مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الحساب في البكالوريا بين يديك

الشعب

تقني رياضي+رياضيات

الحساب يشمل المحاور التالية:

1-القواسم والمضاعفات في $\mathbb{Z}$

2-الموافقـــــــــــات في $\mathbb{Z}$

3-الأعداد الأوليــــــــــة

$$a \equiv b[n]$$

إعداد الأستاذ:

بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

2016-2015

مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الحساب في البكالوريا
بين يديك

الشعب

تقني رياضي+رياضيات

الجزء الاول

بكالوريات النظام الجديد

تقني رياضي +رياضيات

الجزء الثاني

بكالوريات النظام القديم

علوم الطبيعة والحياة+علوم دقيقة

الجزء الثالث

بكالوريات اجنبية

إعداد الأستاذ:

بالعبيدي محمد العربي

larbibelabidi@gmail.com

2016-2015

الجـــزء الأول:بكالوريات النظام الجديد

شعبة :تقــني رياضي

التمرين 01 :دورة جوان2015 الموضوع1

1-أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الاقليدية للعدد 8^n على13.

ب) استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد : $42\times138^{2015}+2014^{2007}-3$ على13.

2-أ) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n، $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv(5n+6)8^{2n}[13]$

ب)عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(5n+1)\times64^n-5^{2n+3}\equiv0[13]$

التمرين 02 :دورة جوان2013 الموضوع1

x و y عددان صحيحان و (E) المعادلة ذات المجهول (x;y) التالية : $11x+7y=1$.

1) أ- عيّن $(x_0;y_0)$، حلول المعادلة (E) الذي يحقق: $x_0+y_0=-1$.

ب- استنتج حلول المعادلة (E).

2) a وbعددان طبيعيان وSالعدد الذي يحقق: $\begin{cases}S=11a+1\\S=7b+2\end{cases}$

أ) بيّن أن (a;−b) حل للمعادلة (E).

ب) ماهو باقي القسمة الأقليدية للعدد S على 77

التمرين 03:دورة جوان 2012الموضوع (1)

1-أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة 9^nعلى11

2-ماهو باقي قسمة العدد 2011^{2012} على 11 ؟.

3-برهن أنه من أجل كل عدد طبيعيn، العدد: $4\times9^{15n+1}+4\times2011^{10n}+2011^{2012}$ يقبل القسمة على 11

4- عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون العدد: $2011^{2012}+2n+2$ يقبل القسمة على 11

التمرين 04:دورة جوان 2012الموضوع (2)

نسمي(S) الجملة التالية : $\begin{cases}x\equiv3[15]\\x\equiv6[7]\end{cases}$ حيث x عدد صحيح

1- بيّن أن العدد 153 حل للجملة(S).

2- إذا كان x_0 حلا لـ (S) ، بين أن: (x حلا لـ (S)) يكافئ $\left(\begin{cases} x-x_0 \equiv 0[5] \\ x-x_0 \equiv 0[7] \end{cases}\right)$

3- حل الجملة (S).

4- يريد مكتبي وضع عدد من الكتب في علب ، فإذا استعمل علبا تتسع لـ 15 كتابا بقي لديه 3 كتب و إذا استعمل علبا تتسع لـ 7 كتب بقي لديه 6 كتب.
إذا علمت أنّ عدد الكتب التي بحوزته محصورة بين 500 و600 كتابا ، ماعدد هذه الكتب ؟.

التمرين 05:دورة جوان 2011الموضوع (2)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$

1-تحقق أن : $4 \equiv -3[7]$ ثم بيّن أن : $A_3 \equiv 6[7]$

2-أدرس،حسب قيم العدد الطبيعي n،بواقي قسمة 2^n و 3^n على 7

3- بيّن أنه إذا كان n فرديا فإن: $A_n + 1$ يقبل القسمة على 7.

واستنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد A_{2011} على 7.

4-ماهو باقي القسمة الإقليدية للعدد د A_{1432} على 7.

التمرين 06:دورة جوان 2010الموضوع (1)

نعتبر العدد الطبيعي n الذي يكتب في نظام العد ذي الأساس 7 كمايلي :
$n = \overline{11\alpha00}$ حيث α عدد طبيعي .

1- عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 3 .

2- عين العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 5.

استنتج العدد α حتى يكون n قابلا للقسمة على 15.

3- نأخذ : $\alpha = 4$ أكتب العدد n في النظام العشري.

