**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 01 **المحور :** الدوال الاسية **الـمدة :**  02 سـا

**الموضوع :**  **الدالة الأسية**

**الكفاءة المستهدفة :**

* التعرف على الدالة الاسية
* توظيف خواص الدالة الاسية النيبيرية

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **إنشاء تمثيل بياني لدالة الأسية** | **تمثيل بيان الدالة الأسية باستعمال طريقة أولير** | **20 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس**   1. مبرهنة وتعريف  * نتائج  1. الخواص الجبرية  * نشاط * الخواص  1. العدد و الترميز 2. قواعد الحساب | انطلاقا من النشاط المنجز يستخلص التلاميذ تعريف لدالة الاسية ، يكتب على السبورة  وكتابة النتيجتين ،  تقديم نشاط الحل يكون من طرف التلاميذ بمساعدة الاستاذ  انطلاقا من النشاط يستخلص التلاميذ الخواص وتكتب على السبورة  بعد التعرف على الترميز  يستخلص التلاميذ قواعد الحساب انطلاقا من الخواص الجبرية | **5د**  60 د  05 د  10 د |
| **الاستثمار** | تمرين تطبيقي | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **20 د** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | Data show ، **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة ،** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

**الدالة الأسية**

**نشا ط :**

فرضية : نقبل أنه توجد دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على و تحقق الشرطين التاليين:

 و 

المطلوب : باستعمال طريقة أولر و باختيار خطوة  أنجز جدولا يتضمن القيم التقريبية لـِ من أجل ينتمي إلى ثم أنشئ تمثيلا تقريبيا للدالة.

نذكر أن  و بما أن  فإن   
لدينا كذلك  و بما أن  فإن 

**مبرهنة و تعريف:** توجد دالة وحيدة قابلة للاشتقاق على بحيث و.  
 نرمز إلى هذه الدالة بالرمز"  " و نسميها الدالة الأسية ( النيبيرية ).

**نتائج:**

 .

 من أجل كل عدد حقيقي، .

**خواص الدالة الأسية**

**نشاط :** لتكن دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على و تحقق الشرطين التاليين: و 

1. نعتبر الدالة المعرفة علىبـِ 
   * بين أن دالة ثابتة على. استنتج أنه من أجل كل من،  
   * برهن بالخلف أنه من أجل كل من، 
2. نفرض أنه توجد دالة ثانية تحقق و. بما أن الدالة لا تنعدم على، نعتبر الدالة المعرفة علىبـِ .
   * بين أن دالة ثابتة على.
   * استنتج أنه من أجل كل من، .
3. ليكن عدد حقيقي كيفي ثابت. نعتبر الدالة المعرفة على بـِ 
   * بين أن دالة ثابتة على و أنه من أجل كل من، .
   * استنتج أنه من أجل كل من و من أجل كل من،  
   * استنتج أنه من أجل كل من و من أجل كل من،  
4. ليكن عددا صحيحا نسبيا و لتكن الدالة المعرفة على بـِ 
   * عين الدالة المشتقة للدالة.

استنتج أنه من أجل كل من،  

**خواص:** من أجل كل عددين حقيقيين، و من أجل كل عدد صحيح نسبي لدينا:

  .

. .

**3. العدد و الترميز**

 العدد هو صورة العدد بالدالة الأسية أي . تعطينا الحاسبة .

اصطلاحا نرمز، من أجل كل عدد حقيقي، إلى  بـِ .

من أجل كل عدد حقيقي، 

تقرأ: " أسية  ".

**قواعد الحساب:** من أجل كل عددين حقيقيين، و من أجل كل عدد صحيح نسبي لدينا:

     

     

تطبيق 01 :

بسط العبارات التاية :1)  ، 2)  ، 3) 

تطبيق 02 :

بين من أجل كل عدد حقيقي *x* ما يلي:

1)  2)  3)  4) 

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 01 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  اتجاه تغير الدالة الاسية

**الكفاءة المستهدفة :**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **تشخيص المكتسبات القبلية** |  | **05 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس**   * اتجاه تغير الدالة الاسية   خواص:   * النهايات   خواص:   * جدول تغيرات   كتابة معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها 0 :  نتيجة:  تطبيق |  | **05 د**  **05 د**  **05د**  **05 د**  **10 د** |
| **الاستثمار** | تطبيقات | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **25 د** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

اتجاه تغير الدالة الاسية

خواص:

* + من أجل كل عدد حقيقي، 
  + الدالة الأسية متزايدة تماما على . البرهان

1. النهايات

خواص: . .

1. جدول تغيرات

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| + |  |
| 1 |  |

* المنحني الممثل للدالة الأسية يقبل محور الفواصل كمستقيم مقارب لما يؤول إلى.

كتابة معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها 0 : 

* من تعريف العدد المشتق لدينا: إذن 

نتيجة: الدالة هي أحسن تقريب تآلفي للدالة بجوار.

أي من أجل قريب من 0 لدينا:.

أمثلة :

تطبيق01:

* أحسب نهاية الدالة عند  و 

* ،*  *،  ،* 

تطبيق 02:

ادرس اتجاه تغير الدالة في كل حالة :

1. على
2. على كل من المجالين
3.  على

تطبيق 03:

**دالة معرفة علىبـ

1. ادرس نهاية الدالة عند و عند.

2. شكل جدول تغيرات الدالة.

3. بين أن المنحي الممثل للدالة يقبل مستقيما مقاربا مائلا يطلب تعيين معادلة له.

