الموضوع الرابع

التمرين الأول (04.5 نقاط)

1) نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E_1) : $11x+8y=79$.

أ –بيّن أنّه إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة (E_1) فإنّ: $y\equiv 3[11]$.

ب –حل إذن المعادلة (E_1) .

2) لتكن في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E_2): $3y+11z=372$.

أ –بيّن أنّه إذا كان $(y;z)$ حل للمعادلة (E_2) فإنّ $z\equiv 0[3]$.

ب –حل إذن المعادلة (E_2) .

3) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E_3): $3x-8z=-249$.

4) لدينا 41 قطع غيار موزعة على ثلاثة أجزاء ثمنها الكلي 480 ألف دينار جزائري. ثمن القطعة للجزء الأول هو 48 ألف دينار جزائري وثمن القطعة للجزء الثاني هو 36 ألف دينار جزائري وثمن القطعة للجزء الثالث هو 4 ألآف دينار جزائري.

المطلوب : عيّن عدد القطع لكل جزء .

التمرين الثاني (05 نقاط)

n عدد طبيعي غير معدوم و f_n دالة معرفة بـــ: $\begin{cases} f_n(x)=x(ln\,x)^n \\ f_n(0)=0 \end{cases}$.

1) أدرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدّالتين f_1 و f_2 على المجال $[0;+\infty[$.

2) أدرس تغيرات كل من الدّالتين f_1 و f_2 وارسم منحناهما البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

3) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ بـــ: $u_n=\int_1^e f_n(x)dx$ (حيث e هو أساس اللوغاريتم النبيري)

أ/ بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : (u_n) متناقصة

ب/ بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $u_n\geq 0$.

ج/ بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n\in\mathbb{N}^*$: $u_{n+1}=\frac{e^2}{2}-\frac{e+1}{2}u_n$ و استنتج أنّه مهما يكن $n\in\mathbb{N}^*$: $u_n\leq\frac{e^2}{n+1}$.

د/ عين نهاية المتتالية (u_n) عند ما n يؤول إلى $+\infty$.

التمرين الثالث (04.5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقطتان $A(8;0;8)$ و $B(10;3;10)$ وليكن (D) المستقيم الذي يشمل النقطة $C(-5;1;0)$ و $\vec{u}(3;2;-2)$ شعاع توجيه له .

1- جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

2- بيّن أنّ المستقيمين (AB) و (D) لا ينتميان إلى نفس المستوي .

3- ليكن (P) المستوي الذي يوازي (D) ويشمل المستقيم (AB).

أ- بيّن أنّ $\vec{n}(2;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) ثم أكتب معادلة ديكارتية له .

ب- بيّن أنّ المسافة بين نقطة كيفية من المستقيم (D) والمستوي (P) ثابتة .

ج- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المحدد بتقاطع (P) و المستوي (Oxy) .

د- تعرف على مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $(2x-2y+z-24)^2+z^2=0$.

4- لتكن (S) سطح كرة التي تمس (P) في النقطة $I(10;1;6)$ حيث مركزها ω يبعد عن المستوي (P) بمسافة $d=6$ ويقع من جهة النقطة O . شكل معادلة ديكارتية لـــ (S).

5. أ- جد تمثيلا وسيطيا للمستوي (OAB) ثم أستنتج معادلة ديكارتية له .

ب- بيّن أنّ المستوي (OAB) وسطح الكرة (S) يتقاطعان وفق دائرة (Γ) يطلب تحديد عناصرها المميزة .

التمرين الرابع (06 نقاط)

نعتبر الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=ln\left(e^x+2e^{-x}\right)$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1- أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x، $f(x)=x+ln\left(1+2e^{-2x}\right)$، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب. بيّن أنّ المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C) .

ج- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) والمستقيم (D) .

2- أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x، $f(x)=-x+ln\left(2+e^{2x}\right)$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب. بيّن أنّ المستقيم (D') الذي معادلته: $y=-x+ln2$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C).

ج- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C) و (D') .

3- أدرس اتجاه تغير الدّالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4- أرسم (D)،(D') و (C).

5- ليكن (Δ_m) المستقيم ذو المعادلة: $y = mx + \frac{ln2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي .

أ – بيّن أنّ جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة A يطلب تعيينها .

ب- ناقش ، حسب قيم الوسيط m عدد نقاط تقاطع المستقيم (Δ_m) و(C) .

6- نضع : $I = \int_2^3 [f(x) - x]dx$. فسر هندسيا العدد I .

ب- بيّن أنّه من أجل كل $x \in [0;+\infty[$: $ln(1+x) \leq x$.

ج- أستنتج أنّ: $0 \leq I \leq \int_2^3 2e^{-2x}dx$ ثم جد حصرا للعدد I سعته 0.02 .

الطموح كنز لا يفنى : لا يسعى للنجاح من لا يملك طموحا ولذلك كان الطموح هو الكنز الذي لايفنى

.....فكن طموحا وانظر إلى المعالي ....