التمرين 07:دورة جوان 2010الموضوع (2)

1-عين، حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي قسمة 10^n على13

2- تحقق أن: $(10^{2008})^2 + 10^{2008} + 1 \equiv 0[13]$.

3-عين قيم العدد الطبيعي n بحيث : $10^{2n} + 10^n + 1 \equiv 0[13]$.

التمرين 08:دورة جوان 2009الموضوع (2)

1- حل المعادلة التفاضلية : $y' = (\ln 2)y$.

2-نسمي f الحل الخاص لهذه المعادلة الذي يحقق: $f(0) = 1$. عين عبارة $f(x)$.

3- n عدد طبيعي .

أ) أدرس بواقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2^n.

ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $4-f(2009)$.

4-أ)أحسب بدلالة n، المجموع $S_n = f(0)+f(1)+...f(n)$

ب)عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها S_n يقبل القسمة على 7

التمرين 09:دورة جوان 2008الموضوع (1)

n عدد طبيعي أكبر من 5 .

1- a و b عددان طبيعيان حيث: $a=n-2$ و $b = 2n+3$

أ-ماهي القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b

ب-بين لأن العددين a و b من مضاعفات 7 إذا وفقط إذا كان $n+5$ ضاعفا للعدد 7.

جـ-عين قيم n التي من أجلها $PGCD(a;b) = 7$.

2-نعتبر العددين الطبيعيين p و q حيث : $p=2n^2-7n-15$ و $q=n^2-7n+10$

أ- بيّن أن كل من العددين p و q يقبل القسمة على $n-5$

ب-عين تبعا لقيم n وبدلالة n، $PGCD(p;q)$.

شعبة :الرياضيات

التمرين 10:دورة جوان 2015الموضوع (1)

1--أ) عيّن حسب قيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 7.
ب) استنتج باقي القسمة الاقليدية للعدد : $2015^{53}+1954^{1962}+1962^{1954}$ على 7.
2-أ) بيّن أن العدد 89 أولي.
ب)عيّن كل القواسم الطبيعية للعدد 7832 .
جـ) بيّن أن العددين 981 و 977 أوليان فيما بينهما.
3) x و y عددان طبيعيان غير معدومين قاسماهما المشترك الأكبر هو 2.
عيّن x و y علما أن : $\begin{cases} x^2-y^2=31328 \\ x-y\equiv 8[22] \end{cases}$
4) a و b و c أعداد طبيعية غير معدومة حيث a أولي مع b و a أولي مع c.
أ) باستعمال مبرهنة بيزو ، برهن أن a أولي مع $c\times b$.
ب)باستعمال الاستدلال بالتراجع ،أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n
$PGCD(a;b^n)=1$ (يرمز PGCD إلى القاسم المشترك الأكبر)
جـ)استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 1962^{1954} و 1954^{1962}.

التمرين 11:دورة جوان 2014الموضوع (1)

1)نعتبر المعادلة $(E): 13x-7y=-1$ حيث x وy عددان صحيحان.
أ) أحسب $PGCD(2013;1962)$.   ب)استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلولا.
جـ)بيّن أنه إذا كان الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن $x\equiv 0[6]$.
د)استنتج حلاّ خاصا $(x_0;y_0)$ حيث $74\prec x_0\prec 80$ ثم حل المعادلة (E) .
2)نرمز بالرمز d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) .
أ) ماهي القيم الممكنة للعدد d.
ب)عيّن قيم العددين a و b حيث: $671a-654b=18$ و $PGCD(a;b)=18$.

التمرين 12:دورة جوان 2013الموضوع (1)

1. n عدد طبيعي .نعتبر العددين الصحيحين α و βحيث: $\alpha=2n^3-14n+2$ و $\beta=n+3$

أ-بيّن أن : $PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(\beta;10)$

ب-ما هي القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha;\beta)$.

جـ-عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $PGCD(\alpha;\beta)=5$

2.أ- ادرس، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 11

ب-عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة التالية: $\begin{cases} 4^{5n}+4^n+n\equiv 0[11] \\ n\equiv 2[10] \end{cases}$

التمرين 13: دورة جوان 2013 الموضوع (2)

1.أ-عيّن الأعداد الطبيعية n التي تحقق: $2n+27\equiv 0[n+1]$

ب- عيّن الثنائيات $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية ، حيث : $(b-a)(a+b)=24$

جـ- أستنتج طريقة لرسم قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{24}$.

2. α و β عددان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الاساس خمسة على الشكل

$\alpha=\overline{10141}$ و $\beta=\overline{3403}$.