4.بين أن المعادلة  تقبل حلا واحدا حيث  .

5. استنتج إشارة على.

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 01 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  حل المعادلات والمتراجحات

**الكفاءة المستهدفة :**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **تشخيص المكتسبات القبلية** |  | **05 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس**  حل معادلات ومتراجحات : |  | 15 د |
| **الاستثمار** | تطبيقات | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **40 د** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

حل معادلات ومتراجحات :

بما أن الدالة الآسية متزايدة تماما على R فان :

1.  تعني .
2.  تعني .
3.  تعني .
4.  تعني .

تطبيق 01:

حل في  المعادلات التالية :

1)  ، 2)  ، 3)  ، 4)  ، 5).

تطبيق 02:

حل في  المتراجحات التالية:

1)  ، 2)  ، 3)  4)  5)  ،

6)  7) 

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 01 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  دراسة الدالة

**الكفاءة المستهدفة :**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **تشخيص المكتسبات القبلية** |  | **10 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس** |  | **15 د**  15 د |
| **الاستثمار** | تمرين تطبيقي | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **15** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

النهايات

لدراسة نهاية دالة  نستعمل المبرهنة الخاصة بنهاية دالة مركبة.

مثال:

نعتبر الدالة المعرفة على :

. اتجاه التغيرات

خاصية: إذا كانت دالة معرفة على مجال فإن للدالتين و نفس اتجاه التغيرات على المجال.

مثال :

عين اتجاه تغير الدالة المعرفة على :

. المشتقة

خاصية: إذا كانت دالة قابلة للاشتقاق على مجال فإن الدالة  قابلة للاشتقاق على و لدينا من أجل

كل من، .

مثال : احسب الدالة المشتقة  للدالة *f* المعرفة على

* ، *

تمرين تطبيقي :

من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما، نعتبر الدوال المعرفة على المجال كما يلي:



نرمز بـِ  إلى المنحنيات الممثلة للدوال في معلم متعامد و متجانس.

1. أحسب نهايتي الدالة عند وعند. فسر بيانيا النتيجة الثانية.
2. أدرس اتجاه تغير الدوال ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن كل المنحنيات تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها.
4. أرسم في نفس الشكل المنحنيات ،  و .

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج**

**المحور : الدوال الأسية واللوغاريتمية الـمدة : 01 سـا**

**الموضوع : دراسة دالة أسية**

**الكفاءة المستهدفة :**

* **دراسة دالة أسية**

**الجزء الأول**

حل المعادلة :

**الجزء الثاني :**

دالة معرفة على بـ :

التمثيل البياني لدالة

1. أدرس نهاية الدالة عند و
2. ليكن مستقيم معادلته

* بين أن مستقيم مقارب
* أدرس الوضعية النسبية للمنحنى المماس من أجل ينتمي إلى

1. أدرس تغيرات الدالة
2. بين أن المعادلة تقبل حل وحيد ينتمي إلى المجال
3. أرسم و

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 01 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  02سـا

**الموضوع :**  المعادلات التفاضلية

**الكفاءة المستهدفة :**

**المعادلات التفاضلية**

**ملاحظة:** العديد من المسائل في العلوم التجريبية، الاقتصاد، الكهرباء و الميكانيك تؤدي إلى دراسة هذا النوع من

المعادلات التفاضلية و التي غالبا ما نكتبها على الشكل: 

**1. المعادلة التفاضلية  مع **

**مبرهنة:**  عدد حقيقي غير معدوم.

الحلول على للمعادلة التفاضلية هي الدوال  حيث  عدد حقيقي ثابت كيفي.

**البرهان:** نعتبر المعادلة التفاضلية:  حيث ****

* أثبت أن الدالة المعرفة على بـِ  حيث عدد حقيقي هي حل للمعادلة التفاضلية.
* نفرض أن الدالة حل للمعادلة التفاضلية. أثبت أن الدالة المعرفة على بـِ  دالة ثابتة.استنتج أن حيث عدد حقيقي ثابت كيفي.

**تطبيق:** حل في المعادلة التفاضلية: .

**2. المعادلة التفاضلية  مع **

**مبرهنة:**  و عددان حقيقيان مع غير معدوم.

الحلول على للمعادلة التفاضلية هي الدوال  حيث  عدد حقيقي ثابت كيفي.

**البرهان:** نعتبر المعادلة التفاضلية:  حيث ****

* أثبت أن الدالة المعرفة على بـِ  حيث عدد حقيقي كيفي هي حل للمعادلة .
* نفرض أن الدالة حل للمعادلة التفاضلية. لتكن الدالة المعرفة على بـِ 
  + أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي، .
  + استنتج من مبرهنة الجزء1 عبارة  و من ثم عبارة.

**تطبيق:** حل في المعادلة التفاضلية: .

**خاصية:** من أجل كل ثنائية أعداد حقيقية، المعادلة التفاضلية مع**** تقبل حلا وحيدا

معرفة على و تحقق الشرط: .

**البرهان:** إذا كانت  بين أن .

**تطبيق:** نعتبر المعادلة التفاضلية

1. حل المعادلة,

2. عين الحل للمعادلة بحيث .

