مديرية التربية لولاية البليدة. السنة الدراسية:2019/2018

ثانوية: المصالحة الوطنية، بني تامو المدة: 4 سا ونصف

بكالوريا تجريبي دورة: ماي 2019 شعبة: الرياضيات

امتحان في مادة الرياضيات

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأوّل:

التّمرين الأوّل: (4 نقاط)

1. أ/ أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n،باقي القسمة الاقليدية للعدد 3^nعلى 10.

ب/ ما هو باقي قسمة العدد A_nعلى 10، حيث : $A_n = 3^{16n+6} - 2 \times 109^{2n+3} - 13$.

2. أ/ بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $7^{2n+1} + 9^n \times (3n+4) \equiv 3^{2n}(3n+1)[10]$.

ب/عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $7^{2n+1} + 9^n \times (3n+4)$ مضاعفا للعدد 10

3. A عدد طبيعي يُكتب $\overline{xx0xx01}$ في نظام التعداد ذو الأساس 3 و يُكتب $\overline{y611}$ في نظام التعداد ذو الأساس 7 .

أوجد العددين الطبيعيين x و y ثمّ أُكتب A في النظام العشري.

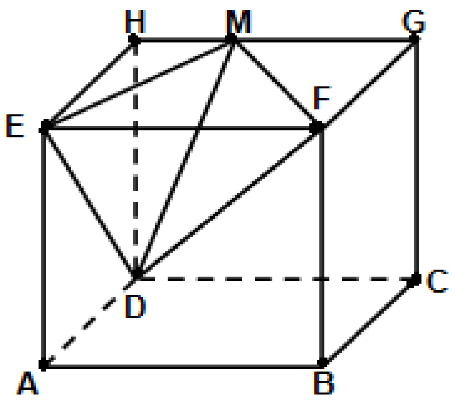
4. يحتوي كيس على 4 كريّات مرقّمة بباقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10،نسحب عشوائيا كرّتين في آن واحدٍ.

أ/ أحسب احتمال الحصول على رقمين مجموعهما يساوي مجموع أرقام العدد 1962.

ب/ نعتبر المتغيّر العشوائي لهذه التجربة العشوائية الّذي يرفق بكل عملية سحب ، مجوع الرقمين المتحصّل عليهما.

عرّف قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي ثمّ أحسب الأمل الرّياضياتي.

التّمرين لثّاني: (4 نقاط)



نعتبر المكعب $ABCDEFGH$ الذي طول حرفه 1 , الممثل في الشكل المقابل :

في كل التمرين نعتبر الفضاء منسوب إلى المعلم $\left(D;\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH}\right)$

و نرمز بـ K لمرجح الجملة المثقلة $\{(D,1);(F,2)\}$

I. 1- أثبت أن النقطة K احداثياها هي $\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right)$.

2- أثبــت أن المســـتقيمات (EK) و (DF) متعامــدان . ثــم أحســب المسافة EK .

II. لتكن M نقطة من القطعة $[HG]$ ونرمز بـ : $m = HM$ حيث : m عدد حقيقي ينتمي للمجال $[0;1]$.

1- برهن أنه من اجل كل mيكون حجم رباعي الوجوه $EMFD$ بوحدة الحجوم مساويا لـ $\frac{1}{6}$.

2- برهن أن للمستوي (MFD) معادلة ديكارتية من الشكل : $(-1+m)x + y - mz = 0$

3- نرمز بـ : d_m لمسافة النقطة E إلى المستوي (MFD).

أ/ برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي m من المجال $[0;1]$: $d_m = \frac{1}{\sqrt{2m^2 - 2m + 2}}$.

ب/ عين وضعية النقطة M على القطعة $[HG]$حيث المسافة d_m تكون أعظمية .

ج/ استنتج أنه لما d_m تكون أعظمية فالنقطة K هي المسقط العمودي للنقطة Eعلى المستوي (MFD)

التّمرين الثّالث: (5 نقاط)

I. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z :

$(E)...\bar{z}^3-3\bar{z}^2+3\bar{z}+7=0$ $\quad \bar{z}$ هو مرافق العدد المركب z .

1. بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة : $(\bar{z}+1)(\bar{z}^2-4\bar{z}+7)=0$.
2. حل في C المعادلة (E).

II. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$, نعتبر النقط C,B,A و D لواحقها على الترتيب :

$z_D=3$, $z_C=\overline{z_B}$, $z_B=2+i\sqrt{3}$, $z_A=-1$.

1. أ- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B-z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا .
   أ- أنشئ النقاط $C;B;A$ و D .
   ج- عين طبيعة المثلث ABC .
2. أ - أكتب العدد $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ على الشكل الأسي , ثم استنتج أن النقطة A صورة D بتحويل نقطي f يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .
   ب- بين أن النقط B,A و C تنتمي إلى نفس الدائرة (C) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .
   ج- أوجد صورة الدائرة (C)بالتحويل النقطي f .
3. (Γ) مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z تحقق : $z+1=2\sqrt{3}.k.e^{i\frac{\pi}{6}}$ حيث k عدد حقيقي موجب .
   - أوجد طبيعة و العناصر المميزة للمجموعة (Γ).
4. أ- عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون : $-\overrightarrow{CA}+2\overrightarrow{CB}+\alpha\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.
   ب- عين (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :
   $$(E):\left\|-\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}-3\overrightarrow{DM}\right\|\leq 2\left\|\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}\right\|$$
   ج- استنتج مجموعة نقط تقاطع (E) و (Γ).

التّمرين الرّابع: (7 نقاط)

الجزء الأوّل: نعتبر الدّالة العددية G المعرّفة على كما يلي: $G(x)=\alpha x+\frac{\beta}{1+e^x}$ حيث α و β عددان حقيقيان.

1. أحسب : $G'(x)$.
2. عيّن العددين الحقيقيين α و β بحيث : $G'(0)=\frac{5}{4}$ و $G(1)=\frac{e}{1+e}$

الجزء الثّاني: لتكن الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$g(x)=x-\frac{1}{1+e^x}$$

و ليكن (C_g) تمثيله البياني في مستوي مزوّد بعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطّول 4 cm)

1. أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التّعريف.
2. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $g'(x)>0$ ثمّ شكّل جدول تغيّرات g على $\mathbb{R}$.

3. أ/ بيّن أنّ المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) اللّذين معادلتاهما : $(\Delta_1) : y = x$ و $(\Delta_2): y = x - 1$ مستقيمان مقاربان للمنحنى (C_g)

ب/ أدرس الوضع النّسبي للمنحنى (C_g) مع كلّ من المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) .

4. أ/ تحقّق أنّ: $g(-x) + g(x) = -1$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

ب/ أكتب المعادلة الديكارتية للمماس (T) للمنحن (C_g) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.

5. أ/ بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا α بحيث: $0 < \alpha < 0{,}5$.

ب/ تحقّق أنّ : $1 + e^{\alpha} = \frac{1}{\alpha}$.

6. أنشئ (Δ_1) ، (Δ_2)، (T) و (C_g) .

7. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي، عدد و إشارة حلول المعادلة : $m = \frac{1}{1+e^x}$.

8. نعتبر المتتالية (u_n) العددية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $u_n = \int_{\alpha}^{n}\left(x - g(x)\right) dx$.

أ/ أعط تفسيرا هندسيا ل : u_n .

ب/ تحقّق أنّ : $x - g(x) = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$.

ج/ أحسب u_n بدلالة n .

د/ بيّن أنّ : $\lim\limits_{n \to \infty} u_n = -(\alpha + ln\alpha)$.

الموضوع الثّاني:

التّمرين الأوّل: (4 نقاط)

I. 1. حلّ في $\mathbb{R}^2$ المعادلة ذات المجهول $(\ x,y\ )$: (E) .... $4x-5y=33$.

2. عيّن كلّ الثنائيات $(\ x,y\ )$ حلول المعادلة (E) و التي تحقّق : $|x+y+3|\ <27$

II. نعتبر العددين β,α حيث : $\alpha=n^2+4n+7$ و $\beta=n+1$ ؛ n عدد صحيح نسبي يختلف عن (1-).

1. أ/ بيّن أنّ : $PGCD(\ \alpha;\beta\ )=\mathrm{PGCD}(\ \beta;4\ )$.

ب/ ناقش حسب قيم n ، قيم $PGCD(\ \alpha;\beta\ )$.

