الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | دورة: جوان **2014**

الشعبة :علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: **3** سا و**30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

<u>الموضوع الأول</u>

<u>التمرين الأوّل</u>: (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-\frac{4}{3}$

و (v_n) المتتالية العددية المعرّفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=u_n+4$.

1) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

2) اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n.

3) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$.

4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+u_2+...+u_n$.

5) لتكن (w_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $w_n=5\left(\frac{1}{v_n+5}-1\right)$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

ب) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-w_n)$.

<u>التمرين الثاني</u>: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقط $A(2;-1;1)$ ، $B(-1;2;1)$ ، $C(1;-1;2)$ و $D(1;1;1)$.

1) أ) تحقق أنّ النقط A ، B و C تُعيّن مستويا.

ب) بيّن أنّ $\vec{n}(1;1;1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC).

جـ) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2) لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;2),(C;-1)\}$.

أ) احسب إحداثيات G.

ب) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MD}\right\|$

بيّن أنّ (Γ) هي المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[GD]$.

جـ) أثبت أنّ معادلة (Γ) هي : $6x-4y+2z+3=0$.

3) بيّن أنّ المستويين (ABC) و (Γ) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يُطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-6\sqrt{2}\,z+36=0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$، لتكن النقط A ، B ، C و D التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=3\sqrt{2}\left(1+i\right)$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=6\sqrt{2}$ و $z_D=\dfrac{z_C}{2}$.

أ) اكتب z_A ، z_B و $\left(1+i\right)z_A$ على الشكل الأسي.

ب) احسب $\left(\dfrac{\left(1+i\right)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}$.

جـ) بيّن أنّ النقط O ، A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D ، يطلب تعيين نصف قطرها.

د) احسب $\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ ثم جد قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)$. ما هي طبيعة الرباعي $OACB$؟

3) ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$.

أ) اكتب العبارة المركبة للدوران R .

ب) عيّن لاحقة النقطة C' صورة C بالدوران R ثم تحقق أنّ النقط C ، A و C' في استقامية.

جـ) عيّن لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران R ثم حدّد صورة الرباعي $OACB$ بالدوران R .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f\left(x\right)=1+\dfrac{2\ln x}{x}$ و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f\left(x\right)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$ ؛ فسّر النتيجتين هندسيا.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) ادرس وضعية المنحنى $\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى المستقيم $\left(\Delta\right)$ الذي معادلته: $y=1$.

ب) اكتب معادلة المماس $\left(T\right)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ في النقطة ذات الفاصلة 1.

جـ) بيّن أنّ المعادلة $f\left(x\right)=0$ تقبل في المجال $]0;1[$ حلا وحيدا α، حيث $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$

3) أنشئ $\left(T\right)$ و $\left(C_f\right)$.

4) لتكن الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي: $h\left(x\right)=1+\dfrac{2\ln|x|}{|x|}$.

و ليكن $\left(C_h\right)$ تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق.

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، $h\left(x\right)-h\left(-x\right)=0$. ماذا تستنتج ؟

ب) أنشئ المنحنى $\left(C_h\right)$ إعتمادا على المنحنى $\left(C_f\right)$.

جـ) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $\ln x^2=\left(m-1\right)|x|$.

الموضوع الثاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بحدها العام : $u_n = e^{\frac{1}{2}-n}$.

(e هو أساس اللوغاريتم النيبيري) .

1) بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية ، يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

2) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج ؟

3) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$.

II) نضع، من أجل كل عدد طبيعي n، $v_n = \ln(u_n)$ ($\ln$ يرمز إلى اللوغاريتم النيبيري).

1) عبّر عن v_n بدلالة n ثم استنتج نوع المتتالية (v_n).

2) أ) احسب بدلالة n العدد P_n حيث: $P_n = \ln(u_0 \times u_1 \times u_2 \times ... \times u_n)$.

ب) عيّن مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث: $P_n + 4n > 0$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط $A(1;-1;-2)$ ، $B(1;-2;-3)$ و $C(2;0;0)$.

