الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية الشيخ أمود ولاية تمنراست

امتحان بكالوريا تجريبي التعليم الثانوي — دورة : ماي 2019

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات — المدة 3 سا و 30 دقيقة

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الأتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=\frac{10}{3}$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=u_n-3+\frac{9}{u_n}$.

1. أحسب u_1 ثم برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $3\le u_n\le\frac{10}{3}$.
2. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة
3. برهن أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-3\le\frac{1}{3}(u_n-3)$.
4. استنتج أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n-3\le\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$ ثم أحسب $\lim u_n$.

التمرين الثاني (04 نقاط)

اجريت دراسة إحصائية على عدد من التلاميذ الذين يملكون هواتف نقالة و حواسب بإحدى الثانويات فكانت نتائج الدراسة الاحصائية كما يلي : 70% من التلاميذ يملكون هواتف نقالة

احتمال ان يكون التلميذ يملك حاسوب علما أنه يملك هاتف نقال هو $\frac{1}{16}$ و احتمال ان يكون التلميذ لا يملك حاسوب علما أنه لا يملك هاتف نقال هو $\frac{3}{14}$.

نرمز إلى T للحادثة " التلميذ يملك هاتف نقال " و M للحادثة " التلميذ يملك حاسوب "

1. شكل شجرة الاحتمال التي تنمذج هذه الوضعية .
2. أحسب احتمال أن يملك التلميذ هاتف نقال و حاسوب $P(T\cap M)$.
3. أحسب احتمال أن يملك التلميذ حاسوب $P(M)$.
4. أحسب احتمال ان يملك التلميذ هاتف نقال و لا يملك حاسوب $P(T\cap\overline{M})$ ثم استنتج $P_{\overline{M}}(T)$.

التمرين الثالث (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}\right)$ نعتبر النقط $A\,;\,B\,;\,C\,;\,D$ التي لواحقها $z_A=2+i$: $z_B=1+3i$; $z_C=-3+i$; $z_D=\overline{z_B}$.

1. أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ على الشكل الآسي ثم استنتج أنه يوجد تشابه مباشر S مركزه B و يحول A إلى C.
2. أكتب العبارة المركبة للتشابه S ثم عين z_E لاحقة النقطة E حيث النقطة D هي صورة النقطة E بالتشابه S.
3. عين z_F لاحقة النقطة F التي تحقق $\overrightarrow{DF}=3\overrightarrow{DB}$ ثم استنتج نسبة التحاكي h الذي مركزه B و يحول D إلى F.
4. (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث $z=4+3i+2e^{i.\theta}$ حيث θ عدد حقيقي .
   عين طبيعة (Γ) لما θ تمسح مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.
5. ليكن التحويل النقطي S' حيث $S'=h\circ S$.
   أ - بين أن S' تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة .
   ب -عين العناصر المميزة للمجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S' .

التمرين الرابع (07 نقاط) :

I - g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=\left(-x^2-x+1\right)e^{-x}-1$ و بجدول تغيراتها الأتي :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	↗	$e-1$	↘	$-5e^{-2}-1$	↗	-1

أ- أحسب $g(0)$ ثم بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1{,}6<\alpha<-1{,}5$.

ب- حدد إشارة $g(x)$.

II - لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=-x+\left(x^2+3x+2\right)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y=-x$ يطلب دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)
4. أنشئ (Δ) و (C_f) (تعطى $f(\alpha)\approx 0{,}3$) .
5. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة حلول المعادلة : $x-m-\left(x^2+3x+2\right)e^{-x}=0$
6. لتكن الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $H(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^{-x}$ حيث $a\,,\,b\,,\,c$ أعداد حقيقية .
   أ. عين الأعداد الحقيقية $a\,,\,b\,,\,c$ حتى تكون H دالة أصلية للدالة h حيث $h(x)=\left(x^2+3x+2\right)e^{-x}$
   ب. λ عدد حقيقي موجب تماماً أحسب $A(\lambda)$ حيث $A(\lambda)=\int_0^{\lambda}h(x)dx$ ثم فسر النتيجة بيانياً.
   ج.أحسب $\lim\limits_{\lambda\to+\infty}A(\lambda)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع االثاني

التمرين الأول (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=\frac{1}{5}$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+1}$.

