2019 — 2020

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المدة : 03 سا

التمرين الأول: (05 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$

كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$ ، وليكن (C_f) المنحنى الممثل لها (الوثيقة المرفقة)، (Δ) مستقيم معادلته $y=x$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.
2. (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) على الوثيقة المرفقة مثل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط الإنشاء ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرالمتتالية (u_n) وتقاربها.

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n\leq 1$.

ج) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما وماذا تستنتج؟

2. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\dfrac{1+u_n}{1-u_n}$.

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 ثم عبر عن حدها العام v_n بدلالة n .

ب) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=1-\dfrac{2}{v_n+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ج) أحسب بدلالة n المجموعين:

$S_n=v_0+v_1+v_2+...+v_{n+2019}$ و $T_n=\dfrac{1}{u_0-1}+\dfrac{1}{u_1-1}+...+\dfrac{1}{u_{n+2019}-1}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ،منها سبع كريات بيضاء تحمل الأرقام بـ: $0,0,0,1,2,3,4$ و ثلاث كريات حمراء تحمل الأرقام $-1,3,-4$ ، نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق.

1. أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : " الحصول على ثلاث كريات من نفس اللون ".

B : " الحصول على كرة حمراءعلى الأقل تحمل عددا سالبا".

C : "الحصول على ثلاث كريات جداء أرقامها معدوم ".

D : "الحصول على ثلاث كريات أرقامها تشكل حدودا متتابعة من متتالية حسابية أساسها 1 ".

2. نعيد الصندوق الى وضعيته الأولى ونسحب على التوالي دون ارجاع كريتين من الصندوق.

أ) أحسب احتمال: E :"الحصول على كريتين مختلفتين اللون" .

F:"الحصول على كريتين جداء رقيهما عددا سالبا تماما".

ب) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X واحسب أمله الرياضي $\mathbb{E}(X)$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1 نعتبر العددين المركبين $z_1 = 3 + 2i$ و $z_2 = 1 - 2i$.

أ تحقق أن: $z_1 + \overline{z_2} = 4(1+i)$

ب أكتب العدد المركب $z_1 + \overline{z_2}$ على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسي.

ج عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_1 + \overline{z_2})^n$ حقيقيا.

2 في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط : A, B, C و D التي لواحقها على الترتيب :
$z_A = 3 + 2i$ $z_B = -3$ $z_C = 1 - 2i$ و $z_D = -1 - 6i$.

أ عين طويلة و عمدة العدد المركب $\dfrac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

ب G مرجح الجملة $\{(A;1), (B;-1), (D;1)\}$.

عين z_G لاحقة النقطة G ثم بين أن $ABDG$ مربع.

3 (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} \| = 4\sqrt{5}$.

أ تحقق أن B تنتمي الى (Γ) .

ب عين و أنشيء المجموعة (Γ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^{-x} + x - 1$

1 أحسب $g'(x)$ ثم عين اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

2 بين أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) \geqslant 0$، استنتج أنّ: $e^{-x} + x \geqslant 1$.

II نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{x}{e^{-x} + x}$، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس .

1 تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{xe^x}}$.

2 أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. فسر النتيجتين بيانيا.

3 بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{e^{-x}(1+x)}{(e^{-x} + x)^2}$.

4 أدرس اشارة $f'(x)$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

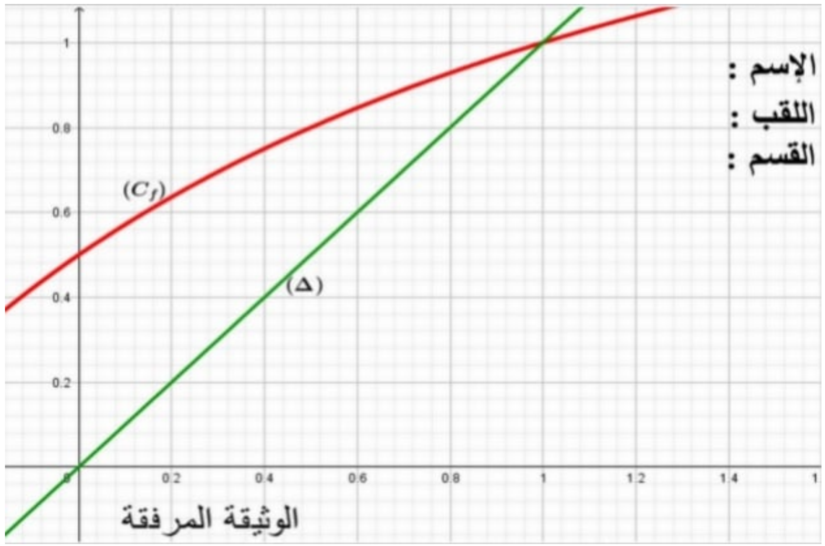
5 أكتب معادلة لمماس المنحنى (C_f) عند النقطة O.

