الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الشهيد مرواني الجيلالي　　　امتحان بكالوريا تجريبي　　　دورة: ماي2019

الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة: الرياضيات　　　على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين　　　المدة:4سا و30د

## الموضوع الأول

### التمرين الاول :

**الجزء** $(I)$ : $N$ عدد طبيعي غير معدوم يكتب $\overline{abcca}^{5}$ **في نظام التعداد ذي الاساس** 5 و يكتب $\overline{bbab}^{8}$ **في نظام التعداد ذي الاساس** 8

**1)** بين أن : $N$ يحقق: $309a + 15c = 226b$　　　**2)** بين أن العدد 3 **قاسم للعدد** $b$

**الجزء** $(II)$ : في مايلي نأخذ $b = 3$ **أ)** بين أن : $309(a-2) = 60 - 15c$

**ب)** استنتج أن العدد 5 **قاسم للعدد** $(a-2)$ **ثم استنتج كلا من** $a$ **و** $c$ **جـ)** اكتب العدد $N$ **في نظام التعداد ذي الاساس** 10

### التمرين الثاني :

يحتويكيسعلي 10 كراتمنها 3بيضاءتحملارقام 1، 1، ~ **واربعةحمراءتحملالارقام :1،1 ،2**، ~2 **وثلاثةسوداءتحملالارقام: 2**، ~ $+1$، 1، **،كلالكراتمتماثلةعنداللمس،** ( ~ عددطبيعي فرديا **موجبتماما** )نسحبعشوائياكرتاندفعةواحدة

$I)$ **احسب : أ)** احتمالالحصولعليكرتينتحملكلمنهمارقمافرديا.

**ب)** احتمالانيكونمجموعالرقمينا**لظ**اهرينعلىالكرتينزوجيا.

$a)$ $II)$ فيمايلينأخذ : $1 = ~$.

1- **احسب** $P(A)$ **احتمالسحبكرتانمنفساللون.**
2- **احسب** $P(B)$ **احتمالسحبكرتانمنفسالرقم.**
3- **احسب** $P(A \cap B)$ هلالحادثتان $A$ **و** $B$ **مستقلتان؟**
4- احسباحتمالسحبكرتانمننفساللونعلماانهمامننفسالرقم.

$b)$ ليكنالمتغيرالعشوائي $X$ الذييرفقبكلسحبةلكرتيندفعةواحدةمجموعالرقمينالظاهرين.

- عرفقانوناحتمالالمتغيرالعشوائي $X$ ثماحسباملهالرياضياتي $E(X)$ .

### التمرين الثالث :

**1) أ) حل في** $C$ **المعادلة :** $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$ .

**ب) نضع** $z_A = 2i$ ، $z_B = -\sqrt{3} + i$ ، $z_C = -\sqrt{3} - i$ **اكتب الاعداد** $z_A$ ، $z_B$ ، $z_C$ **على الشكل الاسي** .

**جـ)** بين أن العدد $z_B^{2019}$ تخيلي صرف .

**2) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس في معلم متعامد متجانس** $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

**نعتبر النقط** $A$ ، $B$ ، $C$ التي لواحقها $z_A = 2i$ ، $z_B = -\sqrt{3} + i$ ، $z_C = -\sqrt{3} - i$ .

**أ)** احسب قيس الزاوية $\left(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB}\right)$ ثم استنتج طبيعة المثلث $OAB$ **ب) اثبت أن الرباعي** $OABC$ معين يطلب حساب مساحته.

3)أ)حدد زاوية الدوران $r$ التي مركزه $B$ ويحول $O$ الى $A$. ب)اكتب العبارة المركبة للتحاكي $h$ ذو المركز $B$ و النسبة 2 .

جـ)حدد طبيعة التحويل $S = r \circ h$ واعطعناصره المميزة .

- عين طبيعة صورة المعين $OABC$ بالتحويل $S$ ثم استنتج مساحته.
- عين مجموعة النقط ذات اللاحقة حيث : $\left(z+\sqrt{3}-i\right)\left(\overline{z}+\sqrt{3}+i\right)=4$ .

## التمرين الرابع :

$I$) لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة على $R$ بـ: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$ .

$\left(C_f\right)$ تمثيلها في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $(2cm)$.