2. أ/ عيّن قيم العدد الصّحيح النّسبي n بحيث يكون الكسر $\dfrac{\alpha}{\beta}$ غير قابل للإختزال.

ب/ استنتج مجموعة الأعدد الصّحيحة النّسبية n ، بحيث يكون: $\alpha\equiv 0[\beta]$.

3. نفرض أنّ : $n>3$ و نعتبر العددين الطّبيعيين B,A حيث: $A=n^3+n^2-5n-21$ و $B=n^2-2n-3$

.

أ/ بيّن أنّ العدد $(\ n-3\ )$ يقسم العددين A و B.

ب/ استنتج تبعا لقيم العدد الصّحيح n ، قيم $PGCD(A\ ;B\ )$

التّمرين الثّاني: (4 نقاط)

لدينا ثلاث أكياس $u_1;u_2;u_3$ يحتوي} كلّ واحد منها k كريّة ،حيث k عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 3 .

يوجد 3 كريّات سوداء في الكيس u_1 ، كريّتان سوداوان في الكيس u_2 و كرية سوداء واحدة في الكيس u_3 .

كلّ الكريّات غير متمايزة في الملمس، يرمي لاعب زهرة النّرد متوازنة وغير مزوّرة .

- إذا تحصّل اللاّعب على الرّقم 1 : يسحب3 كريّات من الكيس u_1 في ان واحد يسجّل لونها ثمّ يعيدها.
- إذا تحصّل اللاّعب على رقما مضاعف للعدد 3 : يسحب 3 كريّات في ان واحد من الكيس u_2 يسجّل لونها ثمّ يعيدها.
- إذا تحصّل اللاّعب على رقما يختلف عن1 وليس مضاعفا للعدد 3 : يسحب 3 كريّات في ان واحد من الكيسu_3 يسجّل لونها ثمّ يعيدها.

I. 1. شكّل شجرة الإحتمالات لهذه التجربة العشوائية.

2 . أحسب إحتمال سحب كريّة سوداء واحدة .

3. أحسب إحتمال سحب كريّة سوداء علما أنّ الآعب قد تحصّل على الرّقم 1 عند رمي زهرة النّرد.

4. أ/عيّن قيمة العدد الطبيعي k حتّى يكون إحتمال سحب كريّة سوداء يساوي 0 .

ب/ استنتج في هذه الحالة عدد الكريّات البيضاء في كلّ كيس.

II. نفرض أنّ $k=12$:

يدفع الآعب 20DA ليسحب من الكيسu_2،

في نهاية التجربة نحسب عدد الكريّات البيضاء و عدد الكريّات السوداء المتبقّية في الكيس u_2 .

- ✓ يربح الآعب DA $2n$ على كلّ كرية بيضاء متبقية.
- ✓ يخسر اللاّعب 20DA على كلّ كريّة سوداء متبقية .

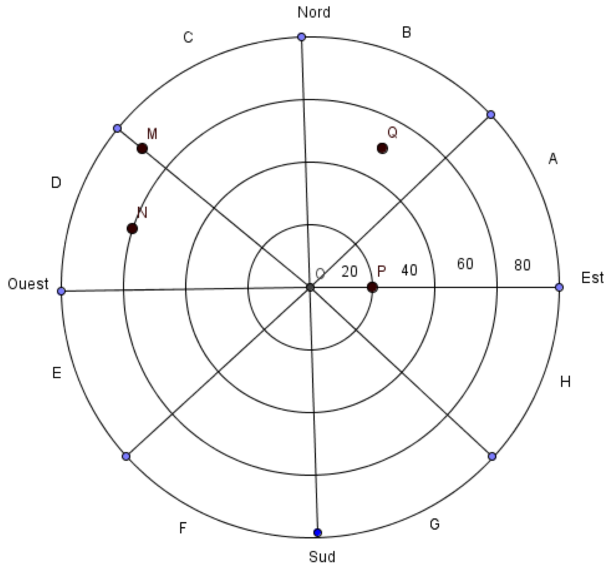
نعرّف المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكلّ تجربة ، الرّبح الجبري (الفرق بين الرّبح و الخسارة).

1. عيّن قيم المتغيّر العشوائي X .
2. أحسب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X .
3. أ/ أحسب الأمل الرّياضياتي للمتغيّر العشوائي X بدلالة n .