أ- اكتب العددين α و β في النظام العشري.

ب-عيّن الثنائية $(a;b)$ من $\mathbb{N}^2$ حيث: $\begin{cases} b^2-a^2=24 \\ \alpha a-\beta b=9 \end{cases}$

3.أ-جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 2013 و1434 .

استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 671 و 478

ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $2013x-1434y=27$

التمرين 14: دورة جوان 2012 الموضوع (1)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية : $2011x-1432y=31....(1)$

1- أ-بيّن أن العدد 2011 أولي .

ب- باستعمال خوارزمية إقليدس ، عين حلا خاصا $(x_0;y_0)$ للمعادلة (1) ، ثم حل المعادلة (1).

2-أ-عيّن تبعا لقيم العدد الطبيعي n ، باقي القسمة الاقليدية للعدد 2^n على 7 ، ثم جد باقي القسمة الأقليدية للعدد $2011^{1432^{2012}}$ على 7.

ب-عيّن قيم العدد الطبيعي n والتي من أجلها يكون $2010^n+2011^n+1432^n\equiv 0[7]$

N-3 عدد طبيعي يكتب $\overline{2\gamma\alpha\beta}$ في نظام التعداد الذي أساسه 9 حيث : α ، β و γ بهذا الترتيب تشكل حدودا لمتتالية حسابية متزايدة تماما و$(\beta;\gamma)$ حل للمعادلة (1).

عيّن α ، β و γ ثم أكتب N في النظام العشري.

التمرين 15:دورة جوان 2011الموضوع (1)

1)نعتبر المعادلة : $13x-7y=-1...(E)$ حيث x و y عددان صحيحان . حل المعادلة (E).

2)عيّن الأعداد الصحيحة النسبية a بحيث: $\begin{cases} a\equiv -1[7] \\ a\equiv 0[13] \end{cases}$

3) أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي قسمة 9^n على كلا من 7 و 13

4) ليكن العدد الطبيعي b المكتوب ، في نظام التعداد ذي الأساس 9 كمايلي : $\overline{\alpha 00\beta 086}$ حيث α و β عددان طبيعيان و $\alpha\neq 0$.

عيّن α و β حتى يكون b قابلا القسمة على 91.

التمرين 16:دورة جوان 2010الموضوع (1)

1-برهن أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$، العدد $3^{3n}-1$ يقبل القسمة على 13

2- أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يقبل كل من العددين

$3^{3n+1}-3$ و $3^{3n+2}-9$ القسمة على 13.

3-عيّن حسب قيم n باقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 13 واستنتج باقي قسمة 2005^{2010} على 13

4- نضع من أجل كل عدد طبيعي p : $A_p=3^p+3^{2p}+3^{3p}$

أ-من أجل $p=3n$، عيّن باقي القسمة الاقليدية للعدد A_p على 13

ب-برهن أنه من أجل $p=3n+1$، فإن A_p يقبل القسمة على 13

جـ-عيّن باقي القسمة الإقليدية لـ A_p على 13 من أجل $p=3n+2$

5- يكتب العددان a و b في نظام العدد ذي الاساس 3 كمايلي:

$a=\overline{1001001000}$ و $b=\overline{1000100010000}$

أ-تحقق أن a و b يكتبان على الشكل A_p في النظام العشري

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من a و b على 13.

التمرين 17:دورة جوان 2010الموضوع (2)

1- نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $7x+65y=2009....(1)$.

أ-بيّن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (1) فإن y مضاعف للعدد 7.

ب- حل المعادلة (1).

2- أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 9 .

3-عيّن قيم العدد الطبيعي n ، بحيث يقبل العدد $2^{6n}+3n+2$ القسمة على 9.

4-نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n=2^{6n}-1$.

أ)تحقق أن u_n يقبل القسمة على 9.

ب)حل المعادلة: $(7u_1)x+(u_2)y=126567....(2)$ ذات المجهول $(x;y)$ حيث x وy عددان صحيحان.

جـ) عيّن الثنائية $(x_0;y_0)$ حل المعادلة (2) حيث x_0 و y_0 عددان صحيحان و $y_0\geq 25$.

التمرين 18:دورة جوان 2009الموضوع (1)

x عدد طبيعي أكبر تماما من 1و y عدد طبيعي .

A عددطبيعي يكتب في النظام ذي الاساس x بالشكل: $A=\overline{5566}$

1-أ- أنشر العبارة $(5x^2+6)(x+1)$ ثم أوجد علاقة تربط بين x و y

إذ علمت أن: $A=(5x^2+6)(2+2y)$.

