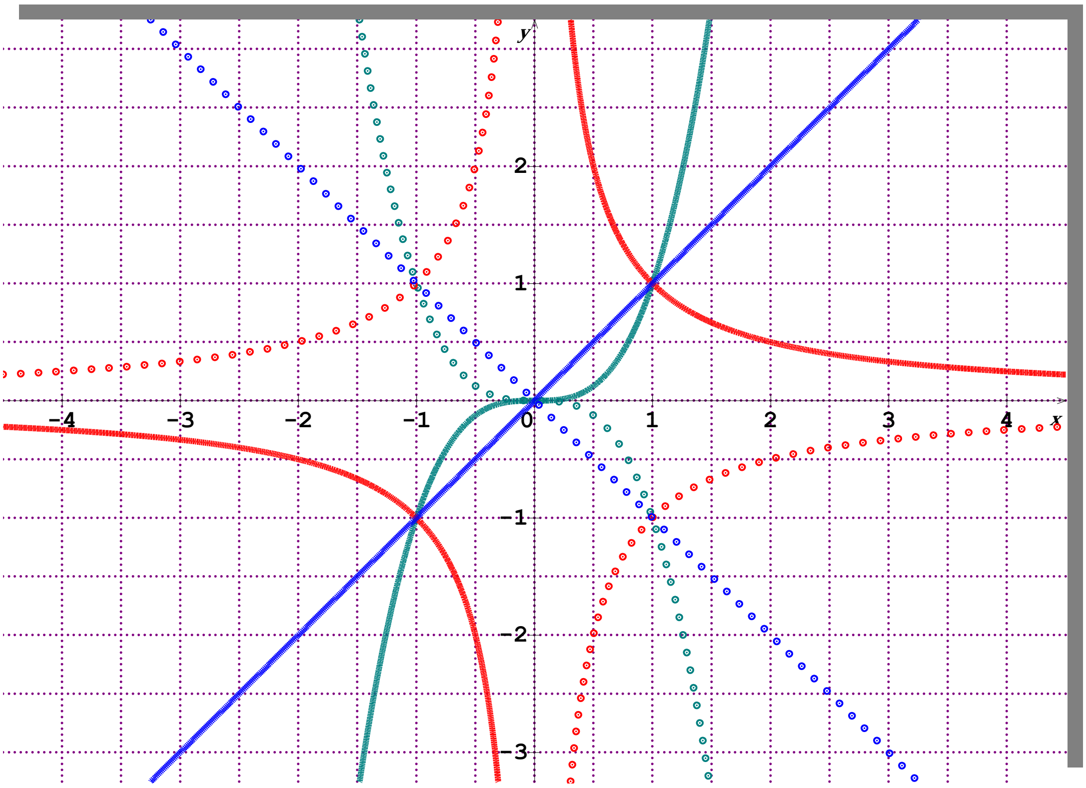
مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الدوال العددية في البكالوريا بين يديك

الشعب

علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات



2019-2018

مجلة الرائد في الرياضيات

****

تمارين الدوال العددية في البكالوريا بين يديك

الشعب

علوم تجريبية+تقني رياضي+رياضيات

****

الجزء الاول: تدريبات متنوعة

الجزء الثاني: تمارين البكالوريات من 2008 -2018

العلوم التجريبية+تقني رياضي

1)المواضيع 2)الحلول

الجزء الثالث: تمارين البكالوريات النظام القديم

الجزء الرابع: تمارين مقترحة

****

2019-2018

الجزء الأول: تدريبيـــات متنوعة

التمريـــــن01

احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها ،ثم فسر النتائج هندسيا في كل حالة

1) $f(x)=\frac{x^2+5x+2}{x^2-4}$ $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ ، 2) $f(x)=\frac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$ $\mathbb{R}-\{2\}$

3) $f(x)=\frac{4x-8}{x^2-4x-5}$ $\mathbb{R}-\{-1;5\}$ ، 4) $f(x)=x+1+\frac{1}{1-x}$ $\mathbb{R}-\{1\}$

5) $f(x)=\sqrt{\frac{x}{x-1}}$ $]-\infty;0]\cup]2,+\infty[$ ، 6) $f(x)=1+\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ $]-\infty-1[\cup]1,+\infty[$

التمريـــــن02

احسب النهايات التالية باستعمال طريقة مناسبة.

1) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2-3x+2}{x^3-1}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x^2+1})$ ، 3) $\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$ ، 5) $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+4x+3}-2x)$

التمريـــــن03

اليك جدول تغيرات الدالة العددية f والمعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ و اليكن (C_f) تمثيلها البياني

x	$-\infty$		-1		1		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	‖	−		−	0	+	
$f(x)$	-2019	↗	0	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↘	-2	↗	-1

من خلال قراءتك لجدول التغيرات اجب عن مايلي:

1) احسب نهايات الدالة f على أطراف مجال التعريف، ثم اكتب معادلات المستقيمات المقاربة لـ C_f

2) حدّد اتجاه تغير الدالة f

3) عيّن حلول المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على مجالي تعريفها.

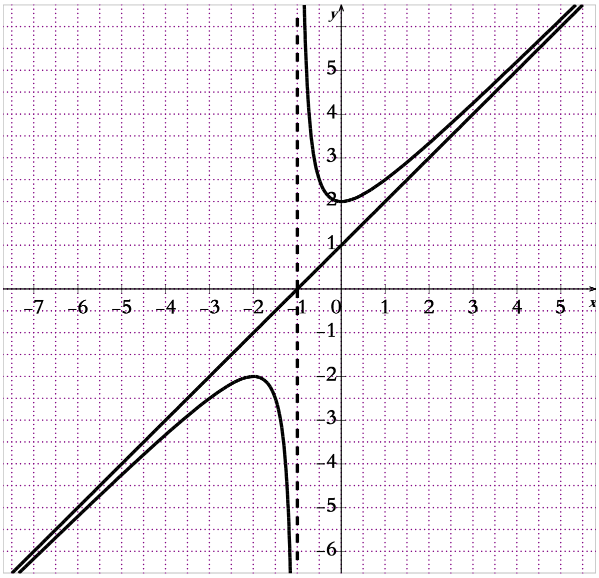
4) g دالة معرفة بـ: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$

أ) عيّن مجموعة تعريف g

ب) حدد اتجاه تغير الدالة g، ثم ارسم جدول تغيراتها.

التمريـــــــن04

في الشكل المقابل (C)هو منحنى لدالة f .



1) بقراءة بيانية ، عيّن :

أ)D مجموعة التعريف الدالة f.ثم نمايات fعند أطراف D

ب)المستقيمات المقاربة لـ(C) ومعادلاتها.

جـ)الوضع النسبي لـ(C)والمستقيم المقارب المائل

د)إشارة $f(x)$.

2) g دالة معرفة بـ: $g(x)=\sqrt{f(x)}$

أ)بين أن مجموعة تعريف g هي: $]-1;+\infty[$

ب)أوجد نماية g عند -1 وعند $+\infty$

جـ) أحسب $g(0)$،ثم شكل جدول تغيرات الدالة g

3) أرسم منحنى كلا من الدوال التالية إنطلاقا من المنحني C_f.

$R(x)=f(-x)$ ، $H(x)=-f(x)$ ، $K(x)=f(x-1)+1$ ، $T(x)=f(|x|)$ و $P(x)=|f(x)|$

التمريـــــــن05

f دالة عددية معرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x-\sin x}{x-1}$

أ- بيّن أن $\dfrac{2x+1}{x-1}\leq f(x)\leq\dfrac{2x-1}{x-1}$ من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$

- عين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب- بالاعتماد على النهاية الشهيرة : $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{x}=1$ ،بيّن أن: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{x}=-1$.

جـ- بين أن: $\lim\limits_{\substack{x\to1\\>}} f(x)=+\infty$ ما ذا تستنتج بالنسبة لمنحنى الدالة f؟.

التمريـــــــن06

1-أ) من أجل كل $x>3$ ، قارنْ بين $\sqrt{x^2-3x}$ و $2x$.

ب) استنتج حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-3x}-4x)$ مستخدما نظريّة الحد من الأعلى.

2-أ)من أجل كل $x>0$ ، قارنْ بين $\sqrt{9x^2+x+1}$ و $3x$.

ب)استنتج حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{9x^2+x+1}-2x)$ مستخد ما نظريّة الحد من الأسفل

التمريـــــن07

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\sqrt{x^2+5}$ وليكن C_f منحنيها البياني.

1) باستعمال المرافق ، احسب : $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$.

