اختبارالفصل الثاني في مادة الرياضيات

المدة: $\boxed{2+i\sqrt{5}}$

التمرين الأول : (05 نقاط) **في ما يلي الأسئلة الثلاثة مستقلة عن بعضها.**

1) z و z' عددان مركبان, عين طويلة العدد المركب z' إذا علمت أن : $|z|=2$ و $z'=z-\frac{1}{z}$.

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. A , B و C نقط ذات اللواحق على الترتيب $z_A=4$; $z_B=2+4i$ و $z_c=-2+2i$.

أ) عين z_D لاحقة النقطة D حتى يكون $ABCD$ متوازي أضلاع.

ب)أحسب كل من : $|z_B-z_A|$, $|z_c-z_B|$ و $|z_c-z_A|$ ثم استنتج نوع المثلث ABC.

3) x و y عددان حقيقيان, z عدد مركب حيث $z=x+yi$, من أجل كل عدد مركب z يختلف عن $-i$ نعرف العدد المركب z' بـ : $z'=\frac{z-i}{z+i}$.

أ) أكتب العدد المركب z' على الشكل الجبري.

ب)عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد المركب z' حقيقيا.

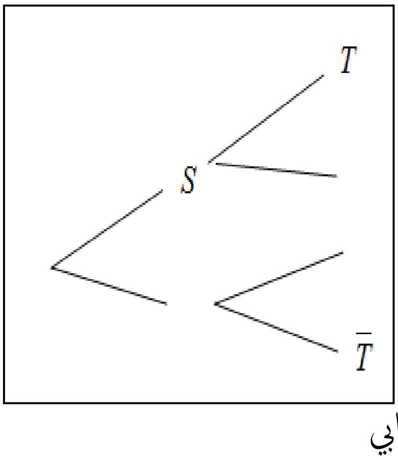
ج) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد المركب z' تخيليا صرف.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في سنة 2020 ظهر فيروس خطير في بلد الصين (كورونا), قدر أن % 7 من سكان هذا البلد أصيبوا بهذا الفيروس, بعد سلسلة من البحوث العلمية المستعجلة توصل الأطباء إلى وضع تحليل طبي يشخص هذا الفيروس.

إذا كان التحليل الطبي موجبا فان الشخص مصاب و إذا كان سالبا فان الشخص غير مصاب و ثبت أنه إذا كان الشخص مصاب فان التحليل الطبي ايجابي في % 87 و إذا كان الشخص ليس مصابا فان التحليل الطبي سلبي في % 98 من الحالات.

✓ نرمز بالرمز S للحادثة الشخص مصاب .	✓ نرمز بالرمز T للحادثة التحليل الطبي للشخص ايجابي.



1) أكمل شجرة الاحتمالات الموالية.

2) أحسب احتمال الحوادث التالية : $S\cap T$, $\overline{S}\cap T$ و $\overline{S}\cap\overline{T}$.

3) استنتج احتمال الحادثة T .

4) احسب احتمال أن يكون الشخص مصابا علما أنه له تحليل طبي سالب.

5) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق كل شخص بالعدد كما يلي :

0 : إذا كان مصابا و تحليله ايجابي — **1** : إذا كان مصابا و تحليله سلبي.

2 : إذا كان غير مصاب و تحليله سلبي — **3** : إذا كان غير مصاب و تحليله ايجابي

➢ حدد قانون الاحتمال لـ X و احسب أمله الرياضي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in N}$ المعرفة بحدها الأول u_0 و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{5u_n-1}{u_n+3}$.

1) عين قيمة u_0 التي من أجلها تكون المتتالية ثابتة.

2) نفرض في كل ما يلي : $u_0=2$.

الجزء الأول : 1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $1<u_n\le 2$. (حاول تغيير شكل $u_{n+1}=\dfrac{5u_n-1}{u_n+3}$)

2) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{-u_n^{\,2}+2u_n-1}{u_n+3}$. ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة و عين نهايتها l.

الجزء الثاني : نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\in N}$ المعرفة بـ : $v_n=\dfrac{1}{u_n-1}$.

1) بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2) عبر عن v_n ثم u_n عن بدلالة n. استنتج نهاية المتتالية (u_n) من جديد.

3) عين العدد الطبيعي n اذا علمت أن : $u_0v_0+u_1v_1+u_2v_2+......+u_nv_n=62$.

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I. f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x^2+2-2\ln(x)$, (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى م. م.م $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f وأحسب $f(1)$.

3) شكل جدول تغيرات الدالة f و استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f(x)>0$.

II. g دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x+\dfrac{2\ln(x)}{x}$, (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى م. م.م $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}}f(x)$.

ب) بين أن المنحنى (C_g) يقبل المستقيم (D) ذا المعادلة $y=x$ مقارب مائل عند $+\infty$.

ج) حدد وضعية المنحنى (C_g) بالنسبة إلى المستقيم (D).

2) أ) بين أنه من أجله كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x)=\dfrac{f(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة g, ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أنه يوجد مماس وحيد (Δ) للمنحنى (C_g) موازي للمستقيم (D). ثم أكتب معدلة له. (معادلة لـ (Δ)).

ب) بين أن المنحنى (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث $\dfrac{1}{2}<\alpha<1$.

ج) أنشئ في نفس المعلم المستقيمين (Δ) و (D) و المنحنى (C_g).

د) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $mx-2\ln(x)=0$.

بالتوفيق