اختبار في مادة: الرياضيات — المــدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط : $A\left(2;1;-1\right)$ ، $B\left(-1;2;4\right)$ ، $C\left(0;-2;3\right)$ و $D\left(1;1;-2\right)$ والمستوي (P) المعرف بالمعادلة الديكارتية : $2x-y+2z+1=0$

المطلوب: أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

1) النقط A ، B و C تعين مستويا.
2) المستقيم (AC) محتوى في المستوي (P)
3) $x-2y-z-1=0$ هي معادلة للمستوي (ACD)
4) $\begin{cases} x=2t \\ y=-2+3t \\ z=3-4t \end{cases}$ ؛ $t\in\mathbb{R}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (AC)
5) المسافة بين النقطة D والمستوي (P) تساوي $\frac{3}{2}$
6) النقطة $E\left(-2;-1;1\right)$ هي المسقط العمودي للنقطة C على (P)
7) سطح الكرة ذات المركز D و نصف القطر $\frac{\sqrt{6}}{2}$ هو مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{CM}=0$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $\left(z-1-2i\right)\left(z^2-2\left(1+\sqrt{3}\right)z+5+2\sqrt{3}\right)=0$

2) A ، B ، C و D نقط من المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ لاحقاتها على الترتيب:
$z_A=1+2i$ ، $z_B=1+\sqrt{3}+i$ ، $z_C=1+\sqrt{3}-i$ و $z_D=1-2i$

أ) بيّن أنّ: $AB=CD$ و (AD) يوازي (BC)

ب) تحقّق أنّ : $\frac{z_A+z_C}{2}\neq\frac{z_B+z_D}{2}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

3) أ) بيّن أنّ: $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_B}=\sqrt{3}\,e^{i\frac{\pi}{2}}$

استنتج أن D هي صورة A بتشابه مباشر مركزه B يطلب تعيين نسبته وزاويته.

ب) بيّن أنّ المثلث ADB قائم وأن النقط A، B، C و D تنتمي إلى دائرة يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها.

جـ) استنتج إنشاء للرباعي $ABCD$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة (E): $2013x-1962y=54$ حيث x و y عددان صحيحان .

أ) احسب $PGCD(2013,1962)$

ب) استنتج أنّ المعادلة (E) تقبل حلولا .

جـ) بيّن أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن: $x\equiv 0[6]$

د) استنتج حلاّ خاصّا (x_0,y_0) حيث $74<x_0<80$ ثم حل المعادلة (E)

2) نرمز بالرمز d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث (x,y) حل للمعادلة (E)

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d؟

ب) عيّن قيم العددين الطبيعيين a و b حيث: $671a-654b=18$ و $PGCD(a,b)=18$

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(2-x)e^x-1$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) بيّن أنّ للمعادلة: $g(x)=0$ في $\mathbb{R}$ حلان α و β حيث $-1,2<\alpha<-1,1$ و $1,8<\beta<1,9$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ وفسّر النتيجتين هندسيا .

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ واستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

4) احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f)

5) λ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1

أ) احسب بدلالة λ العدد $a(\lambda)$ حيث: $a(\lambda)=\int_1^{\lambda}[f(x)-1]\,dx$

ب) احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول λ إلى $+\infty$

الموضـــوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

A و B النقطتان اللتان لاحقتاهما على الترتيب: $a=-2+6i$ و $b=-1+2i$

1) اكتب العدد المركب $1+i$ على شكل أسي .

2) S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z'=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}z+2$

أ) D النقطة ذات اللاحقة d حيث $d=2i$، جد لاحقة النقطة D' صورة D بالتحويل S . ماذا تستنتج؟

ب) بيّن أنّ: $z'-d=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}(z-d)$ واستنتج طبيعة وعناصر التحويل S

3) (Δ) المستقيم ذو المعادلة: $3x+5y=11$

أ) تحقّق أنّ النقطة $M_0(-3;4)$ تنتمي إلى (Δ) ثم عين نقط (Δ) التي إحداثياتها أعدادا صحيحة.

ب) M_0' صورة M_0 بالتحويل S. بيّن أن المستقيمين (BM_0') و (BA) متعامدان.

4) x و y عددان صحيحان من المجال $[-5;5]$.عين مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي بحيث يكون المستقيمان (BA) و (BM') متعامدين، حيث M' هي صورة M بالتحويل S

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{2x^2}{x+4}$. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ كما هو مبين في الشكل أدناه.