2) ماذا تعني النتيجة السابقة بالنسبة للدالة f؟ فسّر ذلك بيانيًا.

3) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=2x$ تقبل حلاّ وحيداً α في المجال $]1;2[$.

التمريـــــن08

f دالة معرفة $\mathbb{R}$ كمايلي :
$$\begin{cases} f(x)=x^2-1 \;;\; x<1 \\ f(x)=\dfrac{1}{x}-1;\; x\geq 1 \end{cases}$$

1) أدرس استمرارية f عند 1. ثم أدرس استمرارية f على $\mathbb{R}$.

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

التمريـــــن09

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كمايلي:
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x^2-\alpha+3}{x} : x\leq 2 \\ f(x)=x^2+2x-\alpha : x>2 \end{cases}$$

عين قيمة α بحيث تكون f مستمرة عند2.

التمريـــــن10

f دالة معرفة ومستمرة وقابلة للإشتقاق على كلا من $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$ جدول تغيراتها التالي:

x	$-\infty$	0	2	2	3	$+\infty$
$f(x)$	4 ↘	1	↗ $+\infty$	$+\infty$ ↘	0	↘ -2

واليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1-أ) فسر بيانيا كل نهاية لـ f،عيّن نهاية $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$ عند $+\infty$.

ب) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=\dfrac{1}{2}$ تقبل حلا وحيدا على $[2;3]$.

2-) g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بالشكل : $g(x)=\dfrac{1}{f(x)};x\neq 2$ و $g(2)=0$

أ) بيّن أن g مستمرة عند العدد 2 .

ب)عين نهايات الدالة g عند $+\infty$، $-\infty$ و3. ثم شكل جدول تغيرات الدالة g.

التمريـــــن11

I- f دالة كثيرة حدود معرفة بـ: $f(x)=2x^{3}-3x^{2}-1$

1) برر استمرارية الدالة f على $\mathbb{R}$.

2) ادرس اتجاه تغيرات f ثم شكل جدول تغيراتها.

3)أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $]1;2[$ ثم عين حصرا للعدد α سعته 10^{-1}

4)استنتج حسب قيم x اشارة $f(x)$

II- g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=\frac{1}{2}x^{4}-x^{3}-x$

1) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g'(x)=f(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات g .

2) بيّن أ ن $g(\alpha)=-\frac{1}{4}(\alpha^{2}+3)\alpha$ ثم جد حصرا للعدد $g(\alpha)$

3)استنتج عدد حلول المعادلة $g(x)=0$

التمريـــــن12

أجب إما بصحيح وإما بخطأ مع التعليل.

I- لتكن f الدالة المعرفة بجدول تغيراتها التالي :

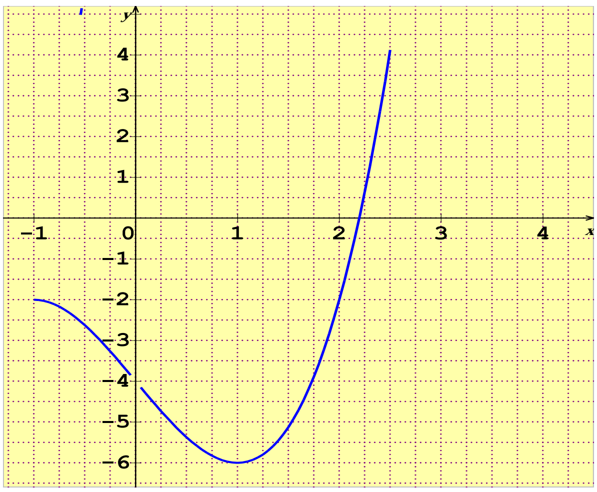
x	$-\infty$		-2		0		1		2		4		$+\infty$
$f(x)$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1

1) المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا واحدا.

2) المعادلة $f(x)=-3$ تقبل حلا واحدا.

3)صورة المجال $[0;4]$بالدالة f هو المجال $[0;+\infty[$

التمريـــــن13



(C_{g})المقابل هو المثيل البياني لدالة عددية g

معرفة على المجال$]-1,+\infty[$ بـ: $g(x)=ax^{3}+bx+c$

1) من البيان جد كلا من: $g(0)$، $g(1)$ و $g'(1)$

ثم عين الأعداد الحقيقية a ، b وc

2)بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g

3) بين أن المعادلة: $x^{3}-3x-4=0$ تقبل حلا

وحيدا α حيث $\alpha\in]2;2,25[$ استنتج اشارة $g(x)$

الجزء الثاني: تمارين البكالوريا

العلوم التجريبية

التمريـــــن 14 دورة 2014

I-لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ)احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب)ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 \prec \alpha \prec 0,8$.