1) أ) برهن أن A ، B و C ليست في استقامية .

ب) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (ABC).

جـ) تحقق أنّ $x + y - z - 2 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

2) نعتبر المستويين (P) و (Q) المعرّفين بمعادلتيهما كما يلي:

$(P): x - y - 2z + 5 = 0$ و $(Q): 3x + 2y - z + 10 = 0$.

برهن أنّ (P) و (Q) يتقاطعان وفق المستقيم (Δ) ذي التمثيل الوسيطي: $(t \in \mathbb{R})$; $\begin{cases} x = t - 3 \\ y = -t \\ z = t + 1 \end{cases}$.

3) عيّن تقاطع المستويات (ABC)، (P) و (Q) .

4) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء. نسمي $d(M,(P))$ المسافة بين M و المستوي (P) و $d(M,(Q))$ المسافة بين M و المستوي (Q)، عيّن المجموعة (Γ) للنقط M بحيث:

$\sqrt{6} \times d(M,(P)) = \sqrt{14} \times d(M,(Q))$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث:

$$(z - i)(z^2 - 2z + 5) = 0$$

2) في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ (وحدة الطول $1cm$)، تعطى النقط A ، B و C التي لاحقاتها: $z_A = i$ ، $z_B = 1 + 2i$ و $z_C = 1 - 2i$ على الترتيب .

أ) أنشئ النقط A ، B و C.

ب) جد z_H لاحقة النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC).

جـ) احسب مساحة المثلث ABC.

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A و نسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ) عيّن الكتابة المركبة للتشابه S .

ب) بيّن أنّ مساحة صورة المثلث ABC بالتشابه S تساوي $\frac{1}{2}cm^2$.

4) M نقطة لاحقتها z ، عيّن مجموعة النقط M حيث: $|z|=|iz+1+2i|$

<u>التمرين الرابع:</u> (07 نقاط)

I) – لتكن g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0{,}7<\alpha<0{,}8$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) – نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب) استنتج أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

جـ) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

3) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x\,.g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$ حيث f' مشتقة الدالة f .

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f . (نأخذ $f(\alpha)\approx-0{,}1$)

4) احسب $f(1)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6) لتكن h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$.

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) تحقق أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $h(x)=f(x)-2$.

ب) استنتج أنّ (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه، ثم أنشئ (C_h).

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) من أجل كل n من $\mathbb{N}$، $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$. إذن (v_n) متتالية هندسية	0,50	04
أساسها $q=\frac{2}{3}$ و حدّها الأول $v_0=5$.	0,50	
2) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n$ و $u_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n-4$.	$0,50\times 2$	
3) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=5\left(\frac{2}{3}\right)^n\left(-\frac{1}{3}\right)$ و منه $u_{n+1}-u_n<0$. إذن (u_n) متتالية متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.	0,50	
4) $S_n=15\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)-4(n+1)$.	0,50	
5) أ) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $w_{n+1}-w_n>0$ إذن (w_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.	0,50	
ب) $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n-w_n)=0$ (لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n=0$) .	0,50	
التمرين الثاني: (05 نقاط)		05
1) أ) $\overrightarrow{AB}(-3;3;0)$ ، $\overrightarrow{AC}(-1;0;1)$ ؛ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا إذن A ، B و C تعيّن مستويا (ABC).	0,75	
ب) $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ إذن $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}$ و $\vec{n}\perp\overrightarrow{AC}$ و منه $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC).	01	
جـ) $(ABC): x+y+z+d=0$ $A\in(ABC)$ و منه: $d=-2$ أي: $(ABC): x+y+z-2=0$	0,50	
2) أ) $\overrightarrow{OG}=\frac{\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}}{2}$ إذن $G\left(-\frac{1}{2};2;\frac{1}{2}\right)$.	01	
ب) $M\in(\Gamma)$ معناه $MG=MD$ إذن (Γ) هو المستوي المحوري للقطعة $[GD]$.	0,50	
جـ) $(\Gamma): 6x-4y+2z+3=0$.	0,50	
3) ليكن $\vec{u}(6;-4;2)$ شعاع ناظمي لـــ (Γ). $\vec{n}(1;1;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC). $\vec{u}$ و $\vec{n}$ غير مرتبطين خطيا. إذن (ABC) و (Γ) متقاطعان وفق مستقيم (Δ).	0,25	