ب/ استنتج قيمة العدد الطبيعي n حتّى تصبح اللّعبة عادلة.

التّمرين الثّالث:

الجزء الأوّل: نعتبر في سفينة حربية عسكرية رادار الكشف عن الغواصات البحرية العسكرية للعدوّ مجزّأ الى ثمانية مناطق كما هو موضّح في الشكل التالي:



يكشف الرادات على 4 غواصات بحرية في المواقع: M, N, Q, P .

1. أ/ أوجد الإحداثيات القطبية للنّقط M, N, Q, P .

ب/ أحسب الإحداثيات الديكارتية للنّقط M, N, Q, P ثمّ استنتج z_M, z_N, z_Q, z_P لواحق النّقط M, N, Q, P.

الجزء الثّاني:

المستوي المركّب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1. أ/ حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ جملة المعادلتين : $\begin{cases} 2z_1 + iz_2 = 1 + i\sqrt{3} \\ (\sqrt{3} + 2i)z_1 - z_2 = (1 - \sqrt{3})i \end{cases}$

2. نعتبر النقطتين B, A اللّتين لاحقتاهما $z_B = 2 + \sqrt{3} + \mathrm{i}; z_A = 1 - i$ على التّرتيب.

أ/ أنشئ الحلّين z_B, z_A على ورقة مليمترية.

ب/ بيّن أنّ : $\frac{z_B}{z_A} = (1 + \sqrt{3})e^{i\frac{\pi}{3}}$ ثمّ استنتج الشكل الأسّي للعدد المركّب z_B .

ج/ عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى تكون صورة العدد $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ تنتمي إلى منصّف الرّبع الأوّل .

3. أ/ أكتب العبارة المركّبة للتحويل النّقطي S ذو المركز O ويحوّل A إلى B

ب/ أوجد تحويل نقطي f يحقّق: $s = f \circ r$ بحيث دوران مركزه O و $\frac{-2\pi}{3}$ قيس لزاويته .

4. أ/ حدّد طبيعة و العناصر المميّزة لمجموعة النّقط $M(z)$ التي تحقّق:

$$. arg((z - z_B)^3) = arg(z_B) - arg(z_A) + 2\pi k; k\epsilon\mathbb{Z}$$

ب/ استنتج صورة مجموعة النّقط بالتّحويل النّقطي S .

5. ليكن I مركز ثقل المثلّث ABO ،عيّن طبيعة و العناصر المميّزة لمجموعة النّقط $M(z)$ و التي تحقق:

$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MO}\| < \|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\|$ ثمّ أنشئها.

التّمرين الرّابع :

الجزء الأوّل: نعتبر الدّالة العددية g المعرّفة على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{1+x}$.

1. أدرس إتجاه تغيّر g على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ وشكّل جدول تغيّراتها.
2. استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$.

الجزء الثّاني: لتكن الدّالة العددية f المعرّفة على $]-\infty;-1[\cup[0;+\infty[$ ب:

$$\begin{cases} f(x)=x\,ln\left(1+\frac{1}{x}\right);x\epsilon]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[\\ f(0)=0 \end{cases}$$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي مزوّد بمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ ، وحدة الطّول $2cm$

1. أدرس قابلية اشتقاق f عند القيمة $x_0=0$ ،ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.
2. أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التّعريف، فسّر النتائج.
3. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$: $\acute{f}(x)=g(x)$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّرات f .
4. أنشئ (C_f) منحنى الدّالة f .
5. h الدّالة العددية المعرّفة كما يلي: $h(x)=f(-1-x)$ ،حيث: $x\epsilon]-\infty;-1]\cup]0;+\infty[$.

أ/ حدّد إتّجاه تغيّر الدّالة h (دون حساب الدّالة المشتقّة) ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

ب/ بيّن أنّ المنحنيين (C_f) و (C_h) متناظرين بالنّسبة للمستقيم (d)ذو المعادلة : $y=-\frac{1}{2}x$.

ج/ أنشئ (C_h) في نفس المعلم السابق.

6. أحسب بالسنتيمتر المربّع مساحة الحيّز المستوي المحدّد ب: (C_f) ، المستقيم $y=1$ و المستقيمين اللّذين معادلتاهما $x=\frac{1}{2}$ و $x=1$