الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الشهيد مرواني الجيلالي امتحان بكالوريا تجريبي دورة: ماي2019

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليينالمدة:03 سا و30 د

الموضوع الأول

التمرين الاول :

يحتوي كيس علي **10** كرات منها **3**بيضاء تحمل ارقام **1، 1،** ~ **و اربعة حمراء تحمل الارقام :1،1،2،** ~2 ، **و ثلاثةسوداء تحمل الارقام: 2،** ~ ، ~+1 ،**1 كل الكرات متماثلة عند اللمس،**(~ عدد طبيعي**فردي موجب تماما**)نسحب عشوائيا كرتان دفعة واحدة

I) **احسب: -** احتمال الحصول علي كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا

-احتمال ان يكون مجموع الرقمين الظاهرين علي الكرتين زوجيا

a) II) في ما يلي نأخذ : $\sim = 1$

1- **احسب** $P(A)$ **احتمال سحب كرتان من نفس اللون**

2- **احسب** $P(B)$ **احتمال سحب كرتان من نفس الرقم**

3- **احسب** $P(A\cap B)$ هل الحادثتان A **و** B **مستقلتان ؟**

4- احسب احتمال سحب كرتان من نفس اللون علما انهما من نفس الرقم

b)ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة لكرتين دفعة واحدة مجموع الرقمين الظاهرين

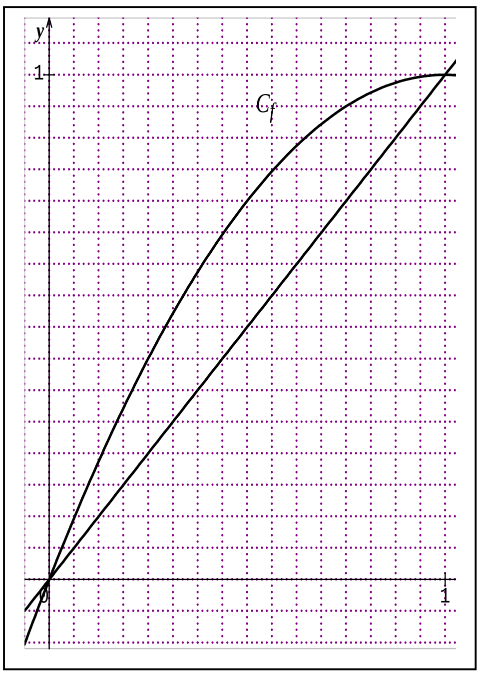
- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثاني

في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ **(وحدة الطول** $8cm$**)**

I)**مثل المنحني** (C_f) بيان الدالة f **علي المجال** $[0;1]$ حيث : $f(x)=x(2-x)$ **و المنصف الاول ذو المعادلة** $(y=x)$

لتكن (u_n) متتالية عددية**المعرفة على** N **بـ:** $u_0=\frac{1}{8}$ **و من أجل كل عدد طبيعي** n : $u_{n+1}=u_n(2-u_n)$



- **بإستعمال الرسم السابق مثل على** محور الفواصل الحدودالاربعة الاوليدون حسابها
- اعطي تخمينا عن اتجاه تغير (u_n) و تقاربها
- برهن بالتراجع أن من اجل كل عدد طبيعي n : $0\prec u_n\prec 1$
- استنتج اتجاه تغير (u_n)وبرر تقاربها

II)**لتكن** (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\ln(1-u_n)$

- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعين اساسها وحدها الاول
- عين عبارة v_n **بدلالة** n **ثم عبارة** u_n **بدلالة** n. **ثم إستنتج** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$
- نعتبر المجموعين $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ **و** $S_n'=u_0+u_1+\cdots+u_n$

a)احسب بدلالة n **المجموع** S_n

b)اكتب S_n' **بدلالة** S_n **ثماستنتج** S_n' **بدلالة** n

التمرينالثالث:

I) نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة C كثير الحدود $p(z)$ ذو المتغير المركب z حيث: $p(z)=z^3-4z^2+6z-4$

- احسب $p(2)$ ثم عين العددين الحقيقيين a ، b بحيث: $p(z)=(z-2)(z^2+az+b)$، حل في المعادلة $p(z)=0$

II) في مستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ (وحدة الطول $\|\vec{u}\|=2cm$)

نعتبر النقط A ، B ، C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=2$ ، $z_B=1-i$ ، $z_C=1+i$

- اكتب $\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ علي الشكل الجبري ثم الشكل الاسي استنتج طبيعة المثلث ABC

- اكتب z_A و z_B علي الشكل الاسي ثم تحقق أن : $\left(\dfrac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1440}-\left(\dfrac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2019}-1=\dfrac{1}{\sqrt{2}}z_B$

- ليكن R الدوران التي مركزه A و يحول B الى C ، أ) عين زاوية الدوران R

ب) اكتب العبارة المركبة للدوران R ،ثم عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم علم النقط A ، B ، C ، D

ج) لتكن (Γ) الدائرة قطرها $[BC]$ ومركزها النقطة $I(1;0)$ و (Γ') صورتها بالدوران R -انشئ بعناية كلا من الدائرتين (Γ) و (Γ')

- عين (Δ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $(k\in R)$ $\arg\left(\dfrac{z_C-z}{z_B-z}\right)=2k\pi$

التمرين الرابع :

g I) دالة معرفة على R بـ: $g(x)=e^{x-2}+1-x$

- ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها ثم استنتج اشارة الدالة g على R

II) نعتبر الدالة f المعرفة على R بـ: $f(x)=x-1+\dfrac{x}{e^{x-2}}$ ، (C_f) تمثيلها في معلم متعامد متجانس $(\|\vec{i}\|=1cm)$ $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. أ) احسب نهايات الدالة f عند اطراف مجموعة التعريف

ب) اثبت أن المستقيم (d) ذو المعادلة : $y=x-1$ مقارب لـ (C_f) عند $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) مع (d)

2. أ) اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{e^{x-2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير f و شكل جدول تغيراتها

ب) بين أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α حيث: $0,1\prec\alpha\prec 0,2$

جـ) اثبت أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعين احداثياتها

د) عين معادلة المماس (T) لـ (C_f) الذي يوازي المستقيم (d) ثم ارسم (T) و (d) و (C_f).

3. ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة : $\dfrac{x}{e^{x-2}}=m+1$

4. أ) باستعمال التكامل التجزئة عين H الدالة الاصليةللدالة h على R حيث $h(x)=xe^{2-x}$ و التي تنعدم من أجل -1

ب) احسب مساحة الحيز الحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (d) و المستقيمات التي معادلاتها $x=0$ و $x=2$

الموضوع الثاني

التمرين الاول

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط : $A(1\,;1;0)$ **و** $B(2;0;-1)$ **و** $C(0;3;-1)$ **و** $D(-1\,;4;\,0)$

1) **أثبت أن الرباعي** $ABCD$ متوازي الأضلاع ثم بين أن المعادلة ديكارتية للمستوي (ABC) **هي :** $3x+2y+z-5=0$

2) بين أن معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيم (AB) و يُعامد المستوي (ABC) **هي** $x-4y+3z+3=0$

3) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم المار من النقطة $H(-2\,;0\,;-3)$ **و العمودي على المستوي** (Q)

4) أكتب معادلة ديكارتية **لسطح الكرة** S **التي مركزه** H **و مماس للمستوي** (ABC)

التمرين الثاني

(u_n) متتالية عددية معرفة علي N **بـ:** $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n **:** $u_{n+1}=\dfrac{2u_n+3}{6}$