1 - تحقق أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1-\frac{1}{2u_n+1}$ ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $0<u_n<\frac{1}{2}$.

2 - تحقق أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

3 - نضع $v_n=\frac{3^n u_n}{2u_n-1}$

أ. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 6 يطلب تعيين حدها الأول .

ب. أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\frac{2^n}{3+2^{n+1}}$

ج.أحسب $\lim u_n$.

د.أحسب بدلالة n المجموع التالي $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+....+\frac{1}{u_n}$

التمرين الثاني (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;4;-5)$ و $B(3;2;-4)$ و $C(5;4;-3)$ و $D(-1;2;1)$

1 - بين أن النقط $A;B;C$ تعين مستوي (ABC) معادلته $x-2z-11=0$

2 - نعتبر المستوي (p) المعرف بتمثيله الوسيطي $t;k\in IR$: $\begin{cases}x=4-2t-3k\\ y=-7t+k\\ z=-3+5t-4k\end{cases}$

تحقق أن $x-y-z-7=0$ هي معادلة ديكارتي للمستوي (p) ثم بين أن المستويان (ABC) و (p) يتقاطعان وفق مستقيم (D) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

3 - أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل D و شعاع توجيهه $\vec{u}(0;1;-2)$ ثم بين أن (Δ)و (D) ليسا من نفس المستوي

4 - لتكن G مرجح للجملة المثقلة $\{(A;2),(B;-1)\}$

أ-عين احداثيات النقطة G .

ب- أوجد (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التى تحقق : $(2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB})(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MA})=0$ ثم أكتب معادلة لها.

التمرين الثالث (05 نقاط)

I - حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية $(z+1-i)(z^2-2z-2)=0$.

II - المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$

تعطى النقط A ; B ; C التي لواحقها $z_A=1+i$: $z_B=-1+i$; $z_C=1-i$

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية $\dfrac{z-1-i}{z+1-i}=2e^{i\pi}$ (نسمي حل هذه المعادلة z_Ω)

ثم استنتج أن A صورة B بتشابه مباشر S مركزه Ω ذو اللاحقة z_Ω يطلب تعيين عناصره المميزة .

2. أ. بين أن المثلث ABC قائم ثم اوجد مركز و نصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC .

ب. تحقق أن H ذات اللاحقة $z_H=-1+3i$ هي مركز الدائرة (C') صورة الدائرة (C) بالتشابه S .

3. أكتب z_A : z_B و z_C على الشكل الآسي ثم بين أن $\left(\dfrac{z_B}{z_C}\right)^{2019}+\left(\dfrac{z_A}{z_C}\right)^{1440}=0$

4. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\arg\left(\dfrac{z-1-i}{z+1-i}\right)=\dfrac{\pi}{2}+2\pi k$: $k\in Z$

التمرين الرابع (07 نقاط) :

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$ وحدة الطول هي $2cm$.

لتكن f دالة معرفة على $]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$ بـ $f(x)=x+2-\dfrac{3}{2}\ln\left(\dfrac{x+2}{x-2}\right)$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطرف مجموعة تعريفها المفتوحة
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{x^2+2}{x^2-4}$.

   ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيرات .
3. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y=x+2$.
4. بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α , β حيث $2,2<\alpha<2,3$ و $-3,8<\beta<-3,7$
5. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;-2[\cup]2;+\infty[$: $f(x)+f(-x)=4$ ثم فسر النتيجة بيانيا .
6. أنشئ (Δ) و (C_f) .
7. G دالة حيث $G(x)=(x-a)\ln(x-a)-x$

   أ. بين أن G دالة أصلية للدالة g على المجال $]a;+\infty[$ حيث $g(x)=\ln(x-a)$

   ب. ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]2;+\infty[$

انتهى الموضوع الثاني