6 تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $x - f(x) = \dfrac{xg(x)}{g(x) + 1}$، ثم استنتج اشارة $x - f(x)$.

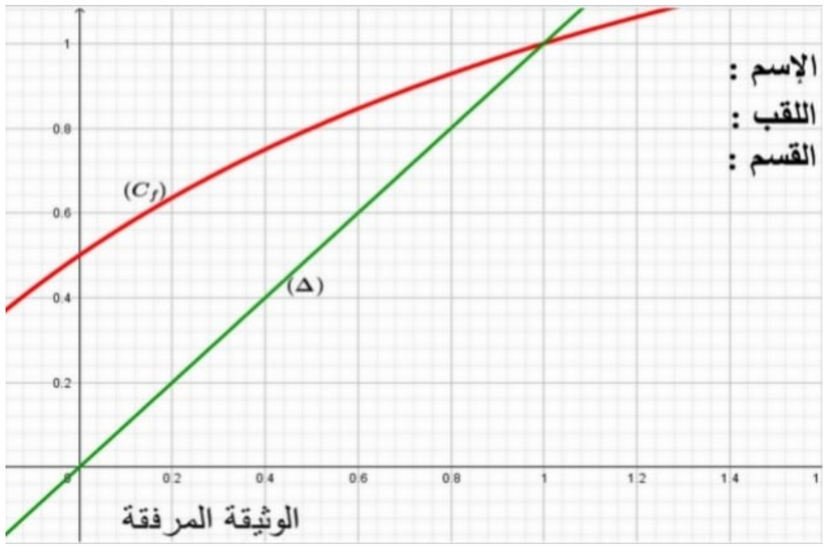
7 استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$.

8 أنشئ (Δ) و (C_f) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

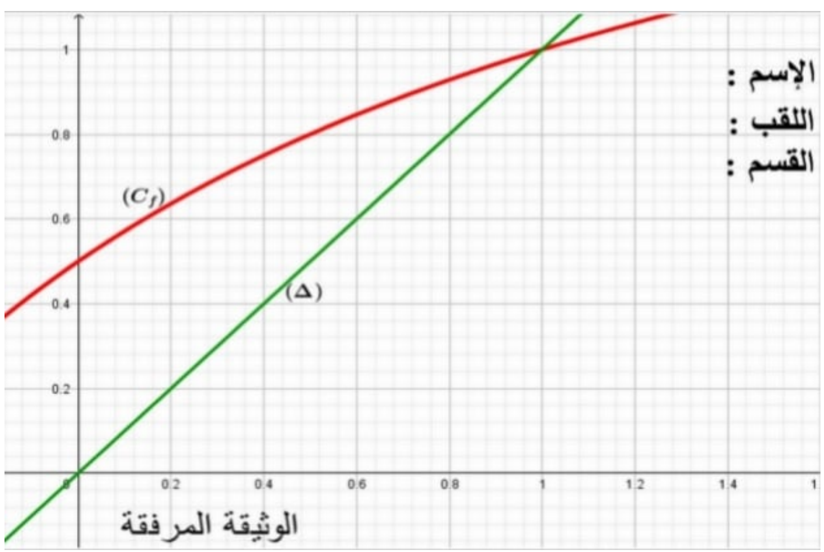
9 ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $\dfrac{xe^x}{xe^x + 1} - 1 = m$.



الإسم :
اللقب :
القسم :
(C_f)
(Δ)
الوثيقة المرفقة



الإسم :
اللقب :
القسم :
(C_f)
(Δ)
الوثيقة المرفقة



الإسم :
اللقب :
القسم :
(C_f)
(Δ)
الوثيقة المرفقة