1)أ)تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $\frac{1-e^{-x}}{e^{-x}+1}=1-\frac{2}{e^x+1}$ ب)بين أن الدالة $f$ فردية ثم احسب كلمن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ .

2)أ)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ . ب)استنتج اتجاه تغير $f$ و شكل جدول تغيراتها .

جـ)بين أنه من أجل كل $x$ من $[0;+\infty[$ لدينا : $1-\frac{2}{e^x+1}\le\frac{1}{2}x$.

3) أ)احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-1+\frac{1}{2}x\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب) استنتج أن المنحنى $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيم مقارب مائلا أخر $(\Delta)$ يطلب تعين معادلته.

4) ارسم المستقيم $(d)$ ذو المعادلة $y=1-\frac{1}{2}x$ و المستقيم $(\Delta)$ و المنحنى $\left(C_f\right)$.

5) ليكن $\alpha$ عدد حقيقي موجب تماما . أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ لدينا: $\frac{1}{e^x+1}=\frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ .

ب)احسب بال $cm^2$ مساحة الحيز $A(\alpha)$ المحدد بـ : $\left(C_f\right)$ و $(d)$ و المستقيمات التي معادلاتها : $x=0$ و $x=\alpha$ ثم احسب $A(\alpha)$ $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}$ .

$II$) نعتبر المتتالية العددية $\left(u_n\right)$ المعرفة بحدها الاول $u_0=1$ و من أجل كل $n$ من $N$ : $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$.

1)اثبت بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n \succ 0$ .

2) أ)استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1}\le\frac{1}{2}u_n$ .

ب)استنتج ان المتتالية $\left(u_n\right)$ متناقصة ، ماذ يمكن القول عن تقاربها.

3)بين أنه من أجل كل $n$ من $N$ : $u_n\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ .

انتهي الموضوع الأول.

# الموضوع الثاني

## التمرين الاول

**الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس في معلم متعامد متجانس** $(O;\vec{i},\vec{j};\vec{k})$ .

**نعتبر النقط :** $A(1;1;0)$ **و** $B(2;0;-1)$ **و** $C(0;3;-1)$ **و** $D(-1;4;0)$ .

1) **أثبت أن الرباعي** $ABCD$ **متوازي الأضلاع**
2) بين أن المعادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$ هي $3x+2y+z-5=0$ .
3) عين معادلة ديكارتية للمستوي $(Q)$ الذي يحوي المستقيم $(AB)$ و يُعامد المستوي $(ABC)$ .
4) ) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم المار من النقطة $H(-2;0;-3)$ **و العمودي على المستوي** $(Q)$ .

4) **أكتب معادلة لسطح الكرة** $(S)$ **التي مركزه** $H$ **و مماس للمستوي.** $(ABC)$

## التمرين الثاني

**المستوي المركب منسوب الي متعامد متجانس** $(O;\vec{u};\vec{v})$ .

**نعتبر النقط** $A$ **و** $B$ **و** $C$ **ذات اللواحق** $z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ ، $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب

أ) 1. اعط الكتابة الاسية للعدد $z_B$ **ثم العدد** $z_C$ .

2. بين أن النقط تنتمي $A$ **و** $B$ **و** $C$ تنتمي الي نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و تصف قطرها

3 .**انشئ النقط** $A$ **و** $B$ **و** $C$ ثم عين طبيعة الرباعي $OABC$ .

4.عين ثم انشئ المجموعة $(E)$ **للنقط** $M$ **من المستوي ذات اللاحقة** $z$ حيث: $|z|=|z-2|$ .

ب) $T$ التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M$ **تختلف عن** $A$ **ذات اللاحقة** $z$ **و بالنقطة** $M'$ **ذات اللاحقة** $z'$ حيث: $z'=\dfrac{-4}{z-2}$

1.**حل في مجموعة الاعداد المركبة** $C$ **المعادلة :** $z=\dfrac{-4}{z-2}$ **ثم استنتج صورتي** $B$ **و** $C$ **بالتحول** $T$ .

2 . $G$ **مركز ثقل المثلث** $OAB$ ، عين ثم انشئ النقطة $G'$ **صورة** $G$ بالتحويل $T$ .