ب- أحسب x و y إذا علمت أن x أولي و أصغر من 12.

ثم أكتب تبعا لذلك العدد A في نظام التعداد العشري.

2-أ- عين الاعداد الطبيعية التي مربعاتها تقسم العدد 584.

ب- عين الأعداد الطبيعية a و b حيث $a \succ b$ التي تحقق: $\begin{cases} a+b=32 \\ a^2+b^2=584 \end{cases}$

التمرين 19:دورة جوان 2009الموضوع (2)

نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $3x-21y=78....(E)$

1-أ)بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) أثبت أنه إذا كانت الثنائية$(x;y)$من$\mathbb{Z}^2$ حلا للمعالدلة (E) فإن $x\equiv 5[7]$.

استنتج حلول المعادلة (E).

2-أ- أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ،بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^nعلى 7 .

ب-عيّن الثنائيات$(x;y)$من$\mathbb{Z}^2$ حلول المعالدلة (E) وتحقق $5^x+5^y\equiv 3[7]$

الجـــزء الثاني:بكالوريات النظام االقديم

التمرين 20:دورة جوان 1997ع.دقيقة

1)جد القاسم المشترك الأكبرللأعداد:2490، 32785 و2905

2) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $7x+6y=79$ (لاحظ 79=7+72)

3)اشترى نادي كرة يد ملابس رياضية للاعبيه ، إذا علمنا أن ثمن بذلة اللاعب هو2905 دج وثمن بذلة اللاعبة هو2490 دج وعلمنا ان النادي دفع في المجموع 32785 دج

ما هو عدد اللاعبين واللاعبات؟.

التمرين 21:دورة جوان 2001ع. طبيعية

1) أثبت أن العددين 993 ، 170 أوليان فيما بينهما.

1- نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة(1) ذات المجهولين x و y حيث : $993x-170y=143....(1)$

أ-عين الحل الخاص $(x_0;y_0)$ للمعادلة(1)حيث: $x_0+y_0=6$

ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1)

3)جد أصغرعدد طبيعيA بحيث يكون باقي قسمة$(A-1)$على كل من العددين 1986 و340 هو 14و300 على التوالي

التمرين 22:دورة جوان 1998ع. طبيعية

1)عين مجموعة الأعداد الصحيحة x بحيث: $3x-5\equiv 0[11]$

2) نعتبرفي $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $3x-11y=5....(1)$

• حل هذه المعادلة (يمكن استعمال نتيجة السؤال الأول) .

3) ليكن d هو القاسم المشترك الأكبرللعددين الطبيعيين غيرالمعدومين x وy

ماهي القيم الممكنة للعدد d إذاكان $(x;y)$ حلاً للمعادلة (1)

4)عين الثنائيات$(x;y)$من $\mathbb{Z}^2$حلول المعادلة(1)حيث: $d=5$

التمرين 23:دورة جوان 2008ع. طبيعية

لتكن في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $13x-11y=23....(1)$

1-عين حلا خاصا $(x_0;y_0)$ للمعادلة(1) حيث: $x_0-y_0=1$ - إستنتج مجموعة حلول المعادلة (1).

-عين الثنائيات$(x;y)$حلول (1)بحيث يكون: $-10\prec x\prec 40$

2-نفرض أن x وy موجبان و d قاسمهما المشترك الأكبر - ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟.

-عين الثنائيات$(x;y)$حلول المعادلة (1)بحيث يكون:d=23

- أستنتج عندئذ الثنائية$(x;y)$ التي يأخذ من أجلها العدد x أصغر قيمة.

التمرين 24:دورة جوان 1995ع. طبيعية

أ- حلل العدد 1995 إلى جداء عوامل أولية .

ب- عيّن كل الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^2$ حيث: $x+7y=1995$ و $PGCD(x;y)=19$

التمرين 25:دورة جوان 1996ع. دقيقة

a، b و c أعداد طبيعية حيث : $1\leq a\leq b\leq c$.

عيّن a، b و c والجداء abc علما أنّ في النظام ذي الأساس a يكون $b+c=\overline{46}$ و $bc=\overline{555}$.

التمرين 26:دورة جوان 1997ع. دقيقة

1)عين القاسم المشترك الأكبر للإداد 1996 ، 1497و2994

2) لتكن المعادلة $1996x-1497y=3994....(1)$ حيث x و y عددان صحيحان.