3. أدرس تغيرات الدالة ثم أرسم في معلم متعامد و متجانس تمثيلها البياني

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 13 **المحور :** الدوال الاسية **الـمدة :**  02 سـا

**الموضوع :**  **الدالة الأسية**

**الكفاءة المستهدفة :**

* التعرف على الدالة الاسية
* توظيف خواص الدالة الاسية النيبيرية

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **إنشاء تمثيل بياني لدالة الأسية** | **تمثيل بيان الدالة الأسية باستعمال طريقة أولير** | **20 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس**   1. مبرهنة وتعريف  * نتائج  1. الخواص الجبرية  * نشاط * الخواص  1. العدد و الترميز 2. قواعد الحساب | انطلاقا من النشاط المنجز يستخلص التلاميذ تعريف لدالة الاسية ، يكتب على السبورة  وكتابة النتيجتين ،  تقديم نشاط الحل يكون من طرف التلاميذ بمساعدة الاستاذ  انطلاقا من النشاط يستخلص التلاميذ الخواص وتكتب على السبورة  بعد التعرف على الترميز  يستخلص التلاميذ قواعد الحساب انطلاقا من الخواص الجبرية | **5د**  60 د  05 د  10 د |
| **الاستثمار** | تمرين تطبيقي | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **20 د** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | Data show ، **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة ،** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

الدالة الأسية

نشا ط :

 دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على و تحقق الشرطين التاليين:

 و 

* باستعمال طريقة أولر و باختيار خطوة  أنجز جدولا يتضمن القيم التقريبية لـِ من أجل ينتمي إلى ثم أنشئ تمثيلا تقريبيا للدالة.

نذكر أن  و بما أن  فإن   
لدينا كذلك  و بما أن  فإن 

مبرهنة و تعريف: توجد دالة وحيدة قابلة للاشتقاق على بحيث و.  
 نرمز إلى هذه الدالة بالرمز"  " و نسميها الدالة الأسية ( النيبيرية ).

نتائج:

* 

 .

 من أجل كل عدد حقيقي، .

خواص الدالة الأسية

نشاط : لتكن دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على و تحقق الشرطين التاليين: و 

1. نعتبر الدالة المعرفة على بـِ 
   * بين أن دالة ثابتة على. استنتج أنه من أجل كل من،  
   * برهن بالخلف أنه من أجل كل من، 
2. نفرض أنه توجد دالة ثانية تحقق و. بما أن الدالة لا تنعدم على، نعتبر الدالة المعرفة على بـِ .
   * بين أن دالة ثابتة على.
   * استنتج أنه من أجل كل من، .
3. ليكن عدد حقيقي كيفي ثابت. نعتبر الدالة المعرفة على بـِ 
   * بين أن دالة ثابتة على و أنه من أجل كل من، .
   * استنتج أنه من أجل كل من و من أجل كل من،  
   * استنتج أنه من أجل كل من و من أجل كل من،  
4. ليكن عددا صحيحا نسبيا و لتكن الدالة المعرفة على بـِ 
   * عين الدالة المشتقة للدالة.

استنتج أنه من أجل كل من،  

خواص: من أجل كل عددين حقيقيين، و من أجل كل عدد صحيح نسبي لدينا:

  .

. .

3. العدد و الترميز

 العدد هو صورة العدد بالدالة الأسية أي . تعطينا الحاسبة .

اصطلاحا نرمز، من أجل كل عدد حقيقي، إلى  بـِ .

من أجل كل عدد حقيقي، 

تقرأ: " أسية  ".

قواعد الحساب: من أجل كل عددين حقيقيين، و من أجل كل عدد صحيح نسبي لدينا:

     

     

تطبيق 01 :

بسط العبارات التاية :1)  ، 2)  ، 3) 

تطبيق 02 :

بين من أجل كل عدد حقيقي *x* ما يلي:

1)  2)  3)  4) 

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 14 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  اتجاه تغير الدالة الاسية

**الكفاءة المستهدفة :**

دراسة اتجاه تغير الدالة الاسية

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **تشخيص المكتسبات القبلية** |  | **05 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس**   * اتجاه تغير الدالة الاسية   خواص:   * النهايات   خواص:   * جدول تغيرات   كتابة معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها 0 :  نتيجة:  تطبيق |  | **05 د**  **05 د**  **05د**  **05 د**  **10 د** |
| **الاستثمار** | تطبيقات | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **25 د** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

اتجاه تغير الدالة الاسية

خاصية 01 : من أجل كل عدد حقيقي، 

نتيجة : الدالة الأسية دالة موجبة تماما

خاصية 02 : الدالة الأسية متزايدة تماما على .

1. النهايات

مبرهنة : . .

1. جدول تغيرات

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| + |  |
| 1 |  |

* بماأن المنحني الممثل للدالة الأسية يقبل محور الفواصل كمستقيم مقارب عند.

كتابة معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها 0 :

  أي  اذن 

* من تعريف العدد المشتق لدينا: إذن 

نتيجة: الدالة هي أحسن تقريب تآلفي للدالة بجوار.

أي من أجل قريب من 0 لدينا:.

تطبيق01:

* أحسب النهايات التالية

* ،*  *،*  ، 

تطبيق 02:

ادرس اتجاه تغير الدالة في كل حالة :

1. على
2. على كل من المجالين
3.  على

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 15 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  حل المعادلات والمتراجحات

**الكفاءة المستهدفة :**

حل المعادلات والمتراجحات

حل معادلات ومتراجحات :

بما أن الدالة الآسية متزايدة تماما على R فان :

1.  تعني .
2.  تعني .
3.  تعني .
4.  تعني .