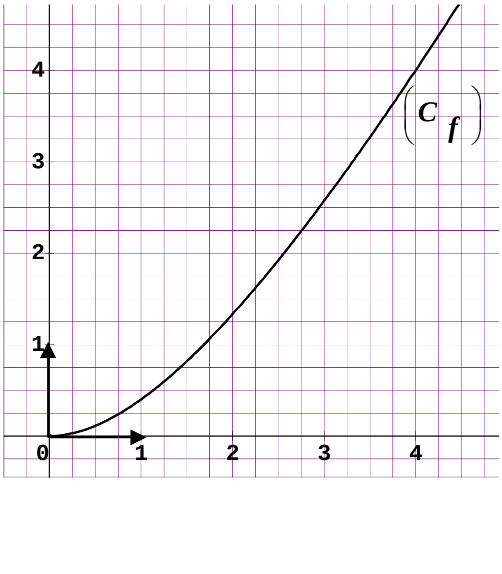
1) بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماما.

2) (U_n) المتتالية العددية المعرفة بـــ: $U_0=3$ و من أجل كل عدد طبيعي n؛ $U_{n+1}=f(U_n)$

(Δ) المستقيم الذي معادلته $y=x$

أ) باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثّل، على حامل محور الفواصل، الحدود: U_0، U_1 ، U_2 ، U_3 و U_4 دون حسابها.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.



3) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n؛ $0\le U_n\le 3$

ب) بيّن أنّ المتتالية (U_n) متناقصة .

ج) استنتج أنّ (U_n) متقاربة.

4) أ) ادرس إشارة العدد $7U_{n+1}-6U_n$ واستنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n؛ $0\le U_{n+1}\le\frac{6}{7}U_n$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n؛ $0\le U_n\le 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$

ج) احسب نهاية المتتالية (U_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;1;3)$

و $\vec{u}(1;2;-2)$ شعاع توجيه له . (Δ') المستقيم المعرف بجملة المعادلتين: $\begin{cases} x+z=0 \\ y=3 \end{cases}$

1) جد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (Δ) و (Δ')

2) بيّن أنّ (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

3) (P) المستوي الذي يشمل (Δ') و يوازي (Δ). بيّن أن معادلة المستوي (P) هي: $2x+y+2z-3=0$

4) $M(1+t;1+2t;3-2t)$ نقطة كيفية من المستقيم (Δ)، حيث $t\in\mathbb{R}$. احسب d المسافة بين M والمستوي (P)

5) أ) عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P)، ثم عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ'') الذي يشمل A' ويوازي (Δ)

ب) بيّن أنّ (Δ') و (Δ'') يتقاطعان في النقطة $B(1;3;-1)$

6) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(t)=BM^2$

أ) بيّن أنّ: $f(t)=9t^2-24t+20$

ب) بيّن أنّ f تقبل قيمة حدية صغرى $f(t_0)$ يطلب تعيين t_0 و $f(t_0)$

جـ) تحقّق أنّ $d=\sqrt{f(t_0)}$

التمرين الرابع: (05.5 نقاط)

1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ : $f(x)=(1+2\ln x)(-1+\ln x)$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

أ) ادرس تغيرات الدالة f

ب) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e **(**حيث e أساس اللوغاريتم النيبري**)**.

جـ) عيّن فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f) على المجال $]0;e^2[$

2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ : $g(x)=1-\ln x$

(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) ادرس تغيرات الدالة g

ب) عيّن الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) ثم ارسم (C_g) على المجال $]0;e^2[$

3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $h(x)=x(\ln x)^2-2x\ln x+2x$

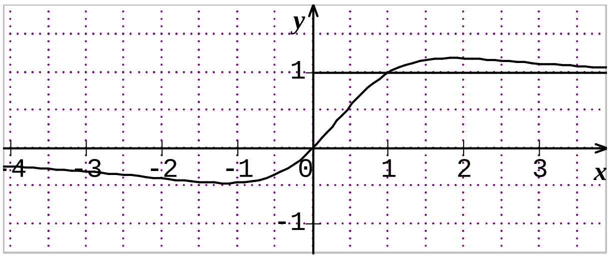
أ) احسب $h'(x)$ واستنتج دالة أصلية للدالة : $x\mapsto(\ln x)^2$ على $]0;+\infty[$