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
$\begin{cases} x=3t+\frac{1}{2} \\ y=2t+\frac{3}{2} \\ z=-5t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$ أو أي تمثيل آخر	0,50	
التمرين الثالث: (05 نقاط) 1) $\Delta=\left(6\sqrt{2}i\right)^2$ ؛ $z'=3\sqrt{2}(1+i)$ و $z''=3\sqrt{2}(1-i)=\overline{z'}$.	0,75	05
2) أ) $z_A=z'=6e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z_B=z''=6e^{-i\frac{\pi}{4}}$. $(1+i)z_A=6\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$.	0,75	
ب) $\left(\frac{(1+i)z_A}{6\sqrt{2}}\right)^{2014}=e^{i1007\pi}=-1$.	0,50	
جـ) $DO=DA=DC=DB=3\sqrt{2}$ إذن النقط O ، A ، B ، C تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها D و نصف قطرها $3\sqrt{2}$.	01	
د) $\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}=i$ ، $\left(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}\right)=\arg\left(\frac{z_B-z_C}{z_A-z_C}\right)=\frac{\pi}{2}$. المثلث ACB قائم في C و متساوي الساقين $CA=CB$ والنقطة Dمنتصف القطعة $[AB]$ لأنّ $z_D=\frac{z_A+z_B}{2}$ و كذلك منتصف القطعة $[OC]$ لأنّ $z_D=\frac{z_C}{2}$. إذن الرباعي $OACB$ مربع.	0,75	
3) أ) العبارة المركبة للدوران R : $z'=iz$.	0,25	
ب) $z_{C'}=6\sqrt{2}i$ ؛ $z_{\overrightarrow{AC}}=3\sqrt{2}(1-i)=z_{\overrightarrow{C'A}}$ ، ومنه $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{C'A}$ مرتبطان خطيا	0,50	
جـ) $z_{A'}=3\sqrt{2}(-1+i)$ صورة الرباعي $OACB$ بالدوران R هو الرباعي (المربع) $OAC'A'$ لأنّ : $R(O)=O$ ، $R(A)=A'$ ، $R(C)=C'$ و $R(B)=A$.	0,50	
التمرين الرابع: (06 نقاط) 1) أ) $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)=-\infty$ ؛ المستقيم ذو المعادلة $x=0$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) . $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ؛المستقيم ذو المعادلة $y=1$ هو مستقيم مقارب لـــ (C_f) .	0,25 × 4	02,75
ب) من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{2}{x^2}(1-\ln x)$. إشارة $f'(x)$: $0 \quad + \quad e \ (0) \quad - \quad +\infty$ f متزايدة تماما على $]0;e]$ و متناقصة تماما على $[e;+\infty[$. – جدول تغيّرات الدالة f .	0,50 0,25 0,25 0,25	
2) أ) $f(x)-1=\frac{2\ln x}{x}$ و منه إشارة $f(x)-1$ هي: $0 \quad - \quad 1 \ (0) \quad + \quad +\infty$	0,50	

