الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية أدرار ثانويــات المقاطعة الأولى

الشعبة : الثالثة تقنــي رياضي مارس 2020

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات المدة : أربع ساعات

التمرين الأول :(05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z التالية :

$$\left(z+1+i\sqrt{3}\right)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$$

2. في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$, نعتبر النقط A , B , C و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}+i$, $z_B=\overline{z_A}$, $z_C=-1-i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$

أ. اكتب الأعداد المركبة z_A , z_B , z_C و z_D على الشكل الأسي .

ب. بين أن النقط A , B , C و D تنتمي إلى نفس الدائرة (Γ) التي يطلب تعين عناصرها المميزة .

جـ بين أن : $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_C}=i$, ثم عين قيسا للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{BD}\right)$ وماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (AC) و (BD) .

3. نعتبر العدد المركب z_n الذي طويلته $\frac{1}{2^n}$ و $\frac{2n\pi}{3}$ عمدة له , حيث n عدد طبيعي .

نعرف العدد المركب L_n بـ : $L_n=z_D\times z_n$

أ. أكتب كلا من العددين L_0 و L_1 على الشكل الجبري .

ب. لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بـ : $u_n=|L_n|$ من أجل كل عدد طبيعي n .

- بين أن المتتالية (u_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ يطلب تعين حدها الأول u_0.

ج .لتكن النقط $M_0, M_1, \dots\dots, M_n$ صور الأعداد المركبة $L_0, L_1, \dots\dots, L_n$ على الترتيب .

- أحسب بدلالة n المجموع $S_n=\left\|\overrightarrow{OM_0}\right\|+\left\|\overrightarrow{OM_1}\right\|+\cdots+\left\|\overrightarrow{OM_n}\right\|$, ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty}S_n$.

التمرين الثاني :(04 نقاط)

يحتوي كيس على 8 كريات لا نفرق بينها عند للمس منها 4 كريات بيضاء تحمل الأرقام 0 , 1 , 1 , 2 و أربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1 , 1 , 2 , 2 .

نسحب عشوائيا في آن واحد 3 كريات من الكيس .

1. أحسب احتمال الحوادث التالية :

✓ A " ثلاث كرات من نفس اللون " .

✓ B " ثلاث كرات تحمل نفس الرقم " .

✓ C " ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى " .

2. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة عدد الكريات المسحوبة التي تحمل الرقم 1
عرف قانون الاحتمال المتغير العشوائي X ، ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثالث :(04 نقاط)

1. نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث (E) .... $63x + 5y = 159$

أ- تحقق أن العددين 5 و 63 أوليان فيما بينهما ثم بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا .

ب- عين الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق : $x_0 + y_0 = -3$ ثم استنتج حلول المعادلة (E) .

2. n عدد طبيعي يكتب $\overline{5\alpha0\alpha}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 و يكتب $\overline{\beta10\beta0}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5 .

- جد العددين α و β ثم أكتب العدد $(n+4)$ في النظام العشري .

3. أ) - ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 5 .

ب) - عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $\begin{cases} 3^{4n} + 3^n - 2 \equiv 0[\![5]\!] \\ n \equiv 0[3] \end{cases}$ و $35 < n < 65$

التمرين الرابع :(07 نقاط)

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]1; +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 - 2x + 2ln(x-1)$

1. احسب نهايتي الدالة g عند طرفي مجموعة تعريفها .

2. ادرس اتجاه تغير الدالة g , ثم شكل جدول تغيراتها .

3. احسب $g(2)$, ثم أستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1; +\infty[$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = ln(x-1) - \frac{ln(x-1)}{(x-1)^2}$

1. احسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة تعريفها .

2. احسب $f'(x)$ ثم بين أنه من أجل كل x من $]1; +\infty[$: $f'(x)$ و $g(x)$ لهما نفس الاشارة .

3. استنتج اتجاه تغيرات الدالة f على $]1; +\infty[$, ثم شكل جدول تغيراتها .

4. ليكن (C) و (Γ) التمثيلين البيانيين للدالتين f و $x \longmapsto ln(x-1)$ على الترتيب في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}\,; \vec{j})$.

أ. احسب $lim_{x\to+\infty}[f(x) - ln(x-1)]$, ماذا تستنتج ؟ .

ب. ادرس و ضعية (C) بالنسبة إلى (Γ) .

جـ بين أن (Γ) هو صورة التمثيل البياني للدالة $x \longmapsto ln(x)$ بانسحاب يطلب تعينه شعاعه .

د. ارسم (C) و (Γ) .

5. ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $m(x-1)^2 + ln(x-1) = 0$.