-أثبت أن x مضاعف للعدد 3 و y مضاعف للعدد 2، ثم عين حلول المعادلة (1).

-عين الحلول $(x;y)$ للمادلة (1) بحيث يكون: $x.y=1950$

التمرين 27:دورة جوان 1992ع. دقيقة

1)أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1885 و 580

2) α عدد صحيح .نعتبر المعادلة $1885x-580y=\alpha..(1)$

- أوجد الشرط اللازم والكافي الذي يحققه α حتى تقبل المعادلة (1) حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

3) نفرض أن : $\alpha=1305$ - حل المعادلة (1). -أوجد الحلول $(x;y)$ بحيث يكون x قاسما للعدد y.

التمرين 28:دورة جوان 1992ع. دقيقة

1)حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $18x+4y=84$.

ماهي الحلول $(x;y)$ لهذه المعادلة التي تحقق $x.y\succ 0$

2) n عدد طبيعي يكتب $\overline{30\alpha\beta\gamma}$ في النظام ذي الاساس 5 ويكتب $\overline{55\alpha\beta}$ في النظام ذي الاساس 7.

عيّن الاعداد الطبيعية α، β و γ ثم اكتب n في النظام العشري

التمرين 29:دورة جوان 1990ع. دقيقة

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $5x-6y=3....(1)$.

1)أثبت أنه إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة(1)فإن x مضاعف لـ3 ثم استنتج حلا خاصا للمعادلة (1).

2)حل المعادلة (1) ثم استنتج حلول الجملةالتالية $\begin{cases} x\equiv -1[6] \\ x\equiv -4[5] \end{cases}$

3) من بين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ التي هي حلول للمعادلة(1)

ما هي الثنائيات $(x;y)$ التي تحقق $(x^2-y^2)\prec 56$.

التمرين 30:دورة جوان 1996ع. دقيقة

1) x و y عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما .أثبت أن العددين $(x+y)$، xy أوليان فيما بينهما
2) α، βعددان طبيعيان أوليان فيما بينهما . عين α، βحتى يكون : $15\alpha^2 - 229\beta = 30\beta$
3) x و y عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما .
عين مجموعة الثنائيات$(x;y)$ التي تحقق:$15(x^2+y^2) = 229(x+y)$

التمرين 31:دورة جوان 1997ع. دقيقة

1)حل في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول$(x';y')$: $9x'-14y'=13$ علماً أنّ $(3,1)$ حلا لها .
2) نعتبر $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $45x-28y=130$
أ) بيّن أنه إذا كان$(x;y)$حلا لهذه المعادلة فإن x مضاعف للعدد 2 و y مضاعف للعدد 5 .
ب) حل هذه المعادلة .
3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{2\alpha\alpha3}$ في نظام تعداد أساسه 9 و$\overline{5\beta\beta6}$ في نظام تعداد أساسه 7 .
عين α و β ثم أكتب N في النظام العشري

التمرين 32:دورة جوان 2005ع. دقيقة

α وβعددان حيث:$\alpha=n^2+n$ و $\beta=n+2$حيث$n\in\mathbb{N}$
1-أ)برهن أن: $PGCD(\alpha;\beta)=PGCD(\beta;n)$
ب) استنتج القيم الممكنة للعدد $PGCD(\alpha;\beta)$
2- a وbعددان طبيعيان يكتبان في نظام التعداد ذي الأساس n كما يلي: $a=\overline{3520}$ و $b=\overline{384}$
أ) برهن أن العدد $3n+2$ هو قاسم مشترك للعددين a و b
ب)استنتج تبعا لقيم n أن: $PGCD(a;b)=3n+2$ أو $PGCD(a;b)=2(3n+2)$
جـ)عينα و β إذا علمت أن : $PGCD(a;b)=41$.

التمرين 33:دورة جوان 2007ع. دقيقة

n عدد طبيعي حيث $n\succ2$.نعتبر الأعداد الطبيعية : $a=2n+1$، $b=4n+3$، $c=2n+3$
1)أثبت أن العددين a و b أوليان فيما بينهما و استنتج أن الأعداد a ، b ، c أولية فيما بينها.
2)عين تبعا لقيم n قيمة القاسم المشترك الأكبر للعددين b وc
عين قيمة n بحيث يكون : $PGCD(b,c)=3$ و $PPCM(b,c)=1305$
3)اكتب b^2 في نظام أساسه a .

