتج دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]2,+\infty[$.

5) لتكن $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات $y=3$ و $x=3$ و $x=\lambda$ حيث: $\lambda$ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]2,3[$.

ا) أحسب المساحة $S(\lambda)$ بدلالة $\lambda$.

ب) أحسب $\lim\limits_{\lambda \to 2} S(\lambda)$.

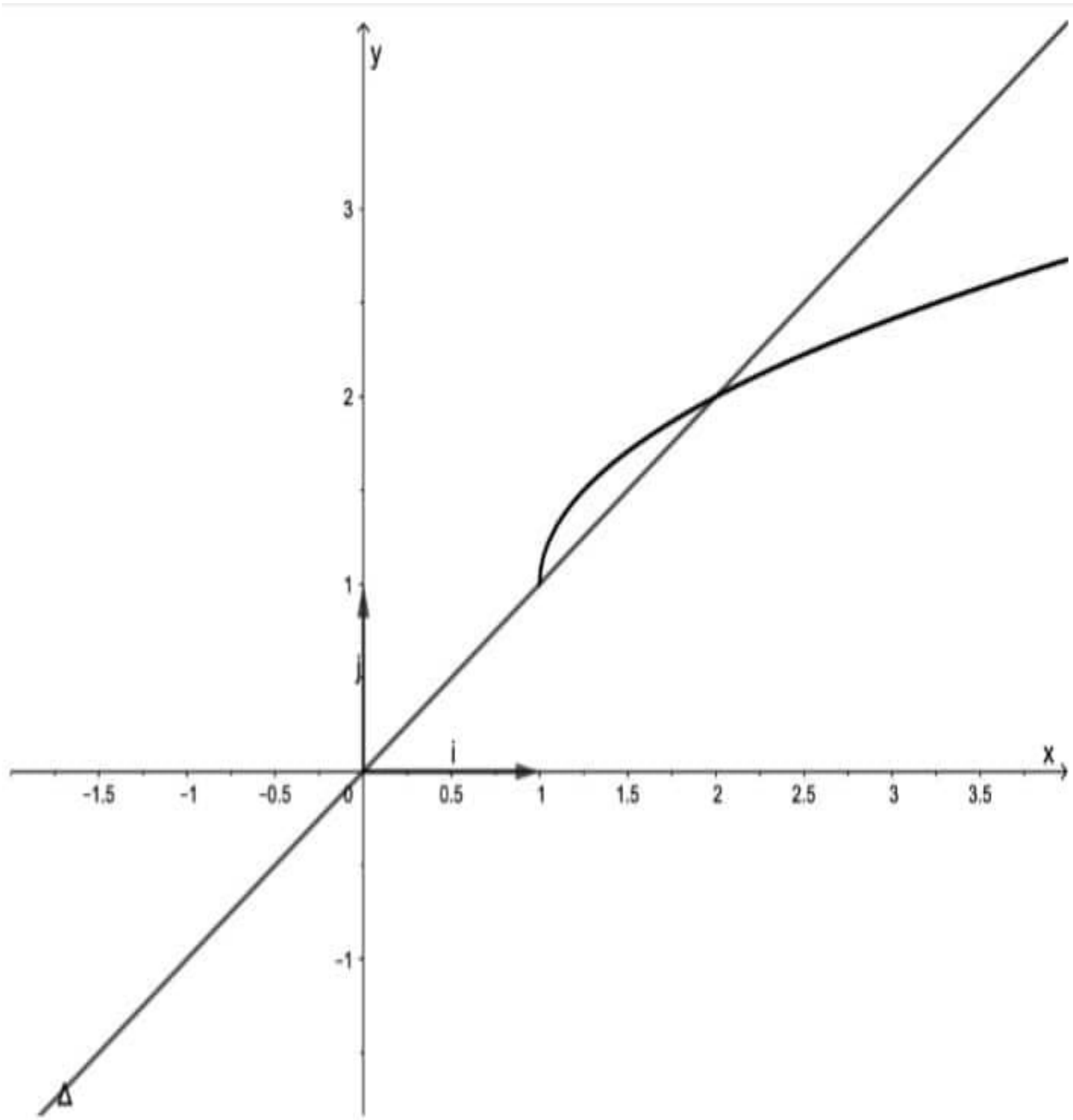
6) لتكن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ كمايلي: $g(x) = \dfrac{3x^2 - |x| - 2}{x^2 - |x| - 2}$

ا) برهن أن $g$ دالة زوجية على مجموعة تعريفها.

ب) أدرس قابلية إشتقاق الدالة $g$ عند $x_0 = 0$ وفسر النتيجة هندسيا.

7) أكتب الدالة $g$ دون رمز القيمة المطلقة. و بإستعمال المنحنى $(C_f)$ أنشئ المنحنى $(C_g)$ الممثل للدالة $g$.

الشكل-1-




الشكل-1-