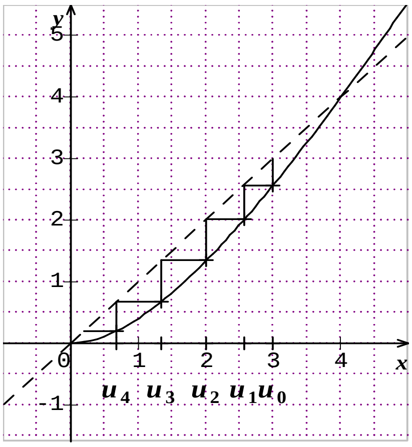
ب) احسب العدد: $\int_{\frac{1}{e}}^{e}[f(x)-g(x)]dx$

عدد الصفحات 05

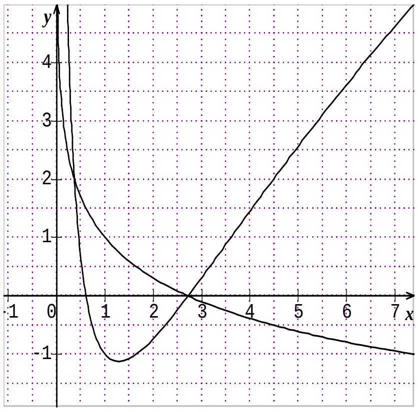
الإجابة النموذجية

عناصر الإجابة (الموضـــــوع الأول)	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الأول:(05 نقاط)		
1) صحيح لأنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا................................	0.5+0.25	
2) خطأ لأنّ النقطة A لا تنتمي إلى (P)..	0,25×2	
3) صحيح لأنّ إحداثيات النقط A ، B و C تحقق المعادلة....................................	0,5+0,25	
4) صحيح لأنّ إحداثيات A و C تحقق الجملة أو لأن $\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{U}$ و إحداثيات C تحقق الجملة ، حيث $\overrightarrow{U}(2;3;-4)$..	0,75+0.25	05
5) خطأ لأنّ المسافة بين D و(P) تساوي $\frac{2}{3}$..	0,5+0,25	
6) صحيح لأنّ $E\in(P)$ و $\overrightarrow{EC}$ ناظمي للمستوي (P)..	0,5+0,25	
7) خطأ لأنّ D ليست منتصف القطعة $[AC]$..	0.25 ×2	
التمرين الثاني:(05 نقاط)		
1) $\Delta=4i^2$ ، الحلول هي $z_1=1+2i$ ، $z_2=1+\sqrt{3}+i$ ، $z_3=1+\sqrt{3}-i$	0,25×4	
2) أ) $\lvert z_B-z_A\rvert=\lvert z_D-z_C\rvert=2$ و $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_B}=2$ ومنه $AB=CD$ و $(AD)//(BC)$...	0,5×2	
ب) $\frac{z_A+z_C}{2}\neq\frac{z_B+z_D}{2}$ والرباعي هو شبه منحرف متساوي الساقين	0,25×3	
3) أ) تبيان أنّ: $\frac{z_D-z_B}{z_A-z_B}=\sqrt{3}\times e^{i\frac{\pi}{2}}$	0,75	
$z_D-z_B=\sqrt{3}\times e^{i\frac{\pi}{2}}(z_A-z_B)$ ومنه D صورة A بتشابه مباشر نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ...	0,5	05
ب) المثلث ADB قائم في B	0,25	
النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى الدائرة (γ) التي قطرها $[AD]$ لأن: $\widehat{ABD}=\widehat{ACD}=\frac{\pi}{2}$ نصف القطر $r=2$ والمركز $\Omega(1;0)$..	0.5	
جـ) إنشاء $ABCD$: نعلّم A و D ؛ B هي نقطة تقاطع (γ) والمستقيم ذي المعادلة $y=1$ و C هي تقاطع (γ) والمستقيم ذي المعادلة $y=-1$ ؛ فاصلة كل من B و C موجبة..........	0.25	
التمرين الثالث:(04 نقاط)		
1) أ) $PGCD(2013,1962)=3$	0,5	
ب) $PGCD(2013,1962)=3$ يقسم 54 إذن للمعادلة حلولا	0,25	
جـ) (E) تكافئ $671x=6(109y+3)$ ومنه $6/671x$ و 6 أولي مع 671 إذن $6/x$ أي $x\equiv 0[6]$ (حسب مبرهنة غوص)	0,5	04
د) $(x_0,y_0)=(78,80)$	0,5	
حلول المعادلة هي الثنائيات (x,y) حيث $x=78+654k$ و $y=80+671k$ $(k\in\mathbb{Z})$...	1	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
2) أ) d من قواسم 18 إذن $d \in \{1,2,3,6,9,18\}$	0.5	
ب) $a = 1386 + 11772p$ و $b = 1422 + 12078p$ و $(p \in \mathbb{N})$	0.75	
التمرين الرابع: (06 نقاط)		
I(1 $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$	2×0,25	
$g'(x) = (1-x)e^x$ ، $g'(x) \geq 0$ لما $x \leq 1$ و $g'(x) < 0$ لما $x > 1$	0,5	
جدول التغيرات:	0,25	
2) g مستمرة ومتزايدة تماما على $]-\infty;1]$ و $g(1) > 0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = -1$ ومنه للمعادلة $g(x) = 0$ حل وحيد α في المجال $]-\infty;1]$ ،بنفس الطريقة نبين للمعادلة حل وحيد β في المجال $[1;+\infty[$	0,75	06
$-1,2 < \alpha < -1,1$ لأن: $g(-1,2) \simeq -0,036$ ، $g(-1,1) \simeq 0,032$ و $1,8 < \beta < 1,9$ لأن: $g(1,8) \simeq 0,21$ ، $g(1,9) \simeq -0,33$	0,25	
إشارة $g(x)$: $g(x) \geq 0$ لما $x \in [\alpha;\beta]$ و $g(x) < 0$ لما $x \in]-\infty;\alpha[\cup]\beta;+\infty[$	0,25	
II(1 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ مستقيمان مقاربان معادلتاهما $y = 0$ و $y = 1$	0,75	
2) $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x - x)^2}$	0,25	
f متناقصة تماما على كل من $]-\infty;\alpha]$ و $[\beta;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[\alpha,\beta]$	0,25	
جدول التغيرات:	0,25	
3) $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha - 1}$ و $-0,48 < f(\alpha) < -0,45$ و $1,11 < f(\beta) < 1,25$	3×0,25	
4) $f(1) = 1$ رسم (C_f):	0,5	
		