الجــــزء الثالث:بكالوريات اجنبية

التمرين 34:دورة 2003 أسيا

1. أ) n عدد طبيعي ، انشر العبارة $n+3 \quad 3n^2-9n+16$ ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، يكون العدد $3n^3-11n+48$ قابلا القسمة على $n+3$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $3n^2-9n+16$ هو عدد طبيعي غير معدوم .

2. بيّن أنه من أجل كل الأعداد الطبيعية غير المعدومة a ، b و c تكون المساواة التالية صحيحة: $PGCD \ a;b \ = PGCD \ bc-a;b$

3. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي اكبر من او يساوي 2.، تكون المساواة التالية صحيحة :

$$PGCD \ 3n^3-11n;n+3 \ = PGCD \ 48;n+3$$

4. أ) عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 48

ب) استنتج مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $A=\frac{3n^3-11n}{n+3}$ عددا طبيعيا

التمرين 35:دورة 2005 لبنان

1. نعتبر المعادلة (E) : $109x-226y=1$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ) عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 109 و 226 .ماذا يمكن استنتاجه فيما يخص المعادلة (E) ؟

ب) برهن أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي مجموعة الثنائيات من الشكل $(141+226k;68+109k)$ ، حيث k عدد صحيح .

ج) استنتج أنه يوجد عدد طبيعي وحيد غير معدوم d أصغر من أو يساوي 226؛ ويوجد عدد طبيعي وحيد غير معدوم e يحقق $109d=1+226e$ (يطلب تعيين قيمتي d و e).

2. . برهن أن 227 عدد أوّلي .

3. نسمي A مجموعة الأعداد الطبيعية a حيث $a\leq 226$.نعتبر الدالتين f و g للمجموعة A في نفسها f ترفق بكل عددa، باقي قسمة a^{109} على 227 ؛ g ترفق بكل عددa، باقي قسمة a^{141} على 227 .

أ) تحقق من أنّ $g[f(0)]=0$.

ب) برهن أنه من أجل كل $a\in A-\{0\}$ ، $a^{226}\equiv 1[227]$.

ج) استنتج من 1.

ب) أنه من أجل كل $a\in A-\{0\}$ ، $g[f(a)]=a$. ما القول عن $g[f(a)]=a$؟.

التمرين 36:دورة 1981 فرنسا

a عدد طبيعي غير معدوم .نعتبر العددين a و b حيث : $a=11n+3$ و $b=13n-1$

1) برهن أن كل قاسم مشترك للعددين a و b هو قاسم أيضا للعدد 50

2) حل في $\mathbb{N}^2$ المعادلة: $50x-11y=3$

3) استنتج قيم n التي يكون من أجلها يكون 50 القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b

عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون 25 القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b

التمرين 37:دورة 2008 رياضيات-(تونس)

1) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $3x-8y=5$........(E) برهن أن مجموعة حلول المعادلة (E) هي مجموعة الثنائيات من الشكل $(8k-1;3k-1)$ ، حيث k عدد صحيح .

2-أ) n،x وy ثلاثة أعداد صحيحة بحيث: $\begin{cases} n=3x+2 \\ n=8y+7 \end{cases}$ برهن أن الثنائية (x,y) حل للمعادلة (E)

ب)نعتبر الجملة (S) : $\begin{cases} n\equiv 2[3] \\ n\equiv 7[8] \end{cases}$ حيث n عدد صحيح

برهن أن n حل للجملة (S) إذا وفقط إذا كان $n\equiv 23[24]$

3-أ) k عدد طبيعي . برهن أن باقي قسمة 2^{2k} على العدد 3 هو باقي قسمة 7^{2k} على العدد 8

ب)تحقق أن 1991 حل للجملة (S) وبيّن أن العدد الطبيعي $1991^{2008}-1$ يقبل القسمة على 24.

التمرين 38:دورة 2008 علوم -تونس

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x وy حيث $11x-5y=2$.

ا- تأكد أن الثنائية $(2;4)$ حلا للمعادلة (E).

ب- أثبت أن الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كان: $11(x-2)=5(y-4)$.

جـ-استنتج حلول المعادلة (E).

2) ليكن n عدد طبيعي غير معدوم . نضع: $a=5n+2$ و $b=7n+5$.

أ-احسب $5b-7a$ ثم استنتج أن $PGCD(a;b)=1$ أو $PGCD(a;b)=11$.

ب-عيّن ، باستعمال السؤال (1) ، الأعداد الطبيعية n بحيث يكون: $PGCD(a;b)=11$