1) تمارين تمهيدية: (نهايات ، استمرارية ، إشتقاقية)

التمرين 01: (حساب مختلف أنواع النهايات)

I) احسب نهاية الدالة f المطلوبة في كل حالة مما يلي:

1) $f(x)=-2x^4-x+1$ *) عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2) $f(x)=\dfrac{2x-3}{-x+3}$

أ) عند $-\infty$. ب) عند $+\infty$. ج) عند العدد 3.

3) $f(x)=\dfrac{x+1}{(x+3)^2}$

أ) عند $-\infty$. ب) عند $+\infty$. ج) عند العدد -3.

4) $f(x)=3x-\dfrac{1}{x+3}+\dfrac{3}{2-x}$

أ) عند $-\infty$. ب) عند $+\infty$.

ج) عند العدد (-3) . د) عند العدد 2 .

5) $f(x)=3x^2-\dfrac{1}{(x+1)^2}$

أ) عند $-\infty$. ب) عند $+\infty$. ج) عند العدد (-1).

6) $f(x)=-x^2-3\sqrt{x}$ - عند $+\infty$.

II) احسب نهاية الدالة f المطلوبة في كل حالة مما يلي:

1) $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2-x-3}{-x^2-x+6}$ و $D_f=\mathbb{R}-\{-3;2\}$.
- عند (-3) .

2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ و $D_f=[0;1[\cup]1;+\infty[$.
- عند العدد 1 .

3) $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x+1}-1}{x}$ و $D_f=\left[-\dfrac{1}{2};0\right[\cup]0;+\infty[$
- عند العدد 0 .

4) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+2x}}{x}$ و $D_f=]0;+\infty[$
- عند العدد 0 من اليمين.

5) $f(x)=\dfrac{x+2}{3-\sqrt{x}}$ و $D_f=]9;+\infty[$ - عند $+\infty$.

6) $f(x)=x^3-\dfrac{x^2}{x+1}$ و $D_f=]-1;+\infty[$ - عند $+\infty$.

7) $f(x)=(x-1)(2-\dfrac{1}{x-1})$ و $D_f=]1;+\infty[$
- عند 1 من اليمين .

التمرين 02: (المستقيمات المقاربة)

f دالة عددية للمتغير الحقيقي x و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد .

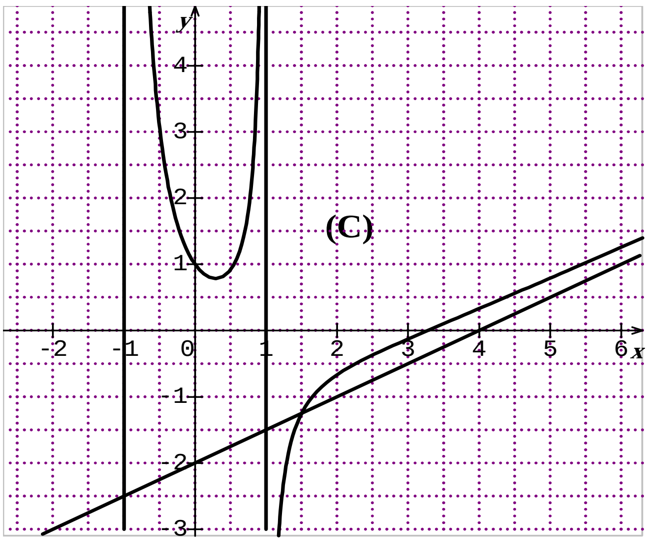
- في كل حالة من الحالتين الآتيتين :

1) عين D_f مجموعة تعريف الدالة f .

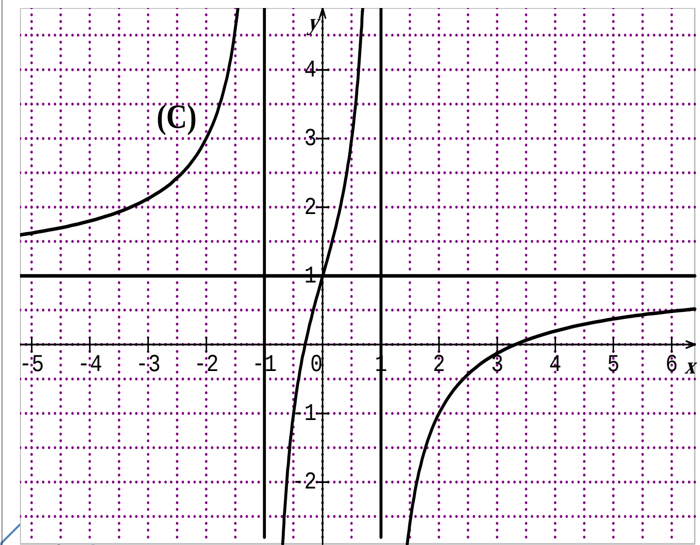
2) - خمن وجود مستقيمات مقاربة للمنحنى (C).
- اثبت صحة كل تخمين .