ب)استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II-نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ).

3) أ) بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكل جدول تغيرات الدالة f (نأخذ $f(\alpha)\approx-0,1$).

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

6) لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

ب) أستنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ (C_h).

التمريـــــن 15 دورة 2009

I) f دالة معرّفة على المجال $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامدومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ كما هو مبين في الشكل

1) أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I

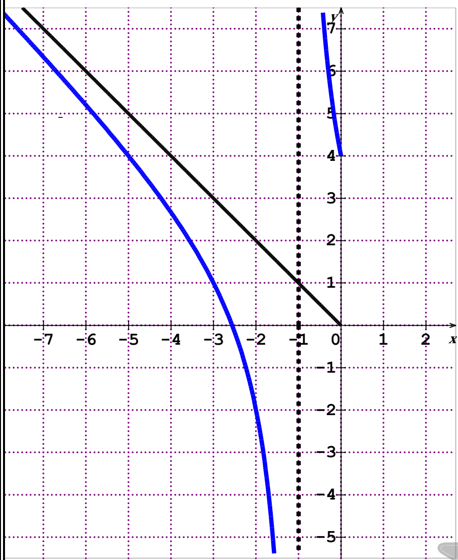
ب) بقراءة بيانية ودون دراسة اتجاه f شكل جدول تغيراتها.

2) g دالة معرّفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x+\frac{4}{x+1}$ و (C_g) تمثيلها البياني

أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.

جـ) أدرس تغيرات g.



II) k دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $k(x)=|x|+\frac{4}{x+1}$

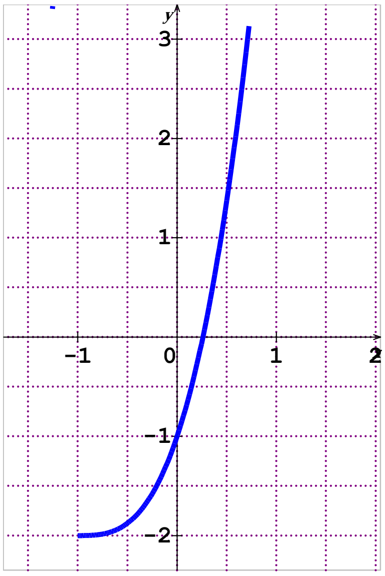
1) أ) أحسب $\lim\limits_{h\xrightarrow{>}0}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{h\xrightarrow{<}0}\frac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج

ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) أكتب معادلتي نصفي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1) و (Δ_2) و (C_k)

التمريـــــــن16 دورة 2008



المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على: $I=]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$

1-أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g وحدّد $g(0)$ وإشارة $g(0,5)$

ب) علّل وجود عدد حقيقي $\alpha\in]0;0,5[$ يحقق: $g(\alpha)=0$

جـ) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I

2) f دالة معرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ و (Γ) تمثيلها

أ) تحقق أنه من أجل كل $x\in I$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^3}$

ب) عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا.

جـ) جد $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ فسر النتيجتين بيانيا . د) شكل جدول تغيرات f

3) نأخذ: $\alpha=0,26$. أ) عين مدور $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} . ب) أرسم المنحنى (Γ) .

تقني رياضي

التمرين17 دورة 2017

I-نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=x^{3}+6x+12$

1- أدرس إتجاه تغير الدالة g.

2- بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $]-1,48;-1,47[$، ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{x^{3}-6}{x^{2}+2}$.

و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1-أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^{2}+2)^{2}}$،

ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتا.

2-أ) بيّن أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة المستقيم (Δ).

3-بيّن أن: $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4-ارسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f).

التمرين18 دورة 2009

f دالة معرّفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$ و(C_f) منحنى f في معلم متعامد ومتجانس

1) أدرس تغيرات الدالة f.

2-أ) بين أن (C_f) يقبل مقاربين أحدهما (D): $y=x$.

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و(D).

3-أ)بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث $1,3\prec x_0\prec1,4$.

ب) أكتب معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور التراتيب.