تطبيق 01:

حل في  المعادلات التالية :

1)  ، 2)  ، 3)  ،

تطبيق 02:

حل في  المتراجحات التالية:

1)  ، 2)  ، 3)  4)  5) 

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 16 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  دراسة الدالة

**الكفاءة المستهدفة :**

* حساب نهاية الدالة
* اتجاه تغير الدالة دون حساب المشتقة
* حساب مشتقة الدالة

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **تشخيص المكتسبات القبلية** | ذكر بمجموعة التعريف ، المشتقة النهايات للدالة الاسية  ذكر بنتيجة اتجاه تغير مركب دالتين  صغ مبرهنة نهاية دالة مركبة  صغ برهنة اشتقاق دالة مركبة | **10 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس** |  | **15 د**  15 د |
| **الاستثمار** | تمرين تطبيقي | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **15** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

النهايات

لدراسة نهاية دالة  نستعمل المبرهنة الخاصة بنهاية دالة مركبة.

مثال:

نعتبر الدالة المعرفة على :

* احسب نهاية الدالة  عند  و 

. اتجاه التغيرات

مبرهنة: إذا كانت دالة معرفة على مجال فإن للدالتين و نفس اتجاه التغيرات على المجال.

البرهان :

مثال تطبيقي :

عين اتجاه تغير الدالة المعرفة على كمايلي :

. المشتقة

مبرهنة: إذا كانت دالة قابلة للاشتقاق على مجال فإن الدالة  قابلة للاشتقاق على و لدينا من أجل

كل من، .

مثال : احسب الدالة المشتقة  للدالة *f* المعرفة على

* ، *

تمرين تطبيقي :

من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما، نعتبر الدوال المعرفة على المجال كما يلي:



نرمز بـِ  إلى المنحنيات الممثلة للدوال في معلم متعامد و متجانس.

1. أحسب نهايتي الدالة عند وعند. فسر بيانيا النتيجة الثانية.
2. أدرس اتجاه تغير الدوال ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن كل المنحنيات تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها.
4. أرسم في نفس الشكل المنحنيات ،  و .

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج**

**المحور : الدوال الأسية واللوغاريتمية الـمدة : 01 سـا**

**الموضوع : دراسة دالة أسية**

**الكفاءة المستهدفة :**

* **دراسة دالة أسية**

**الجزء الأول**

حل المعادلة :

**الجزء الثاني :**

دالة معرفة على بـ :

التمثيل البياني لدالة

1. أدرس نهاية الدالة عند و
2. ليكن مستقيم معادلته

* بين أن مستقيم مقارب
* أدرس الوضعية النسبية للمنحنى المماس من أجل ينتمي إلى

1. أدرس تغيرات الدالة
2. بين أن المعادلة تقبل حل وحيد ينتمي إلى المجال
3. أرسم و

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 18 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  02سـا

**الموضوع :**  المعادلات التفاضلية

**الكفاءة المستهدفة :**

**المعادلات التفاضلية**

**ملاحظة:** العديد من المسائل في العلوم التجريبية، الاقتصاد، الكهرباء و الميكانيك تؤدي إلى دراسة هذا النوع من

المعادلات التفاضلية و التي غالبا ما نكتبها على الشكل: 

**1. المعادلة التفاضلية  مع **

**مبرهنة:**  عدد حقيقي غير معدوم.

الحلول على للمعادلة التفاضلية هي الدوال  حيث  عدد حقيقي ثابت كيفي.

**البرهان:** نعتبر المعادلة التفاضلية:  حيث ****

* أثبت أن الدالة المعرفة على بـِ  حيث عدد حقيقي هي حل للمعادلة التفاضلية.
* نفرض أن الدالة حل للمعادلة التفاضلية. أثبت أن الدالة المعرفة على بـِ  دالة ثابتة.استنتج أن حيث عدد حقيقي ثابت كيفي.

**تطبيق:** حل في المعادلة التفاضلية: .

**2. المعادلة التفاضلية  مع **

**مبرهنة:**  و عددان حقيقيان مع غير معدوم.

الحلول على للمعادلة التفاضلية هي الدوال  حيث  عدد حقيقي ثابت كيفي.

**البرهان:** نعتبر المعادلة التفاضلية:  حيث ****

* أثبت أن الدالة المعرفة على بـِ  حيث عدد حقيقي كيفي هي حل للمعادلة .
* نفرض أن الدالة حل للمعادلة التفاضلية. لتكن الدالة المعرفة على بـِ 
  + أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي، .
  + استنتج من مبرهنة الجزء1 عبارة  و من ثم عبارة.

**تطبيق:** حل في المعادلة التفاضلية: .

**خاصية:** من أجل كل ثنائية أعداد حقيقية، المعادلة التفاضلية مع**** تقبل حلا وحيدا

معرفة على و تحقق الشرط: .

**البرهان:** إذا كانت  بين أن .

**تطبيق:** نعتبر المعادلة التفاضلية

1. حل المعادلة,

2. عين الحل للمعادلة بحيث .