3) خمن الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم المقارب الأفقي و المستقيم المقارب المائل (إن وجد) .
- أثبت صحة كل تخمين .

أ) $f(x)=\dfrac{x^3-4x^2+3x-2}{2(x^2-1)}$



ب) $f(x)=1-\dfrac{3x}{x^2-1}$.



التمرين 03: (النهايات والمستقيمات المقاربة وجدول التغيرات)

f دالة عددية معرفة بجدول تغيراتها أدناه ، من الجدول :

1) عين مجموعة تعريف الدالة f .

2) عين النهايات الممكنة عند أطراف مجموعة التعريف .

3) عين مع التبرير ؛ المستقيمات المقاربة للمنحنى (C) الممثل للدالة f في معلم متعامد .

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و كل من المستقيمات المقاربة له .

x	$-\infty$		-3			2		$+\infty$
$f(x)$	-1 ↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	5	↗ $+\infty$	‖	$+\infty$ ↘	4

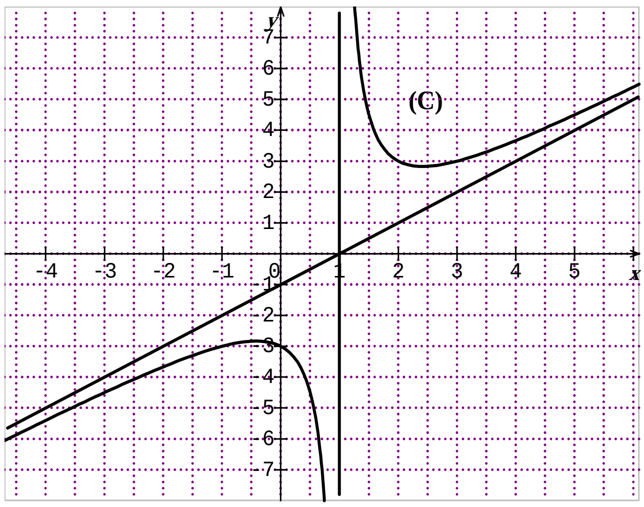
التمرين 04: (المستقيم المقارب المائل والوضع النسبي)

f الدالة المعرفة على المجموعة $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$.

1) خمن وجود مستقيمات مقاربة للمنحنى (C) الممثل للدالة f في معلم (انظر الشكل) ثم برر إجابتك عن طريق الحساب .

2) حدد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم المقارب المائل ثم بـرر إجابتك عن طريق الحساب .



التمرين 05: (تفسيرات هندسية مهمة في دراسة الدوال)

f دالة معرفة على IR فسر هندسيا المعلومات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-3$ ، 2) $\lim\limits_{\substack{x\to-4 \\ >}} f(x)=-\infty$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x+5]=0$ 4) $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-2x+5]=-4$

5) من أجل $x>1$ فـإن $f(x)<0$

6) ومن أجل $x\leq-2$ فـإن $f(x)-x+3>0$

التمرين 06: (الإستمرارية)

f الدالة المعرفة كما يلي : $\begin{cases} f(x)=-x+1 \ ; \ x\in]-\infty;1] \\ f(x)=\sqrt{x} \ ; \ x\in]1;+\infty[\end{cases}$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس .

1) احسب كلا من : $f(0)$ ، $f(1)$ و $f(4)$.

2) ارسم (C_f) .

3) هل الدالة f مستمرة على المجموعة $\mathbb{R}$ ؟ برر .

4) تأكد من صحة نتيجة السؤال **3**. بالحساب .