جـ)أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم.

4) g دالة معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=|f(x)|$ واليكن (C_g) منحنى الدالة g في نفس المعلم

أ)بين كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه.

ب)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد واشارة حلول المعادلة: $g(x)=m^{2}$

التمرين19 دورة 2010

f دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بيّن أن f دالة فردية.

2) اثبت أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=1+\frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

3) ادرس تغيرات الدالة f.

4) اكتب معادلة للماس (T) لـ (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

5) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (T) واستنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

6) بيّن أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+1$ مقارب لـ (C_f) في جوار $+\infty$

ثم استنتج معادلة (D') المستقيم المقارب الآخر

7) أرسم (D) و (D') و (C_f) في المعلم السابق.

8) g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=|x|\left(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)$

أ) بيّن أن الدالة g زوجية.

ب) إنطلاقا من (C_f) أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

الجزء الثالث: بكالوريا النظام القديم

التمرين20 دورة 1997 حطج ش

1) لتكن الدالة العددية f والمعرفة $\mathbb{R}-\{-1\}$ كمايلي: $f(x)=2x+3-\dfrac{1}{(x+1)^2}$

نسمي (C) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

- بين أن أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-1\}$ ، $f'(x)=\dfrac{2(x+2)(x^2+x+1)}{(x+1)^3}$
- أدرس تغيرات الدالة f.
- أكتب معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمنحنى (C)
- بين أن المنحنى (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $x_0\in\left]-\frac{3}{8};-\frac{1}{4}\right[$
- أكتب معادلة مماس المنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 0.
- أرسم المنحنى (C)

2) mعدد حقيقي . أستعمل المنحنى (C) لدراسة قيم m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x: $2x^3+(7-m)x^2+2(4-m)x+2-m=0$

التمرين21 دورة 1997 حطج ج

لتكن الدالة العددية f والمعرفة $\mathbb{R}-\{-1\}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)عيّن الأعداد الحقيقية α ،β ،γ بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1\}$.

$$f(x)=\alpha x+\frac{\beta}{(x+1)}+\frac{\gamma}{(x+1)^2}$$

2)أدرس تغيرات الدالة f.

3)عيّن المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f).

أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لمستقيمه المقارب المائل.

أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل

4)أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) في النقطة التي فاصلتها 1.

5)أنشئ المماس والمنحنى (C_f)

الجزء الرابع: مقترحات متنوعة

التمريـــــــن22

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=-x+\dfrac{x-2}{x^2+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن $f'(x)=\dfrac{-x(x-1)(x^2+x+4)}{(x^2+1)^2}$.

3) استنتج اتجاه تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المستقيم $(D): y=-x$ مقارب مائل لـ (C_f) ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D)

5) عين معادلة المماس لـ (C_f) عن النقطة التي فاصلتها -1، ثم استنتج قيمة تقريبية لـ $f(-1.25)$.

6) أرسم (D) و (C_f).

7) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ و (C_g) تمثيلها البياني . إذا علمت أن (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\binom{-1}{1}$ عين عبارة $g(x)$ ثم أرسم (C_g).

التمريـــــــن23

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x-2}$ و (C_f) تمثيلها البياني.

1) عين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث يكون لـ (C_f) مستقيم مقارب معادلته: $y=x-3$ ويقبل قيمة حدية عند النقطة التي فاصلتها 3 .

2) أدرس تغيرات الدالة f.

3) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (D_1) و (D_2) معامل توجيه كل منهما (-3)، يطلب إعطاء إحداثيات نقطتي التماس M_1 و M_2 ومعادلتي المماسين (D_1) و (D_2)

4) أرسم بدقة المماسين (D_1) و (D_2) ثم المنحنى (C_f).

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)+3x-m=0$

6) f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ: $g(x)=f(|x|)$

أ) بين أن الدالة زوجية.

ب) أدرس قابلية إشتقاق g عند 0

ج) بين أنه يمكن إنشاء (C_g) منحنى g إنطلاقا من (C_f) ، ثم أرسم (C_g) في نفس المعلم السابق.

التمريـــــن24

I - g دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3-3x-3$ يرمز (C_g) إلى منحنيها البياني

1) ادرس تغيّرات الدالةg .