3. أدرس تغيرات الدالة ثم أرسم في معلم متعامد و متجانس تمثيلها البياني

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 13 **المحور :** الدوال الاسية **الـمدة :**  02 سـا

**الموضوع :**  **الدالة الأسية**

**الكفاءة المستهدفة :**

* التعرف على الدالة الاسية
* توظيف خواص الدالة الاسية النيبيرية

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **إنشاء تمثيل بياني لدالة الأسية** | **تمثيل بيان الدالة الأسية باستعمال طريقة أولير** | **20 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس**   1. مبرهنة وتعريف  * نتائج  1. الخواص الجبرية  * نشاط * الخواص  1. العدد و الترميز 2. قواعد الحساب | انطلاقا من النشاط المنجز يستخلص التلاميذ تعريف لدالة الاسية ، يكتب على السبورة  وكتابة النتيجتين ،  تقديم نشاط الحل يكون من طرف التلاميذ بمساعدة الاستاذ  انطلاقا من النشاط يستخلص التلاميذ الخواص وتكتب على السبورة  بعد التعرف على الترميز  يستخلص التلاميذ قواعد الحساب انطلاقا من الخواص الجبرية | **5د**  60 د  05 د  10 د |
| **الاستثمار** | تمرين تطبيقي | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **20 د** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | Data show ، **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة ،** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

الدالة الأسية

نشا ط :

 دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على و تحقق الشرطين التاليين:

 و 

* باستعمال طريقة أولر و باختيار خطوة  أنجز جدولا يتضمن القيم التقريبية لـِ من أجل ينتمي إلى ثم أنشئ تمثيلا تقريبيا للدالة.

نذكر أن  و بما أن  فإن   
لدينا كذلك  و بما أن  فإن 

مبرهنة و تعريف: توجد دالة وحيدة قابلة للاشتقاق على بحيث و.  
 نرمز إلى هذه الدالة بالرمز"  " و نسميها الدالة الأسية ( النيبيرية ).

نتائج:

* 

 .

 من أجل كل عدد حقيقي، .

خواص الدالة الأسية

نشاط : لتكن دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على و تحقق الشرطين التاليين: و 

1. نعتبر الدالة المعرفة على بـِ 
   * بين أن دالة ثابتة على. استنتج أنه من أجل كل من،  
   * برهن بالخلف أنه من أجل كل من، 
2. نفرض أنه توجد دالة ثانية تحقق و. بما أن الدالة لا تنعدم على، نعتبر الدالة المعرفة على بـِ .
   * بين أن دالة ثابتة على.
   * استنتج أنه من أجل كل من، .
3. ليكن عدد حقيقي كيفي ثابت. نعتبر الدالة المعرفة على بـِ 
   * بين أن دالة ثابتة على و أنه من أجل كل من، .
   * استنتج أنه من أجل كل من و من أجل كل من،  
   * استنتج أنه من أجل كل من و من أجل كل من،  
4. ليكن عددا صحيحا نسبيا و لتكن الدالة المعرفة على بـِ 
   * عين الدالة المشتقة للدالة.

استنتج أنه من أجل كل من،  

خواص: من أجل كل عددين حقيقيين، و من أجل كل عدد صحيح نسبي لدينا:

  .

. .

3. العدد و الترميز

 العدد هو صورة العدد بالدالة الأسية أي . تعطينا الحاسبة .

اصطلاحا نرمز، من أجل كل عدد حقيقي، إلى  بـِ .

من أجل كل عدد حقيقي، 

تقرأ: " أسية  ".

قواعد الحساب: من أجل كل عددين حقيقيين، و من أجل كل عدد صحيح نسبي لدينا:

     

     

تطبيق 01 :

بسط العبارات التاية :1)  ، 2)  ، 3) 

تطبيق 02 :

بين من أجل كل عدد حقيقي *x* ما يلي:

1)  2)  3)  4) 

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 14 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  اتجاه تغير الدالة الاسية

**الكفاءة المستهدفة :**

دراسة اتجاه تغير الدالة الاسية

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **تشخيص المكتسبات القبلية** |  | **05 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس**   * اتجاه تغير الدالة الاسية   خواص:   * النهايات   خواص:   * جدول تغيرات   كتابة معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها 0 :  نتيجة:  تطبيق |  | **05 د**  **05 د**  **05د**  **05 د**  **10 د** |
| **الاستثمار** | تطبيقات | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **25 د** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

اتجاه تغير الدالة الاسية

خاصية 01 : من أجل كل عدد حقيقي، 

نتيجة : الدالة الأسية دالة موجبة تماما

خاصية 02 : الدالة الأسية متزايدة تماما على .

1. النهايات

مبرهنة : . .

1. جدول تغيرات

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| + |  |
| 1 |  |

* بماأن المنحني الممثل للدالة الأسية يقبل محور الفواصل كمستقيم مقارب عند.

كتابة معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها 0 :

  أي  اذن 

* من تعريف العدد المشتق لدينا: إذن 

نتيجة: الدالة هي أحسن تقريب تآلفي للدالة بجوار.

أي من أجل قريب من 0 لدينا:.

تطبيق01:

* أحسب النهايات التالية

* ،*  *،*  ، 

تطبيق 02:

ادرس اتجاه تغير الدالة في كل حالة :

1. على
2. على كل من المجالين
3.  على

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 15 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  حل المعادلات والمتراجحات

**الكفاءة المستهدفة :**

حل المعادلات والمتراجحات

حل معادلات ومتراجحات :

بما أن الدالة الآسية متزايدة تماما على R فان :

1.  تعني .
2.  تعني .
3.  تعني .
4.  تعني .