5) أ) $a(\lambda) = \int_1^{\lambda} (f(x) - 1)dx = \left[\ln\left(1 - xe^{-x}\right)\right]_1^{\lambda}$	0,25	
$= \ln\left(1 - \lambda e^{-\lambda}\right) - \ln(e-1) + 1$	0,25	
ب) $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} a(\lambda) = 1 - \ln(e-1)$ لأن $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} \left(-\lambda e^{-\lambda}\right) = 0$	0,25	

عناصر الإجابة (الموضـــــوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (05 نقاط)		
1) $1+i=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	0,5	
2) أ) لاحقة النقطة D' هي $2i$ إذن النقطة D صامدة بالتحويل S (Dمركز S)	0,25×2	
ب) تبيان أن $z'-d=\sqrt{2}\times e^{i\frac{\pi}{4}}(z-d)$	0,5	
S تشابه مباشر مركزه D نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$	0,5	
3)أ) التحقق من أن النقطة $M_0(-3;4)$ تنتمي إلى (Δ)..	0,25	05
النقط التي إحداثياتها صحيحة: $M(5k-3;-3k+4)/k\in\mathbb{Z}$......................................	0,75	
ب) صورة $M_0(-3;4)$ هي $M_0'(-5;1)$..	0,25	
المستقيمان (BM_0') و (BA)متعامدان ($\arg(\frac{z_{M_0'}-z_B}{z_A-z_B})=\frac{\pi}{2}$ أو $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BM_0'}=0$)	0,75	
4) المستقيمان (BM') و (BA)متعامدان إذن : $\begin{cases}3x+5y=11\\-5\le x\le5\\-5\le y\le5\end{cases}$..............................	0,5	
النقط المطلوبة هي $M_0(-3;4)$ و $M_1(2;1)$...	0,5	
التمرين الثاني: (04.5 نقاط)		
1) $f'(x)=\frac{8x}{(x+4)^2}\ge0$ إذن الدالة f متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ .... (أو باستعمال المنحنى المرفق)	0,5	
2) أ) تمثيل الحدود: .... 	0,5	04.5
ب) التخمين: (U_n) متناقصة ومتقاربة نحو الصفر	0,5	
3) أ) $0\le U_0\le3$ محققة		
نفرض $0\le U_n\le3$ ومنه $f(0)\le f(U_n)\le f(3)$	0,5	
ومنه $0\le U_{n+1}\le3$ لأن: $f(0)=0$ و $f(3)=\frac{18}{7}<3$		
إذن لكل $n\in\mathbb{N}$ ، $0\le U_n\le3$		
ب): $U_{n+1}-U_n=\frac{U_n(U_n-4)}{U_n+4}<0$ (لأن $0\le U_n\le3$) ومنه (U_n) متناقصة.	0.5	
جـ) (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة	0.5	
4) أ) $7U_{n+1}-6U_n=\frac{8U_n(U_n-3)}{U_n+4}\le0$ لأن $0\le U_n\le3$ ومنه نستنتج أن :		
$0\le U_{n+1}\le\frac{6}{7}U_n$..	0.5	