التمرين 07: (مبرهنة القيم المتوسطة)

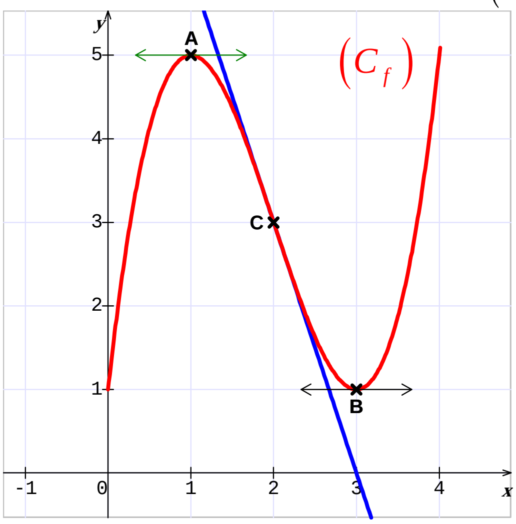
f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=-x^2+3x+1$.

1) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $[3;4]$.

2) أعط حصرا لـ a سعته بالتقريب $0,1$.

التمرين 08: (الإشتقاقية)

المنحنى (C_f) التالي و المرسوم في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ هو لدالة f معرفة و قابلة للاشتقاق على $[0;4]$.



النقط $A(1;5)$ و $B(3;1)$ و $C(2;3)$ هي نقط من (C_f) بحيث مماسي (C_f) عند كل من A ، B يوازيان محور الفواصل.

المستقيم (Δ) هو مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة C.

1) بقراءة بيانية :

أ) احسب $f'(1)$ ، $f'(2)$ و $f'(3)$.

ب) اكتب معادلة للمماس (Δ).

ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2) استنتج جدول تغيرات الدالة g المعرفة على نفس المجال $[0;4]$ بـ : $g(x)=1+f(x)$.

3) هل منحنى الدالة g يـقبل نقطة انعطاف؟

4) شكل جدول تغيرات الدالة h المعرفة على المجال $[0;4]$ بـ : $h(x)=\dfrac{5}{f(x)}$

2) دراسة الدوال : (دوال عددية ، ودوال صماء)

المسألة01:

g دالة عددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$g(x)=-x^3+6x^2-13x+8$$

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$ (لاحظ أن $g(1)=0$)

2) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ :

$f(x)=-x+1+\dfrac{x-1}{(x-2)^2}$ ، (c_f) منحنى الدالة f

في معلم متعامد $(o,\vec{i},\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=2cm ; \|\vec{j}\|=3cm$

أ) ثم تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{2\}$:

$f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-2)^3}$ ، ثم أستنتج إشارة $f'(x)$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

3) بين أن (c_f) يقبل مستقيمين مقاربين (Δ) و (D)

حيث (Δ) هو المستقيم المقارب المائل

4) أدرس وضعية المنحنى (c_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (c_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=3$

6) أرسم $(c_f);(\mathrm{T});(D);(\Delta)$

المسألة02:

I) ليكن كثير الحدود: $g(x)=x^3-3x+2$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$g(x)=(x-1)(x^2+x-2)$.

2) ادرس إشارة كثير الحدود $h(x)$ حيث: $h(x)=xg(x)$

II) لتكن الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3+x^2+3x-1}{x^2}$

و $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في م م إلى م م و م $(\mathbf{O};\vec{\mathbf{i}};\vec{\mathbf{j}})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x^4}$.

2) ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل يطلب تعيين معادلتهما

4) ادرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة للمستقيم المقارب المائل

5) بين أن $\mathbf{f(x)=0}$ تقبل حل وحيد α حيث : $\frac{1}{4}<\alpha<\frac{1}{2}$

6) أرسم المنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

المسألة03:

I) g دالة معرفة بالعبارة : $g(x)=x^3-3x-3$

1) أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي للمجال $]2;3[$ ، عين حصرا له بتقريب $\mathbf{10^{-1}}$.

II) f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بالعبارة:

$f(x)=\dfrac{2x^3+x^2+2}{x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) بين أن إشارة $f'(x)$ من إشارة g(x) في المجال $]1;+\infty[$

2) أدرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ ثم انجز جدول تغيراتها

3) بين أن $f(\alpha)=3\alpha+1$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

4) بين أن المستقيم (d) الذي معادلته $\mathbf{y=2x+1}$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).

5) اوجد فواصل النقط من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم (d)

ثم ارسم المستقيمات المقاربة و (C_f).