3. a) **من اجل كل نقطة** $M$ **تختلف عن** $A$ بين أن : $AM'\times AM=2\times OM$ .

b) **نفرض أن النقطة** $M$ **تنتمي الي المجموعة** $(E)$ ماهي مجموعة النقط $M'$**؟**.

## التمرين الثالث :

**نعتبر في** $Z^2$ **المعادلة :** $11x-5y=2$ ........$(E)$

1)**أ)**اثبت أنه اذا كانت الثنائية $(x,y)$ **من** $Z^2$ **حلا للمعادلة** $(E)$ **فإن :** $y\equiv 4[11]$

ب)**استنتج حلول المعادلة** $(E)$

2)ليكن $n$ عدد طبيعيا غير معدوم نضع : $a=5n+2$ و $b=11n+4$

أ- عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الاكبرللعددين $a$ و $b$

ب- عين قيم $n$ بحيث يكون : $PGCD(a,b)=2$

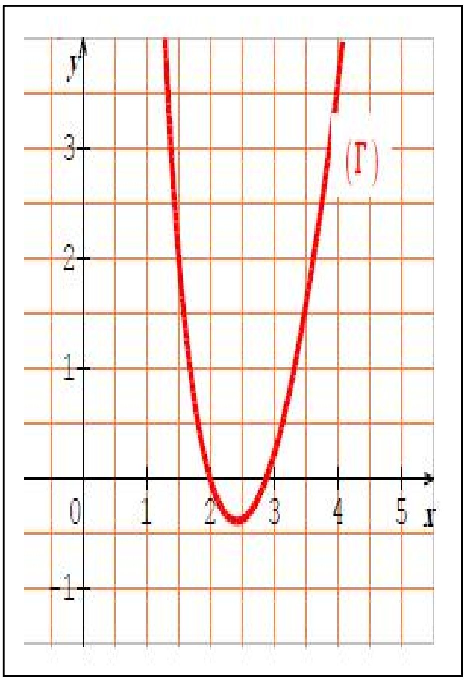
جـ - استنتج قيم $n$ العدد الطبيعي بحيث يكون العددان $a$ و $b$ اوليان بينهما

3) أ)ادرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ غير المعدوم بواقي القسمة الاقليدية للعدد $2^n$ على 10

**ب)استنتج رقم احاد العدد** $2^{2019}$

ج) عين كل الثنائيات $(x,y)$ من $N^* \times N^*$ التي هي حلول للمعادلة $(E)$ **و تحقق:** $2^{y-2x} \equiv 8[10]$

## التمرين الرابع




$I$) **لتكن الدالة** $g$ **المعرفة على** $]1;+\infty[$ **بـ:** $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$

$(\Gamma)$ تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل :

1)بقراءة بيانية للمنحنى $(\Gamma)$ عين حلول المعادلة $g(x)=0$

2)**احسب** $g(2)$ **و** بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا ~ حيث: $2.87 \prec \sim \prec 2.88$

3)استنتج حسب قيم $x$ **اشارة** $g(x)$ **على** $]1;+\infty[$

$II$) **لتكن الدالة** $f$ **المعرفة على** $]1;+\infty[$ حيث : $f(x)=x-3+\dfrac{4\ln(x-1)}{x-1}+\dfrac{5}{x-1}$

$(C_f)$ تمثيلها**في معلم متعامد متجانس** $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 1} f(x)$ النتيجة بيانيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ)بين أن المستقيم $(\Delta)$ **ذي المعادلة** $y=x-3$ **مقارب مائل للمنحنى** $(C_f)$

ب)ادرس وضعية المنحنى $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$

3) أ)بين أنه من أجل كل $x$ **من المجال** $]1;+\infty[$ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$ **ثم** استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها

4) ارسم المستقيم $(\Delta)$ **و المنحنى** $(C_f)$ **(نأخذ** $f(\sim)=3.9$ **)**

5) **لتكن الدالة** $h$ **المعرفة على** $]1;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=\left(\ln(x-1)\right)^2$

أ)**احسب** $h'$ ثم استنتج دالة اصلية للدالة $f$ **على المجال** $]1;+\infty[$

ب)**احسب التكامل** $\int_2^5 f(x)dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا

بالتوفيق