(الموضوع الأول) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
من أجل x من $]0;1[$ (C_f) أسفل (Δ)، من أجل x من $]1;+\infty[$ (C_f) أعلى (Δ) و (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;1)$.	**0,25**	**03,25**
ب) $(T): y=2x-1$	**0,25**	
ج) الدالة f مستمرة و متزايدة تماما على المجال $]0;1[$ ، و $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)=-\infty$ و $f(1)=1>0$ ؛ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;1[$. $f(e^{-0,3})\simeq+0,2$ ، $f(e^{-0,4})\simeq-0,2$ أي: $f(e^{-0,4})\times f(e^{-0,3})<0$. إذن $e^{-0,4}<\alpha<e^{-0,3}$	**0,75**	
3) إنشاء المماس (T) و المنحنى (C_f).	**0,50**	
4) أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{0\}$ ، $h(x)-h(-x)=0$، و منه h دالة زوجية أو $((yy')$ محور تناظر لــ $(C_h))$.	**0,50**	
ب) في المجال $]0;+\infty[$، $h(x)=f(x)$ و منه (C_h) ينطبق على (C_f) وفي المجال $]-\infty;0[$ (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة إلى (yy') – إنشاء (C_h)	**0,50**	
جـ) $\ln x^2=(m-1)\|x\|$ معناه $h(x)=m$ و بالتالي حلول المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_h) و المستقيم ذي المعادلة $y=m$ مع $(m\in\mathbb{R})$. إذا كان $m\leq 0$ للمعادلة حلّين. إذا كان $0<m<1+\frac{2}{e}$ للمعادلة 4 حلول. إذا كان $m=1+\frac{2}{e}$ للمعادلة حلّين (مضاعفين). إذا كان $m>1+\frac{2}{e}$ ، المعادلة ليس لها أي حل.	**0,50**	

العلامة مجموع	العلامة مجزأة	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
04		**التمرين الأول: (04 نقاط)**
	0,75	I) 1) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}=e^{-1}.u_n$. إذن (u_n) متتالية هندسية أساسها $q=e^{-1}$ و حدّها الأوّل $u_0=\sqrt{e}$.
	0,75	2) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$ نستنتج أنّ (u_n) متتالية متقاربة.
	0,50	3) $S_n=\sqrt{e}\left(\dfrac{1-e^{-n-1}}{1-e^{-1}}\right)$.
	0,50 0,50	II) 1) من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_n=\dfrac{1}{2}-n$ ؛ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=v_n-1$. إذن (v_n) متتالية حسابية أساسها $r=-1$ و حدّها الأوّل $v_0=\dfrac{1}{2}$.
	0,50	2) أ) $P_n=v_0+v_1+v_2+...+v_n=\dfrac{(n+1)}{2}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-n\right)$ أي $P_n=\dfrac{1-n^2}{2}$.
	0,50	ب) $P_n+4n>0$ أي $-n^2+8n+1>0$ و $n\in\mathbb{N}$. و بالتالي: $n\in[0;8]$ و $n\in\mathbb{N}$ أي $n\in\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$.
05		**التمرين الثاني: (05 نقاط)**
	0,75	1) أ) $\overrightarrow{AB}(0;-1;-1)$ ، $\overrightarrow{AC}(1;1;2)$ ؛ $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا إذن A ، B و C ليست في إستقامية.
	0,75	ب) تمثيل وسيطي للمستوي (ABC) هو: $(\alpha,\beta\in\mathbb{R})$; $\begin{cases}x=1+\beta\\y=-1-\alpha+\beta\\z=-2-\alpha+2\beta\end{cases}$ أو أي تمثيل
	0,75	جـ) التحقق أنّ معدلة للمستوي (ABC) هي: $x+y-z-2=0$.
	0,25 0,75	2) $\overrightarrow{u_1}(1;-1;-2)$ شعاع ناظمي لــ (P) و $\overrightarrow{u_2}(3;2;-1)$ شعاع ناظمي لــ (Q). $\overrightarrow{u_1}$ و $\overrightarrow{u_2}$ غير مرتبطين خطيا إذن (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ). – إثبات أنّ تمثيلا وسيطيا لــ (Δ) هو: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=t-3\\y=-t\\z=1+t\end{cases}$.
	0,75	3) تقاطع المستويات : $(ABC)\cap(P)\cap(Q)=\{E(-9;6;-5)\}$ ؛ $(t=-6)$.
	0,50 0,50	4) $\sqrt{6}\times d(M,(P))=\sqrt{14}\times d(M,(Q))$ أي $\|x-y-2z+5\|=\|3x+2y-z+10\|$ حيث: $(\Gamma)=(P_1)\cup(P_2)$ $(P_1):2x+3y+z+5=0$ و $(P_2):4x+y-3z+15=0$.