تطبيق 01:

حل في  المعادلات التالية :

1)  ، 2)  ، 3)  ،

تطبيق 02:

حل في  المتراجحات التالية:

1)  ، 2)  ، 3)  4)  5) 

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 16 **المحور :** الدوال الأسية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  دراسة الدالة

**الكفاءة المستهدفة :**

* حساب نهاية الدالة
* اتجاه تغير الدالة دون حساب المشتقة
* حساب مشتقة الدالة

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **تشخيص المكتسبات القبلية** | ذكر بمجموعة التعريف ، المشتقة النهايات للدالة الاسية  ذكر بنتيجة اتجاه تغير مركب دالتين  صغ مبرهنة نهاية دالة مركبة  صغ برهنة اشتقاق دالة مركبة | **05 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس**   1. **مجموعة التعريف**   نتيجة  مثال   1. **النهايات**   نتيجة  مثال   1. **اتجاه التغيرات**   مبرهنة  البرهان  مثال   1. **المشتقة**   مبرهنة  البرهان  مثال | اذاكانت مجموعة تعريف الدالة  هي  فماهي مجموعة تعريف الدالة  يقوم التلاميذ بحل المثال عل السبورة  اذاكان  و  ماذا نستنتج بالنسبة للنهاية  كتابة المثال ، يتقدم التلميذ للاجابة على السبورة  إذا كانت دالة معرفة على مجال ماذا نستنج بالنسبة لاتجاه تغير الدالة  كتابة المبرهنة والبرهان  يتقدم التلميذ للاجابة على المثال في السبورة  إذا كانت دالة قابلة للاشتقاق على مجالبرر لماذا الدالة قابلة للاشتقاق على  كتابة المبرهنة والبرهان  يتقدم التلميذ للاجابة على المثال في السبورة | **05 د**  15 د  10 د  05 د |
| **الاستثمار** | تمرين تطبيقي | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **20د** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

مجموعة التعريف :

بماأن الدالة الأسية معرفة على R فان مجموعة تعريف الدالة هي نفسها مجموعة تعريف الدالة 

من اجل كل عدد حقيقي  من مجموعة تعريف الدالة  لينا : 

مثال : عين مجموعة تعريف الدالة المعرفة بـ : 

النهايات

لدراسة نهاية دالة  نستعمل المبرهنة الخاصة بنهاية دالة مركبة بمعنى لحساب اانهاية  نتبع مايلي :

اذاكان  و  فان 

مثال:

أحسب النهايات التالية :

 ،  ،  ، 

. اتجاه التغيرات

مبرهنة: إذا كانت دالة معرفة على مجال فإن للدالتين و نفس اتجاه التغيرات على المجال.

البرهان :

مثال تطبيقي :

عين اتجاه تغير الدالة المعرفة على كمايلي :

. المشتقة

مبرهنة: إذا كانت دالة قابلة للاشتقاق على مجال فإن الدالة  قابلة للاشتقاق على و لدينا من أجل

كل من، .

مثال : احسب الدالة المشتقة  للدالة *f* المعرفة على

* ، *

تمرين تطبيقي :

من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما، نعتبر الدوال المعرفة على المجال كما يلي:



نرمز بـِ  إلى المنحنيات الممثلة للدوال في معلم متعامد و متجانس.

1. أحسب نهايتي الدالة عند وعند. فسر بيانيا النتيجة الثانية.
2. أدرس اتجاه تغير الدوال ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن كل المنحنيات تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها.
4. أرسم في نفس الشكل المنحنيات ،  و .

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج**

**المحور : الدوال الأسية واللوغاريتمية الـمدة : 01 سـا**

**الموضوع : دراسة دالة أسية**

**الكفاءة المستهدفة :**

* **دراسة دالة أسية**

**الجزء الأول**

حل المعادلة :

**الجزء الثاني :**

دالة معرفة على بـ :

التمثيل البياني لدالة

1. أدرس نهاية الدالة عند و
2. ليكن مستقيم معادلته

* بين أن مستقيم مقارب
* أدرس الوضعية النسبية للمنحنى المماس من أجل ينتمي إلى

1. أدرس تغيرات الدالة
2. بين أن المعادلة تقبل حل وحيد ينتمي إلى المجال
3. أرسم و

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 18 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  المعادلات التفاضلية

**الكفاءة المستهدفة :**

حل المعادلات التفاضلية ** ، **

1. المعادلة التفاضلية  مع 

مبرهنة:  عدد حقيقي غير معدوم.

الحلول على للمعادلة التفاضلية هي الدوال  حيث  عدد حقيقي ثابت كيفي.

تطبيق: حل في المعادلة التفاضلية: .

2. المعادلة التفاضلية  مع 

مبرهنة:  و عددان حقيقيان مع غير معدوم.

الحلول على للمعادلة التفاضلية هي الدوال  حيث  عدد حقيقي ثابت كيفي.

تطبيق: حل في المعادلة التفاضلية: .

خاصية: من أجل كل ثنائية أعداد حقيقية، المعادلة التفاضلية مع تقبل حلا وحيدا

معرفة على و تحقق الشرط: .

البرهان: إذا كانت  بين أن .

تطبيق: نعتبر المعادلة التفاضلية

1. حل المعادلة,

2. عين الحل للمعادلة بحيث .