1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n **:** $u_n\le\dfrac{3}{2}$
2. بين أن المتتالية (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها **متقاربة**
3. نعتبر المتتالية (v_n) **المعرفة على** N **بـ:** $v_n=2u_n+\sim$ حيث $\sim$ عدد حقيقي
   - عين قيمة $\sim$ **حتي تكون** (v_n) هندسية
   - **اكتب عبارة** v_n **بدلالة** n **ثم عبارة** u_n **بدلالة** n
   - احسب نهاية (u_n)
4. نضع من أجل كل عدد طبيعي n **:** $S_n=u_0+\dfrac{u_1}{2}+\dfrac{u_2}{2^2}+\cdots+\dfrac{u_n}{2^n}$
   - **عبر** S_n **عن بدلالة** n

التمرين الثالث

المستوي المركب منسوب الي متعامد متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

نعتبر النقط A **و** B **و** C **ذات اللواحق** $z_A=2$ **،** $z_B=1+i\sqrt{3}$ **،** $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب

أ) 1. اعط الكتابة الاسية للعدد z_B **ثم العدد** z_C.

2. بين أن النقط A **و** B **و** C **تنتمي الي** نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و **نصف** قطرها .

3. **انشئ النقط** A **و** B **و** C ثم عين طبيعة الرباعي $OABC$.

4. عين ثم انشئ المجموعة (E) **للنقط** M **من المستوي ذات اللاحقة** z حيث: $|z|=|z-2|$.

ب) T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M **من ذات اللاحقة** z **ومختلف عن النقطة** A **بالنقطة** M' **ذات اللاحقة** z'

حيث: $z'=\dfrac{-4}{z-2}$

1.حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z=\frac{-4}{z-2}$ ثم استنتج صورتي B و C بالتحويل T

2. G مركز ثقل المثلث OAB، عين ثم انشئ النقطة G' صورة G بالتحويل T

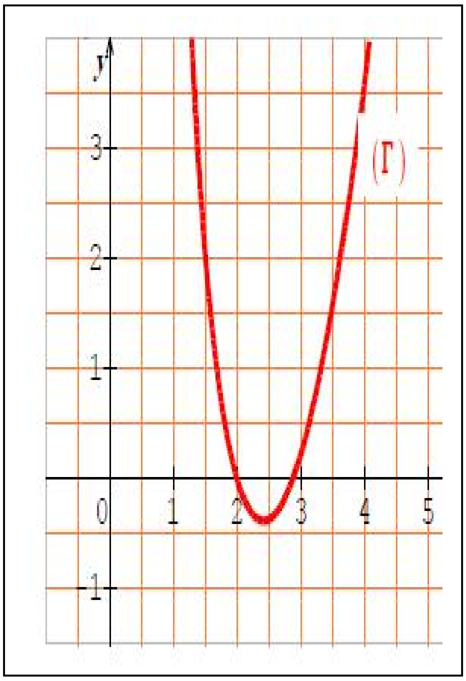
3.a) من اجل كل نقطة M تختلف عن A بين أن : $AM'=\frac{2OM}{AM}$

b) نفرض أن النقطة M تنتمي الى المجموعة (E) ماهي مجموعة النقط M'؟

التمرين الرابع

I) لتكن الدالة g المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$

(Γ) تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل :



1) بقراءة بيانية للمنحني (Γ) عين حلول المعادلة $g(x)=0$

2) احسب $g(2)$ ثم بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2.87 \prec \alpha \prec 2.88$

3) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ حيث : $f(x)=x-3+\frac{4\ln(x-1)}{x-1}+\frac{5}{x-1}$

(C_f) تمثيلها في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) $\lim_{x \to 1^{>}} f(x)$ النتيجة بيانيا ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x-3$ مقارب مائل للمنحني (C_f)

ب) ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

3) أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

4) ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f) (نأخذ $f(\alpha)=3.9$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=\left(\ln(x-1)\right)^2$

أ) احسب h' ثم استنتج دالة اصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$

ب) احسب التكامل $\int_2^5 f(x)dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا