الموضوع الثالث

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة التالية: $7x+9y=16$ ....(1)

1) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة(1) .

2) أ- ليكن $d=p\,gcd(x;y)$. عين قيم d .

ب- عين كل الثنائيات $(x;y)$ حلول (1) بحيث يكون $p\,gcd(x;y)=4$.

3) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n و $n\geq 16$: $n=7\alpha+9\beta$ حيث α و β عددا ن صحيحان .

التمرين الثاني (05 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0=2 \\ u_{n+1}=\sqrt{\frac{1}{2}u_n^2+1} \end{cases}$ وذلك من أجل كل عدد طبيعي n .

1 أحسب الحدين u_1 و u_2 ثم بين أنّ مهما يكن العدد الطبيعي n : $u_n\geq\sqrt{2}$.

2 لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة بـــ: $v_n=u_n^2-2$ من أجل كل عدد طبيعي n .

3 أ- بيّن أنّ المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

4 ب- أكتب v_n بدلالة n و أستنتج u_n بدلالة n .

5 أ) بين أنّه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\in[0;+\infty[$: $\sqrt{1+x}\leq 1+\frac{x}{2}$.

ب) أستنتج أنّ: $\sqrt{2}\leq u_n\leq\sqrt{2}\left[1+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]$ ثم جد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $s_n=u_0^2+u_1^2+u_2^2+.........+u_n^2$.

التمرين الثالث (03 نقاط)

أجب بـــ صحيح أو خطأ على كل مقترح من المقترحات التالية مع التبرير:

1) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ **.نعتبر النقط** $A(2;-1;-3)$ ، $B(3;1;1)$ **و** (Δ) **مستقيم تمثيله الوسيطي**

$$\begin{cases} x=1-t \\ y=2-2t \quad ;t\in\mathbb{R} \\ z=-1+3t \end{cases}$$

1) (Δ) و (AB) مستقيمان ليسا من نفس المستوي .

2) المسافة بين النقطة $E(1;-1;1)$ و المستقيم (Δ) هي $\frac{3}{7}\sqrt{35}$.

3) العدد المركب $1=\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{2}\right)^{2015}$

4) مجموعة حلول الجملة في $\mathbb{C}^2$: $\begin{cases} -i\,\bar{z}_1+(-1-2i)\bar{z}_2=4 \\ iz_1-3iz_2=i \end{cases}$ هي $S=\left\{\left(\frac{59}{26}-\frac{57}{26}i;\frac{9}{26}+\frac{19}{26}i\right)\right\}$.

5) الشكل الأسي للعدد المركب z حيث: $z=(x-5)\left(cos\frac{\pi}{6}-i\,sin\frac{\pi}{6}\right)$ هو $z=(x-5)e^{-i\frac{\pi}{6}}$ إذا كان $x<5$.

التمرين الرابع (08 نقاط)

<u>الجزء الأول</u> : f دالة عددية لمتغير حقيقي x معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-2e^{x}+\frac{3}{2}$ و ليكن (C_f)تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f .

2) أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مواز لحامل محور الفواصل .

ب- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة لحامل محور الفواصل .

ج- أنشئ (C_f).

2) λعدد حقيقي أصغر تماما من الصفر.أحسب المساحة$A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى(C_f) و المستقيمات ذات المعادلات : $y=\frac{3}{2}$، $x=0$ و $x=\lambda$.هل توجد قيم للعدد λ بحيث $A(\lambda)=\frac{13}{16}$ ؟

<u>الجزء الثاني</u> :

نعتبر الدالة العددية φ معرفة على D_φ بـــ : $\varphi(x)=2x-ln2+ln\left(3e^{-2x}-4e^{-x}+1\right)$ وليكن (γ) تمثيلها البياني في المستوى .

1) عين مجموعة تعريف الدالة φ .ثم بين أنّه من أجل كل $x\in D_\varphi$: $\varphi(x)=ln\left[f(x)\right]$.

2) ادرس تغيرات الدالة φ .

3- أنشئ المنحنى (γ) .

<u>الجزء الثالث</u> :

نعتبر التحويل النقطي T للمستوي (π) في نفسه الذي يرفق بكل نقطة$M(x;y)$ ذات اللاحقة z النقطة$M'(x';y')$ ذات اللاحقة z' حيث : $z'=-iz+2i$. حيث $(i^2=-1)$

1) ما طبيعة التحويل T ؟ ثم حدد عناصره المميزة .

2) أكتب x'و y' بدلالة x و y ثم عين صورة المنحنى (C_f) بالتحويل T.هل المنحنى(C_f)صامد إجماليا بالتحويل T ؟