

الإشتقاقية

إعداد الأستاذة :
حمو أسماء

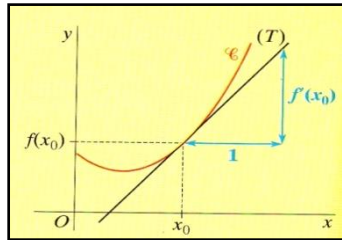
BAC 2015

معامل توجيه المستقيم (AB)

$$\text{هو } \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

لدراسة قابلية اشتقاق دالة f عند a ندرس نهاية النسبة $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ لما يؤول h إلى 0

التفسير الهندسي للعدد المشتق:



- ✓ إذا قبلت f الاشتقاق عند x_0 فإن (C) يقبل عند النقطة $A(x_0; f(x_0))$ مماسا (T) معامل توجيهه $f'(x_0)$ ومعادلته: $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$
- ✓ إذا كانت نهاية النسبة $\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ لما يؤول x إلى 0 غير منتهية فإن المنحني (C_f) يقبل عند النقطة ذات الفاصلة a مماسا موازيا لحامل محور الترتيب.
- ✓ إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = b$ و $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = c$ المنحني (C_f) يقبل عند النقطة $A(a; f(a))$ نصفي مماسين معاملات توجيههما b و c

المشتقات والعمليات على الدوال u و v دالتان قابلتان للاشتقاق على مجال I من \mathbb{R} و k عدد حقيقي.

مشتقات دوال مألوفة

الدالة	$u+v$	ku	uv	$\frac{1}{v}$	$\frac{u}{v}$	$u(ax+b)$	$v \circ u$
المشتقة	$u' + v'$	ku'	$u'v + v'u$	$-\frac{v'}{v^2}$	$\frac{u'v - v'u}{v^2}$	$au'(ax+b)$	$u' \times v' \circ u$

$f(x)$	$f'(x)$	مجالات قابلية الاشتقاق
k (حيث k ثابت حقيقي)	0	\mathbb{R}
x	1	\mathbb{R}
x^n ($n \in \mathbb{Z}$ و $n \geq 2$)	nx^{n-1}	\mathbb{R}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]0; +\infty[$ و $] -\infty; 0[$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0; +\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	\mathbb{R}
$\sin x$	$\cos x$	\mathbb{R}

حالات خاصة:

$$(u^n)' = nu'u^{n-1} *$$

$$\left(\frac{1}{u^n}\right)' = -\frac{nu'}{u^{n+1}} **$$

$$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} ***$$

مثال * الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ $f(x) = \sin(ax+b)$ قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ولدينا: $f'(x) = a \cos(ax+b)$

* الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ $g(x) = \cos(ax+b)$ قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} ولدينا: $g'(x) = -a \sin(ax+b)$

إذا انعدمت f'' عند القيمة a وغبرت من إشارتها فإن النقطة $A(a, f(a))$ تسمى نقطة انعطاف للمنحني (C)

إذا كانت f قابلة للإشتقاق على مجال I فإنها مستمرة على هذا المجال

التقريب التآلفي: من أجل h قريب من 0 نكتب عندئذ: $f(x+h) \approx f(x) + hf'(x)$

"غاليليو": (الطبيعة لا تجيب إلا عن الأسئلة المطروعة عليها بلغة رياضية).