مديرية التربية لولاية برج بوعريريج　　　　ثانوية كمال عراس ـ تكستار

الشعبة : تقني رياضي　　　　دورة : مارس 2020

اختبارالفصل الثاني في مادة: الرياضيات　　　　المدة: 3 سا

## اختر أحد الموضوعين التاليين :

## الموضوع الأول

### التمرين الأول : (04نقاط)

$(u_n)$ متتالية معرّفة بـــ : $u_0 = e^3$ ، و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ .

1) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n > e^2$ .

2) أدرس إتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ . هل هي متقاربة ؟ .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n = \ln(u_n) - 2$ .

*) بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية ، يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

*) عبّر عن $v_n$ بدلالة $n$ ، ثمّ $u_n$ بدلالة $n$ . ماهي نهاية كل من المتتاليتين $(v_n)$ وَ $(u_n)$ ؟ .

4) أحسب بدلالة $n$ الجداء $P_n$ ، حيث : $P_n = u_0 \times u_1 \times .... \times u_n$

### التمرين الثاني:(05نقاط)

يحتوي صندوق على 8 كريات منهم : 3 حمراء و 3 خضراء و كريتين بيضاوين ، جميع الكريات متماثلة ولا نميز بينها باللمس

1) نسحب عشوائيا كريتين على التوالي بدون إرجاع من الصندوق

نعتبر الحادثتين : " $A$" الحصول على كرية بيضاء واحدة على الأقل

" $B$" الحصول على كريتين من نفس اللون

ـ بين أن $P(A) = \dfrac{13}{28}$ ، $P(B) = \dfrac{1}{4}$.

2) نضيف إلى الصندوق $n$ كرية بيضاء ، نعتبر الحدث $C$ الحصول على كريتين بيضاوين

ـ بين أن $P(C) = \dfrac{(n+2)(n+1)}{(n+8)(n+7)}$ ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} P(C)$ وماذا تستنتج ؟.

3) نسحب عشوائيا 3 كريات في آن واحد من الصندوق ( وضعية الصندوق الأولى)

وليكن $X$ المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) اعط قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي $X$ .

ب) احسب أمله الرياضياتي. ثم احسب التباين والانحراف المعياري

## التمرين الثالث : (04نقاط)

1) أدرس حسب قيم $n$ الطبيعية بواقي قسمة العدد $3^n$ على 10

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $2023^{16n+2}-2\times 2019^{8n+1}-11\equiv 0[10]$

3) عيّن الأعداد الطبيعية $n$ حيث : $7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10]$ و $10 \prec n \leq 25$

4) ليكن العدد $A$ مكتوب $\overline{xx02102}$ في النظام ذي الأساس 3 و مكتوب $\overline{y67y}$ في النظام ذي الأساس 9

أ ) عيّن $x$ و $y$

ب) أكتب $A$ في النظام العشري

جـ ) أكتب $A$ في النظام ذي الأساس 7

## التمرين الرابع : (07نقاط)

$I$ ) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=-x-\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$ .

2) بين أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن: $0,56<\alpha<0,57$

3) استنتج اشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$

$II$ ) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{-1+(x-1)\ln x}{x}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x)=\dfrac{-g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

3) أ) بين أن: $f(\alpha)=1-\alpha-\dfrac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ : $f(\alpha)$

ب) $(\gamma)$ هو المنحني الممثل للدالة "$\ln$" في المعلم السابق ، احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-\ln(x))$ ثم فسر النتيجة بيانيا

ثم ادس الوضع النسبي للمنحنيين $(C_f)$ و $(\gamma)$

جـ) اكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحني $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

د) احسب $f(2)$ و $f(e)$ ثم انشئ $(T)$ ، $(\gamma)$ و $(C_f)$

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : (04.5نقاط)

$(u_n)$ متتالية معرّفة بـــ : $u_0 = 4e^3$ ، و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$ .

1) أ)برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n > 4$ .