تمرين تطبيقي :

1. نعتبر المعادلة التفاضلية المعرفة كمايلي :

* بين أن الدالة المعرفة على R بـ : حل للمعادلة التفاضلية

1. نعتبر المعادلة التفاضلية المعرفة كمايلي :

* حل المعادلة التفاضلية
* بين أن الدالة المعرفة والقابلة للاشتقاق على R حل للمعادلة التفاضلية حيث الدالة حل للمعادلة التفاضلية
* استنتج حلول المعادلة التفاضلية
* أوجد الدالة g حيث g حل للمعادلة التفاضلية و

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 13 **المحور :** الدوال الاسية **الـمدة :**  02 سـا

**الموضوع :**  **الدالة الأسية**

**الكفاءة المستهدفة :**

* التعرف على الدالة الاسية
* توظيف خواص الدالة الاسية النيبيرية

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **إنشاء تمثيل بياني لدالة الأسية** | **تمثيل بيان الدالة الأسية باستعمال طريقة أولير** | **20 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس**   1. مبرهنة وتعريف  * نتائج  1. الخواص الجبرية  * نشاط * الخواص  1. العدد و الترميز 2. قواعد الحساب | انطلاقا من النشاط المنجز يستخلص التلاميذ تعريف لدالة الاسية ، يكتب على السبورة  وكتابة النتيجتين ،  تقديم نشاط الحل يكون من طرف التلاميذ بمساعدة الاستاذ  انطلاقا من النشاط يستخلص التلاميذ الخواص وتكتب على السبورة  بعد التعرف على الترميز  يستخلص التلاميذ قواعد الحساب انطلاقا من الخواص الجبرية | **5د**  60 د  05 د  10 د |
| **الاستثمار** | تمرين تطبيقي | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **20 د** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | Data show ، **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة ،** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

الدالة الأسية

نشا ط :

 دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على و تحقق الشرطين التاليين:

 و 

* باستعمال طريقة أولر و باختيار خطوة  أنجز جدولا يتضمن القيم التقريبية لـِ من أجل ينتمي إلى ثم أنشئ تمثيلا تقريبيا للدالة.

نذكر أن  و بما أن  فإن   
لدينا كذلك  و بما أن  فإن 

مبرهنة و تعريف: توجد دالة وحيدة قابلة للاشتقاق على بحيث و.  
 نرمز إلى هذه الدالة بالرمز"  " و نسميها الدالة الأسية ( النيبيرية ).

نتائج:

* 

 .

 من أجل كل عدد حقيقي، .

خواص الدالة الأسية

نشاط : لتكن دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على و تحقق الشرطين التاليين: و 

1. نعتبر الدالة المعرفة على بـِ 
   * بين أن دالة ثابتة على. استنتج أنه من أجل كل من،  
   * برهن بالخلف أنه من أجل كل من، 
2. نفرض أنه توجد دالة ثانية تحقق و. بما أن الدالة لا تنعدم على، نعتبر الدالة المعرفة على بـِ .
   * بين أن دالة ثابتة على.
   * استنتج أنه من أجل كل من، .
3. ليكن عدد حقيقي كيفي ثابت. نعتبر الدالة المعرفة على بـِ 
   * بين أن دالة ثابتة على و أنه من أجل كل من، .
   * استنتج أنه من أجل كل من و من أجل كل من،  
   * استنتج أنه من أجل كل من و من أجل كل من،  
4. ليكن عددا صحيحا نسبيا و لتكن الدالة المعرفة على بـِ 
   * عين الدالة المشتقة للدالة.

استنتج أنه من أجل كل من،  

خواص: من أجل كل عددين حقيقيين، و من أجل كل عدد صحيح نسبي لدينا:

  .

. .

3. العدد و الترميز

 العدد هو صورة العدد بالدالة الأسية أي . تعطينا الحاسبة .

اصطلاحا نرمز، من أجل كل عدد حقيقي، إلى  بـِ .

من أجل كل عدد حقيقي، 

تقرأ: " أسية  ".

قواعد الحساب: من أجل كل عددين حقيقيين، و من أجل كل عدد صحيح نسبي لدينا:

     

     

تطبيق 01 :

بسط العبارات التاية :1)  ، 2)  ، 3) 

تطبيق 02 :

بين من أجل كل عدد حقيقي *x* ما يلي:

1)  2)  3)  4) 

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 14 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  اتجاه تغير الدالة الاسية

**الكفاءة المستهدفة :**

دراسة اتجاه تغير الدالة الاسية

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **تشخيص المكتسبات القبلية** |  | **05 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس**   * اتجاه تغير الدالة الاسية   خواص:   * النهايات   خواص:   * جدول تغيرات   كتابة معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها 0 :  نتيجة:  تطبيق |  | **05 د**  **05 د**  **05د**  **05 د**  **10 د** |
| **الاستثمار** | تطبيقات | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **25 د** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

اتجاه تغير الدالة الاسية

خاصية 01 : من أجل كل عدد حقيقي، 

نتيجة : الدالة الأسية دالة موجبة تماما

خاصية 02 : الدالة الأسية متزايدة تماما على .

1. النهايات

مبرهنة : . .

1. جدول تغيرات

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| + |  |
| 1 |  |

* بماأن المنحني الممثل للدالة الأسية يقبل محور الفواصل كمستقيم مقارب عند.

كتابة معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها 0 :

  أي  اذن 

* من تعريف العدد المشتق لدينا: إذن 

نتيجة: الدالة هي أحسن تقريب تآلفي للدالة بجوار.

أي من أجل قريب من 0 لدينا:.

تطبيق01:

* أحسب النهايات التالية

* ،*  *،*  ، 

تطبيق 02:

ادرس اتجاه تغير الدالة في كل حالة :

1. على
2. على كل من المجالين
3.  على

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 15 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  حل المعادلات والمتراجحات

**الكفاءة المستهدفة :**

حل المعادلات والمتراجحات

حل معادلات ومتراجحات :

بما أن الدالة الآسية متزايدة تماما على R فان :

1.  تعني .
2.  تعني .
3.  تعني .
4.  تعني .