2) أثبت أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً α من المجال $]2,1;2,2[$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

3) x عدد حقيقي كيفي من $\mathbb{R}$؛ احسب $g(-x)+g(x)$، ثم فسّر النتيجة بيانيّا .

II- f دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;+1\}$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x^3+3}{x^2-1}$ يرمز (C_f) إلى منحنيها البياني

1)بيّن- من أجل كلx من $\mathbb{R}-\{-1;+1\}$: $f'(x)=\dfrac{2x.g(x)}{(x^2-1)^2}$

2)ادرس تغيّرات الدالةf .

3)أثبت أنّ $f(\alpha)=3\alpha$ ، و استنتج حصرا لـ$f(\alpha)$.

4)برهن أنّ المستقيم(Δ)ذا المعادلة $y=2x$ مقارب مائل لـ (C_f)

-ادرس وضعيّة (C_f)بالنسبة إلى (Δ)

5)بيّن أنه يوجد مماسان لـ (C_f) يوازيان (Δ).(يطلب إعطاء فاصلتيْ نقطتيْ التّماس فقط).

6)أنشئ المنحني (C_f).

7)ناقش بيانيّا ، حسب قيم الوسيط الحقيقيm ، عدد و إشارة حلول المعادلة :

$2x^3-mx^2+m+3=0$.

III- h دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;+1\}$ بـ : $h(x)=\dfrac{2|x|^3+3}{x^2-1}$

1)أثبت أنّh دالة زوجيّة.

2)بيّن أنه يمكن استنتاج (C_h) من (C_f)، ثم أنشئه في نفس المعلم.

التمريـــــن25

f دالة معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $f(x)=|x+1|+\dfrac{x}{x^2-1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1.أ)احسب النهايات عند أطراف مجال التعريف.

ب) اكتب $f(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

2.أ) احسب $f'(x)$ و ادرس إشارته .

ب) شكّل جدول تغيّرات الدالة f .

3.أ) بيّن أن المستقيمين $(\Delta): y=x+1$ و $(\Delta'): y=-x-1$ مقاربان للمنحني (C_f).

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى كلٍّ من (Δ) و (Δ').

جـ) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتيْن

إحداهما فاصلتها α في المجال $]0,5;1[$، و الثانية فاصلتها β في المجال $]-2;-1,5[$.

د) أنشئ المنحني (C_f).

4. يُعطى المستقيم (D_m) ذو المعادلة $y=mx+1$، حيث m وسيط حقيقي.

ا) بيّن أنه عندما يتغيّر m في $\mathbb{R}$ ، فإنّ (D_m) يدور حول نقطة يطلب تعيينها.

ب)ناقش بيانيّا ،حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة $|x+1|+\dfrac{x}{x^2-1}-mx=1$.

التمريـــــن26

لتكن الدالة العدديّة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـِ : $f(x)=1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

يرمز (C_f) إلى منحنيها في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$؛ $[\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm]$.

1) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ ، ثمّ فسّر النتيجتيْن هندسيّا.

2) أثبت أنه ، مهما كان x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) x عدد حقيقي كيفي ؛ احسب $f(-x)+f(x)$، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا .

5) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

6) في هذا السؤال، نريد أن ندرس وضعيّة (C_f) بالنسبة إلى المماس (Δ):

ا- تحقق أنّ إشارة $f(x)-y$ هي من إشارة $-x$.

ب- ادرس وضعيّة (C_f) بالنسبة إلى المماس (Δ). ماذا تستنتج؟

7) ارسم المماس (Δ)، ثم المنحني (C_f).

8)ناقش بيانيّا،حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد و إشارة حلول المعادلة : $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=mx$.

التمريـــــــن27

I) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي: $g(x)=ax^3-3x+b$ و (C_g) هوتمثيلها البياني

1)عين العددين الحقيقين a، b علما أن (C_g) يقبل مماسا معادلة $y=-6$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

2) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيرات g

3)بين أن المعادلة: $x^3-3x-4=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha\in]2;2,25[$ ثم استنتج اشارة $g(x)$

II) f دالة معرّفة على $]-1;1[\cup]1,+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2(x+2)}{x^2-1}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني

1)احسب نهايات f عند حدود مجال التعريف

2-أ)بين أن f قابلة للاشتقاق على $]-1;1[\cup]1,+\infty[$، ثم احسب $f'(x)$

ب)تحقق أن $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2-1)^2}$ و استنتج إشارته، ثم ارسم جدول تغيرات f

3)بيّن أن: $f(\alpha)=\dfrac{3\alpha^2+10\alpha+8}{2\alpha+4}$، ثم عيّن حصرا لـ$f(\alpha)$

5)احسب $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(f(x)-(x+2))$ ، ثم استنتج أن (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يطلب تعين معادلة له

6)أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

7)أنشئ المنحنى (Δ) والمستقيم (C_f).