ب)أدرس إتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ . ماذا تستنتج ؟ .

3) لتكن $(v_n)$ المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ : $v_n = \ln(u_n) - 2\ln 2$ .

أ) بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية ، يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) عبّر عن $v_n$ بدلالة $n$ ، ثمّ استنتج $u_n$ بدلالة $n$ . احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

4)نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n = v_0 + v_1 + \dots\dots + v_n$

أ)عين العدد الطبيعي $n$ الذي يحقق $S_n = 6\left(1 - e^{-2020\ln 2}\right)$

ب)عبر بدلالة $n$ عن المجموع $T_n$ حيث: $T_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots\dots + v_n^2$ .

### التمرين الثاني : (04نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات منها 3بيضاء تحمل ارقام 1، 1، $\alpha$ واربعة حمراءتحمل الارقام :1، 1، 2، $2\alpha$ وثلاثة سوداءتحمل الارقام: 2 ، $1+\alpha$ ، 1 ، كل الكرات متماثلة عند اللمس،( $\alpha$ عدد طبيعي فردي )نسحب عشوائيا كريتان دفعة واحدة

$I$)احسب احتمال الحادثتين : « A » الحصول على كرتين من نفس اللون.

« B » الحصول على كرتين مجموع الرقمين الظاهرين عليهما زوجيا.

« C » الحصول على كرتين تحمل كل منهما رقما فرديا

$II$) فيما يلي نأخذ: $\alpha = 1$.

1) احسب $P(D)$ احتمال سحب كريتان تحملان نفس الرقم .

2) ليكن المتغيرالعشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحبة كريتين مجموع الرقمين الظاهرين.

- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي $X$ ثم احسب امله الرياضياتي $E(X)$ .

## التمرين الثالث : (04.5نقاط)

1) نعتبر المعادلة $(E)$ ذات المجهولين الصحيحين $x$ و $y$ حيث: $11x - 5y = 2$

أ) اثبت أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ من $\mathbb{Z}^2$ حلا للمعادلة $(E)$ فإن $y \equiv 4[11]$.

ب) استنتج حلول المعادلة $(E)$.

**2)** ليكن $n$ عددا طبيعيا غير معدوم ، نضـــع: $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$.

أ) عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين $a$ و $b$.

ب) عين قيم العدد الطبيعي غير المعدوم $n$ بحيث يكون: $PGCD(a;b) = 2$.

ج) استنتج قيم العدد الطبيعي غير المعدوم $n$ بحيث يكون العددان $a$ و $b$ أوليان فيما بينهما.

**3)** من أجل كل عدد طبيعي $n$، نضع : $A = 5n^2 + 7n + 2$ و $B = 11n^2 + 15n + 4$.

أ) بين أن العدد $(n+1)$ يقسم كل من العددين $A$ و $B$.

ب) استنتج حسب قيم $n$ القاسم المشترك الأكبر للعددين $A$ و $B$.

## التمرين الرابع : (07نقاط)

$I$) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -1 + (x+2)e^x$

1) ادرس تغيرات الدالة $g$، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة : $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث: $-0,5 < \alpha < -0,4$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

$II$) لتكن الدالة العددية $f$ المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ بـ : $f(x) = e^x - \ln(x+2)$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب نهايات الدالة $f$ بجوار أطراف مجموعة تعريفها . ثم فسر النتائج بيانيا.

2) أ)اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]-2;+\infty[$ فإن: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x+2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ وشكل جدول تغيراتها .

3) اكتب معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحني $(C_f)$ عند مبدأ المعلم.

4) انشئ $(C_f)$ و $(\Delta)$. تعطى $f(\alpha) \simeq 0,2$ .

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسط الحقيقي $m$ عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي $x$

حيث: $e^x + \ln(\dfrac{m+2}{x+2}) = e^m$ .

بالتوفيق في شهادة البكالوريا