المسألة04:

f دالة معرفة على $D_f=]-\infty;-1[\cup]-1;3[\cup]3;+\infty[$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^2-2x}{x^2-2x-3}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم م وم $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) أحسب نهايات الدالة f على الأطراف المفتوحة لـ : D_f.

ب) حدد اتجاه تغير الدالة f على D_f.

جـ) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $x=1$ محور تناظر لـ (C_f)

3) عين نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ، ثم أنشئ (C_f).

4) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي λ عدد وإشارة حلول المعادلة : $(\lambda-1)x^2-2(\lambda-1)x-3\lambda=0$.

5) باستعمال المنحنى (C_f) اشرح كيف يمكن إنشاء المنحنيات : $(C_g),(C_h),(C_k)$ و (C_L)

للدوال g,h,k و L ثم أنشئها حيث :

$$g(x)=\frac{x^2-2|x|}{x^2-2|x|-3} \text{ ، } h(x)=\frac{|x^2-2x|}{x^2-2x-3}$$

$$k(x)\frac{x^2-2x}{|x^2-2x-3|} \text{ و } L(x)=|f(x)| .$$

المسألة05:

I) لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x)=2x^3-3x^2-1$$

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α مع $\alpha\in[1;2]$

3) عيّن حصرا للعدد الحقيقي α سعته 10^{-1} .

4) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{1-x}{x^3+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في م م ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب النهايات عند أطراف مجال التعريف .

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x^3+1)^2}$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) بيّن أن $f(\alpha)=\dfrac{2}{3}\,\dfrac{1-\alpha}{\alpha^2+1}$

ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

4) أكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

5) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (T) .

6) أرسم كل من (C_f) و (T) . (نأخذ $\alpha\simeq 1{,}65$)

7) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة: $mx^3+x-1+m=0$.

المسألة06: (تعيين عبارة دالة انطلاقا من جدول تغيرات)

f دالة عددية جدول تغيراتها التالي :

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

ـ نفرض أن $f(x)$ تكتب على الشكل :

$$f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$$

حيث a , b و c أعداد حقيقية .

1) أحسب $f'(x)$ بدلالة a و c .

2) اعتمادا على جدول التغيرات للدالة f :

أ) عيّن الأعداد الحقيقية a , b و c .

ب) عيّن $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ وفسّر النتيجتين بيانيا .

3) أثبت أن ، في معلم المنحنى (Γ) الممثل للدالة يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته : $y=x+1$.

4) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (Γ) و المستقيم (Δ) .

5) أنشئ المنحنى (Γ) و المستقيم (Δ) .

المسألة07: (دراسة دالة صماء 01)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد.

1) أوجد نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ثم فسر النتيجة بالنسبة للدالة و بالنسبة لتمثيلها (Γ)

2) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+\dfrac{1}{2}$ مستقيما مقاربا للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ و أن المستقيم (Δ') الذي معادلته $y=-x-\dfrac{1}{2}$ مستقيما مقاربا لـ (C_f) عند $-\infty$

3) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) و (Δ')

4) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول التغيرات

5) بين ان المستقيم الذي معادلته $x=\dfrac{-1}{2}$ هومحورتناظر (C_f).

6) ارسم (Δ) ، (Δ') و (C_f)

7) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $h(x)=\sqrt{\dfrac{x^2+x+1}{x^2}}$

أ) بين أن الدالة h هي جداء الدالة f مع دالة أخرى يطلب تعيينها

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

المسألة08: (دراسة دالة صماء 02)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x-1+\dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-x+1}}$ و (c_f) تمثيلها البياني .

1) شكل جدول تغيرات الدالة f

2) أحسب: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x+3]$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x-1]$

وماذا تستنتج ؟

3) بين أن النقطة $A\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (c_f)

4) أثبت أن المنحنى (c_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما $\dfrac{5}{2}$ ، جـد معادلتيهما .

5) بين أن المنحنى (c_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\dfrac{1}{2}<\alpha<\dfrac{5}{8}$

6) أرسم (c_f) ثم استنتج اشارة $f(x)$

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط t وجود وعـدد و إشارة حلول المعادلة $2x-1-(t+1)\sqrt{x^2-x+1}=0$ ، $t\in\mathbb{R}$.