تطبيق 01:

حل في  المعادلات التالية :

1)  ، 2)  ، 3)  ،

تطبيق 02:

حل في  المتراجحات التالية:

1)  ، 2)  ، 3)  4)  5) 

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 16 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  01 سـا

**الموضوع :**  دراسة الدالة

**الكفاءة المستهدفة :**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **المراحل** | **المحتوى** | **الطريقة والتسيير** | **المدة** |
| **التهيئة** | **تشخيص المكتسبات القبلية** |  | **10 د** |
| **الـبـنــــاء** | **فقرات الدرس** |  | **15 د**  15 د |
| **الاستثمار** | تمرين تطبيقي | ينجز التمرين من طرف التلاميذ | **15** |
| **الوسائل التعليمية والمراجع** | **الكتاب المدرسي ، سبورة ، أقلام ، مسطرة ، ممسحة** | | |
| **تقويم الأستاذ للدرس** |  | | |

النهايات

لدراسة نهاية دالة  نستعمل المبرهنة الخاصة بنهاية دالة مركبة.

مثال:

نعتبر الدالة المعرفة على :

. اتجاه التغيرات

خاصية: إذا كانت دالة معرفة على مجال فإن للدالتين و نفس اتجاه التغيرات على المجال.

مثال :

عين اتجاه تغير الدالة المعرفة على :

. المشتقة

خاصية: إذا كانت دالة قابلة للاشتقاق على مجال فإن الدالة  قابلة للاشتقاق على و لدينا من أجل

كل من، .

مثال : احسب الدالة المشتقة  للدالة *f* المعرفة على

* ، *

تمرين تطبيقي :

من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما، نعتبر الدوال المعرفة على المجال كما يلي:



نرمز بـِ  إلى المنحنيات الممثلة للدوال في معلم متعامد و متجانس.

1. أحسب نهايتي الدالة عند وعند. فسر بيانيا النتيجة الثانية.
2. أدرس اتجاه تغير الدوال ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن كل المنحنيات تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها.
4. أرسم في نفس الشكل المنحنيات ،  و .

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج**

**المحور : الدوال الأسية واللوغاريتمية الـمدة : 01 سـا**

**الموضوع : دراسة دالة أسية**

**الكفاءة المستهدفة :**

* **دراسة دالة أسية**

**الجزء الأول**

حل المعادلة :

**الجزء الثاني :**

دالة معرفة على بـ :

التمثيل البياني لدالة

1. أدرس نهاية الدالة عند و
2. ليكن مستقيم معادلته

* بين أن مستقيم مقارب
* أدرس الوضعية النسبية للمنحنى المماس من أجل ينتمي إلى

1. أدرس تغيرات الدالة
2. بين أن المعادلة تقبل حل وحيد ينتمي إلى المجال
3. أرسم و

**المادة : رياضيات المستوى : 3 ع تج الحصة :** التحليل  **مذكرة رقم :** 18 **المحور :** الدوال العددية **الـمدة :**  02سـا

**الموضوع :**  المعادلات التفاضلية

**الكفاءة المستهدفة :**

**المعادلات التفاضلية**

**ملاحظة:** العديد من المسائل في العلوم التجريبية، الاقتصاد، الكهرباء و الميكانيك تؤدي إلى دراسة هذا النوع من

المعادلات التفاضلية و التي غالبا ما نكتبها على الشكل: 

**1. المعادلة التفاضلية  مع **

**مبرهنة:**  عدد حقيقي غير معدوم.

الحلول على للمعادلة التفاضلية هي الدوال  حيث  عدد حقيقي ثابت كيفي.

**البرهان:** نعتبر المعادلة التفاضلية:  حيث ****

* أثبت أن الدالة المعرفة على بـِ  حيث عدد حقيقي هي حل للمعادلة التفاضلية.
* نفرض أن الدالة حل للمعادلة التفاضلية. أثبت أن الدالة المعرفة على بـِ  دالة ثابتة.استنتج أن حيث عدد حقيقي ثابت كيفي.

**تطبيق:** حل في المعادلة التفاضلية: .

**2. المعادلة التفاضلية  مع **

**مبرهنة:**  و عددان حقيقيان مع غير معدوم.

الحلول على للمعادلة التفاضلية هي الدوال  حيث  عدد حقيقي ثابت كيفي.

**البرهان:** نعتبر المعادلة التفاضلية:  حيث ****

* أثبت أن الدالة المعرفة على بـِ  حيث عدد حقيقي كيفي هي حل للمعادلة .
* نفرض أن الدالة حل للمعادلة التفاضلية. لتكن الدالة المعرفة على بـِ 
  + أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي، .
  + استنتج من مبرهنة الجزء1 عبارة  و من ثم عبارة.

**تطبيق:** حل في المعادلة التفاضلية: .

**خاصية:** من أجل كل ثنائية أعداد حقيقية، المعادلة التفاضلية مع**** تقبل حلا وحيدا

معرفة على و تحقق الشرط: .

**البرهان:** إذا كانت  بين أن .

**تطبيق:** نعتبر المعادلة التفاضلية

1. حل المعادلة,

2. عين الحل للمعادلة بحيث .

3. أدرس تغيرات الدالة ثم أرسم في معلم متعامد و متجانس تمثيلها البياني