التمريـــــــن28

I- المنحنى (C_g) الموالي هو التمثيل البياني للدالة g

المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=x^3-3x+3$.

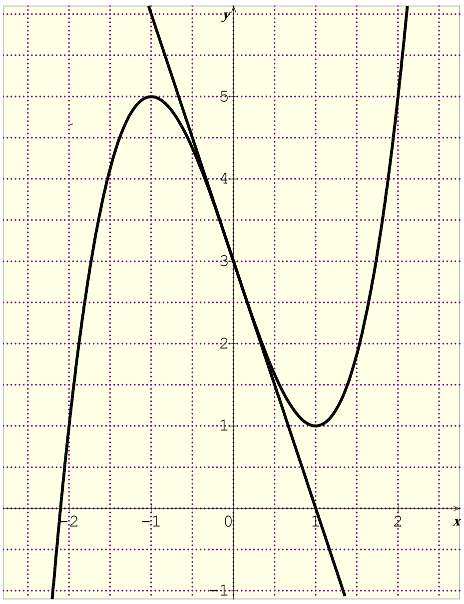
1. بقراءة بيانيّة:

ا)عيّن $g(-1)$؛ $g(1)$، $g'(0)$ و $g''(0)$

ب) شكّل جدول تغيّرات g.

2. بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً α

في المجال $]-2,2;-2,1[$، ثم استنتج إشارة $g(x)$.



II- f الدالةالمعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{1}{8}(-x^4+6x^2-12x)$

1.ا)بيّن أنه، من أجل كل عدد حقيقيx : $f'(x)=-\dfrac{1}{2}.g(x)$.

ب)استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ، و شكّل جدول تغيّراتها.

2. بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{3}{8}(\alpha^2-3\alpha)$ ، ثم احصر $f(\alpha)$.

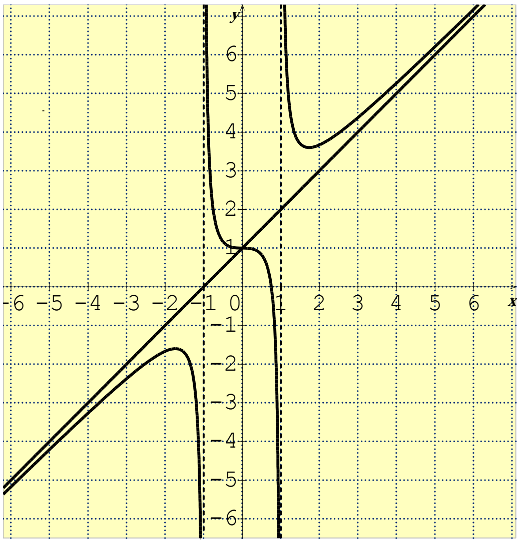
III- k الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x)=\frac{1}{8}(-x^4+6x^2-12|x|)$. وليكن (C_k) تمثيلها البياني

1.تحقق أنّ k زوجيّة.

2.دون دراسة تغيّرات k، استنتج جدول تغيّراتها.

3.هل k مستمرّة عند0؟ علّل إجابتك.

التمريـــــن29



المنحني C_f المقابل هو التمثيل البياني للدالة f المعرّفة

على $D=\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ : $f(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$

1) بقراءة بيانيّة:

-احسب النهايات على الأطراف المفتوحة من (D)،

- عيّن المستقيمات المقاربة.

2) تحقق حسابيا من نتائج السؤال السابق.

3) من أجل كل عدد حقيقي x من (D)، احسب $f'(x)$

ثمّ شكّل جدول تغيّرات الدالة f.

4) من أجل كل عدد حقيقي x من (D)

احسب $f(-x)+f(x)$، ثم فسّر النتيجة هندسيّا.

5) أرسم منحنى كلا من الدوال التالية إنطلاقا من المنحني C_f.