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	(الموضوع الثاني)
04		**التمرين الثالث: (04 نقاط)**
	0,25 0,75	1) المعادلة تعني $(z-i)=0$ أو $(z^2-2z+5=0)$...و منه $z=i$ $\Delta=(4i)^2$ ؛ $z'=1+2i$ ، $z''=1-2i$
	0,75	2) أ) إنشاء النقط A ، B و C
	0,25	ب) $z_H=1+i$
	0,50	جـ) مساحة المثلث ABC هي: $\mathscr{A}=2cm^2$
	0,50	3) أ) الكتابة المركبة لـــ S هي: $z'=\frac{1}{2}iz+\frac{1}{2}+i$
	0,50	ب) مساحة صورة ABC بالتشابه S هي: $\mathscr{A}'=\frac{1}{4}\times 2=\frac{1}{2}cm^2$
	0,50	4) $\lvert z\rvert=\lvert iz+1+2i\rvert$ أي $\lvert z\rvert=\lvert z+2-i\rvert$ ومنه مجموعة النقط هي محور القطعة $[OD]$ حيث $D(-2;1)$
02	0,50	**التمرين الرابع: (07 نقاط)** I(1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$.
	0,75	ب) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)=6x^2-8x+7$. من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $g'(x)>0$ و بالتالي g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$. جدول تغيّرات الدالة g .
	0,50	2) أ) g مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ ، $g(0,7)\simeq -0,37$ و $g(0,8)\simeq 0,06$ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,7<\alpha<0,8$.
	0,25	ب) إشارة $g(x)$: $-\infty$ $-$ α (0) $+$ $+\infty$
05	0,50	II) 1) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.
	0,50	2) أ) برهان أنّ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f(x)=\frac{1}{2}(x+1)+\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.
	0,50	ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1)\right]=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\frac{1}{2}(x+1)\right]=0$. إذن المنحى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ): $y=\frac{1}{2}(x+1)$.
	0,50	جـ) $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)=\frac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$. من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، إشارة $f(x)-\frac{1}{2}(x+1)$: $-\infty$ $+$ $\frac{1}{3}$ (0) $-$ $+\infty$ إذا كان x ينتمي إلى $\left]-\infty;\frac{1}{3}\right[$ فإنّ (C_f) أعلى (Δ) و إذا كان x ينتمي إلى $\left]\frac{1}{3};+\infty\right[$ فإنّ (C_f) أسفل (Δ) و (C_f) يقطع (Δ) في $A\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

	0,50	3) أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{\left(2x^2-2x+1\right)^2}$.
	0,25	ب) إشارة $f'(x)$: $\begin{array}{ccccccc} -\infty & & 0 & & \alpha & & +\infty \\ & + & 0 & - & 0 & + & \end{array}$
	0,25	جدول تغيّرات الدالة f : $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & 1 & \searrow & f(\alpha) & \nearrow & +\infty \end{array}$
	0,25 **0,50**	4) $f(1)=0$. $f(x)=0$ تعني $\dfrac{(x-1)\left(x^2+x-1\right)}{2x^2-2x+1}=0$ أي $(x-1)\left(x^2+x-1\right)=0$ و بالتالي $x-1=0$ أو $x^2+x-1=0$ حلول المعادلة هي: $x_0=1$ ، $x_1=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$ ، $x_2=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$
	0,50	5) إنشاء المستقيم (Δ) و المنحنى $\left(C_f\right)$
	0,25	6) أ) التحقق من: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $h(x)=f(x)-2$
	0,25 **0,25**	ب) $\left(C_h\right)$ هو صورة $\left(C_f\right)$ بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}(0;-2)$ إنشاء $\left(C_h\right)$ في المعلم السابق.