3) دوال عددية واردة في البكالوريا :

التمرين 01: (بكالوريا تقني رياضي 2017 م 2)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$g(x)=x^3+6x+12$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]-1,48;-1,47[$

- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{x^3-6}{x^2+2}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي م م م وم $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\frac{xg(x)}{(x^2+2)^2}$

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f ، و شكّل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ)

3) بيّن أن $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4) ارسم كل من (Δ) و (C_f) 5) السؤال خاص بالتكامل

التمرين 02: (بكالوريا 2014 ع علوم تجريبية م 2)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g ثمّ شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,7<\alpha<0,8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$f(x)=\frac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في م م م م و $(O,\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$$

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

3) أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{x\cdot g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f. (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$)

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\frac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

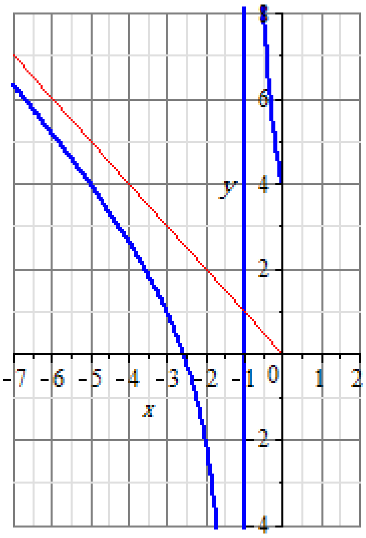
أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

ب) استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ (C_h).

التمرين 03: (بكالوريا 2009 علوم تجريبية م 2)

I) f دالة معرّفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ :

$$f(x)=-x+\frac{4}{x+1}$$



(c_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الشكل .

1) أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I

ب) بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغيرات f شكّل جدول تغيراتها .

2) g دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x+\frac{4}{x+1}$ (c_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقق من أن (c_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له .

جـ) أدرس تغيرات g .

II) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $k(x)=|x|+\frac{4}{x+1}$

1) أ) أحسب $\lim_{\substack{h\to0\\>}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim_{\substack{h\to0\\<}}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج ؟

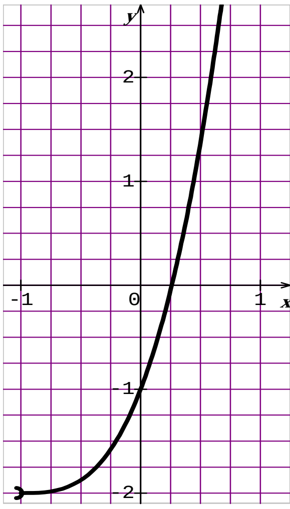
ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1)، (Δ_2) و (C_k) .

التمرين 04: (بكالوريا 2008 علوم تجريبية م 2)

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$



1) أ) بقراءة بيانية شكل تغيرات الدالة g وحدد $g(0)$ وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$

ب) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha)=0$

جـ) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2) f هي الدالة العددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بما يأتي :

$$f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$$

وليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$:

$$f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^3}$$

ب) عين دون حساب $\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا

جـ) أحسب $\lim_{x \overset{>}{\to} -1} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ وفسرهم بيانيا

د) شكل جدول تغيرات f .

3) نأخذ $\alpha\approx 0.26$ ، أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2}

ب) أرسم (Γ)

4) أكتب $f(x)$ على الشكل $f(x)=x+a+\frac{b}{(x-1)^2}$

حيث a و b عددان حقيقيان .

التمرين 05: (بكالوريا 2009 رياضي م 2)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي :

$$f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$$

و (C_f) منحنى الدالة f في م م م م و م $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (D) معادلته $y=x$.

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (D) .

3) أ) بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1,3<x_0<1,4$.

ب) عين معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب .

جـ) أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم . 4) محذوف

5) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x)=|f(x)|$.

(C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق .

- بين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ، ثم ارسمه في نفس المعلم السابق .

6) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $g(x)=m^2$

التمرين 06: (بكالوريا تقني رياضي 2010 م 2)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي م م م و م $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ) أثبت أن الدالة f فردية.

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$$f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$$

جـ) أدرس تغيرات الدالة f .

2) أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) و استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها

جـ) بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$ ، ثم استنتج معادلة (d') المستقيم المقارب الآخر.

د) أرسم (d) و (d') و (C_f) في المعلم السابق.

3) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$$

أ) بين أن الدالة g زوجية.

ب) انطلاقا من (C_f) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم

بالتوفيق في بكالوريا 2019