التمريـــــن30

fدالة عددية جدول تغيراتها التالي

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
f'(x)		+	0	−	‖	−	0	+	
f(x)	$-\infty$	↗	-2	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	0	↗	$+\infty$

نفرض أنf(x) تكتب على الشكل: $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$ حيث a ، b ، c أعداد حقيقية.

1) أحسب $f'(x)$.

2)اعتمادا على جدول التغيرات للدالة f:

أ) عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c

ب)عين $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} -1} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا.

جـ) قارن بين صورتي العددين $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بالدالة f معللا اجابتك.

3) نأخذ فيما يلي أن : $a=b=c=1$ و اليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

أ)بين أن عندما يؤول x إلى $(-\infty)$ و $(+\infty)$ فإن (C_f) يقبل مستقيم مقارب (Δ) معادلته $y=x+1$

ب) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للستقيم (Δ).

جـ) أثبت أن النقطة $\omega(-1;0)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

د) أرسم المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f) ثم أرسم المنحنى (C_f)

التمريـــــن31

I-نعتبر الدالة g المعرفة على $R-\{3\}$ بـِ : $g(x)=ax+b-\frac{1}{x-3}$

حيث a وb عددين حقيقيين و ليكن (C) تمثيلها البياني .

1)عين كل من a و b علما أن:

(C) يمر بالنقطة $A(2;1)$ ويقبل في هذه النقطة مماسا موازيا لحامل محور الفواصل.

2)بين أن النقطة $I(3;3a+b)$ مركز تناظر للمنحنى (C).

II- نعتبر الدالة f المعرفة على $R-\{3\}$ بـِ : $f(x)=\frac{-x^2+5x-7}{x-3}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1)بين أنه من أجل كل x من $R-\{3\}$ ، $f(x)=g(x)$.

2)أدرس تغيرات الدالة f.

3)احسب $\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-(-x+2)]$ ماذا تستنتج ؟

4)أدرس الوضع النسبي (C_f) والمستقيم المقارب المائل (Δ)

5)ارسم المستقيم (Δ) و المنحني (C_f).

6)بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما 3 .

7) باستعمال المنحنى (C_f) حدد حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة : $f(x)=3x+m$.

التمريـــــن32

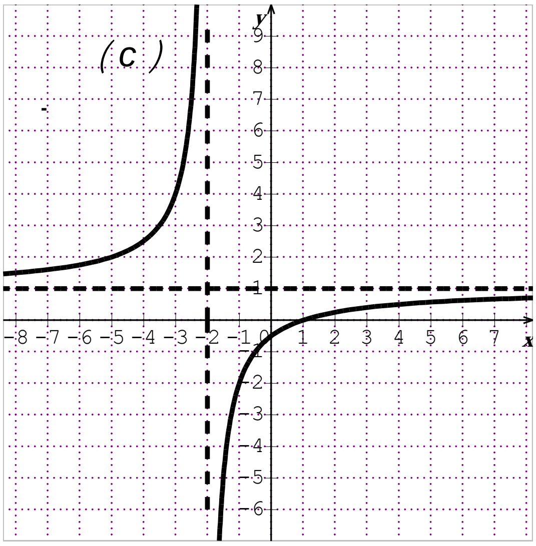
g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$، (c_g) التمثيل البياني في مستوى منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس(الشكل المقابل)

1. بقراءة بيانية :

أ . شكل جدول تغيرات g

ب. عين قيم x التي يكون من أجلها $0 \prec g(x) \prec 1$

جـ .حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x



2.f الدالة المعرفة على $[-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=g(x^2)$

أ. احسب $f(-2)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب. حدد اتجاه تغير الدالة f على $[-2;+\infty[$

شكل جدول تغيراتها ، ثم ارسم المنحنى (c_f)

التمريــــــن33

f دالة عددية معرفة على المجال $]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=|x|+\sqrt{x^2-1}$

واليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس شفعية الدالة f ثم احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$

2)بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x]=0$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند 1 من اليمين وفسر النتيجة بيانيا.

4)أدرس إتجاه تغير f على $[1;+\infty[$ ثم استنتج إتجاه تغيراتها على $]-\infty;-1]$ وشكل جدول تغيراتها

5)بين أن (C) يقطع المستقيم ذي المعادلة : $2y=5$ في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $1\prec\alpha\prec 2$

6) أرسم المستقيمات المقاربة والمنحنى (C) .