عناصر الإجابة	مجزأة	مجموع
ب) البرهان بالتراجع على أن: $0\le U_n\le 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$	0,75	
جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{6}{7}\right)^n=0$ لأن $\left(0<\frac{6}{7}\le 1\right)$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=0$ حسب مبرهنة الحصر..............	0.25	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=3-2t\end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$.....................	0,5	
تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ') هو: $\begin{cases}x=-t'\\y=3\\z=t'\end{cases}$ حيث $t'\in\mathbb{R}$	0,5	
2) (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي لأنهما غير متوازيين وغير متقاطعين	0.75	
3) (P) يشمل $M_0(0;3;0)$ و موجه بالشعاعين $\vec{u}(-1;2;-2)$ و $\vec{v}(-1;0;1)$، نعين شعاعا ناظميا $\vec{n}$ لـ (P) أو نكتب تمثيلا وسيطيا له ثم نستنتج المعادلة $2x+y+2z-3=0$ ...	0.75	05
4) المسافة بين M من (Δ) و (P) هي $d=2$	0.5	
5) أ) $A'\left(\frac{-1}{3};\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع (P) مع المستقيم الذي يشمل A و يعامد (P)........	0,5	
تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ'') : $\begin{cases}x=-\frac{1}{3}+\lambda\\y=\frac{1}{3}+2\lambda\\z=\frac{5}{3}-2\lambda\end{cases}\ ;\lambda\in\mathbb{R}$	0.25	
ب) $(\Delta')\cap(\Delta'')=\{B(1,3,-1)\}$	0.5	
6) أ) $f(t)=BM^2=9t^2-24t+20$	0.25	
ب) $f'(t)=18t-24$ ومنه $t_0=\frac{4}{3}$ ، $f(t_0)=4$	0.25	
جـ) $d=2=\sqrt{f(t_0)}$	0.25	

عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الرابع: (05.5 نقاط)		
1) أ) $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0,25×2	
$f'(x)=\dfrac{-1+4\ln x}{x}$	0.5	
إشارة $f'(x)$: $0 \quad - \quad e^{\frac{1}{4}} \quad + \quad +\infty$	0.25	
جدول التغيرات :	0.25	
ب) معادلة المماس (Δ) : $y=\dfrac{3}{e}x-3$	0.5	
جـ) $x=e$ و $x=\dfrac{1}{\sqrt{e}}$	0,25×2	
رسم (C_f): .... 	0.50	05.5
2) أ) تغيرات الدالة g	0,75	
ب) الوضع النسبي للمنحنيين $f(x)-g(x)=2(\ln x-1)(\ln x+1)$	0,25	
الإشارة : $0 \quad + \quad e^{-1} \quad - \quad e \quad + \quad +\infty$	0,25	
(C_f) أعلى (C_g) في كل من $\left]0;\dfrac{1}{e}\right]$ و $[e;+\infty[$ و (C_f) أسفل (C_g) في $\left[\dfrac{1}{e};e\right]$	0,25	
رسم (C_g):	0,25	
3) أ) $h'(x)=(\ln x)^2$ ومنه h دالة أصلية للدالة $x\mapsto(\ln x)^2$	0.25	
ب) $\displaystyle\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[f(x)-g(x)\right]dx=2\int_{\frac{1}{e}}^{e}\left[(\ln x)^2-1\right]dx=2\left[h(x)-x\right]_{\frac{1}{e}}^{e}=-\frac{8}{e}$	0.5	