أجب بـــ صحيح أو خطأ على كل مقترح من المقترحات التالية مع التبرير :

1)مجموعة الحلول في $\mathbb{Z}^2$ للمعادلة : $24x+35y=9$ هي $\{(-144+70k\,;99-24k),k\in\mathbb{Z}\}$.

2)في المستوي المنسوب إلى معلم ، (D) المستقيم ذو المعادلة الديكارتية : $11x-5y=14$. النقط من (D) والتي تكون إحداثياها أعداد صحيحة تكون من الشكل $(5k+14;11k+28)/k\in\mathbb{Z}$.

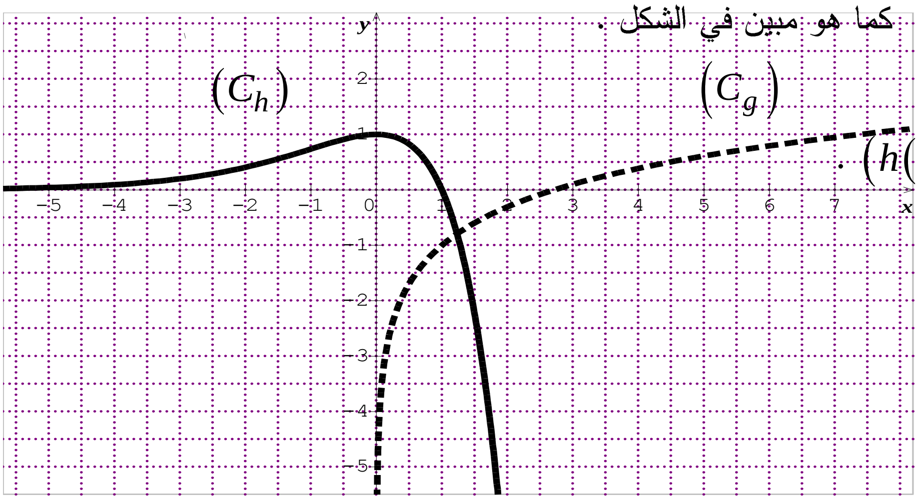
3)من أجل كل عدد طبيعي n العدد 3 يقسم العدد $2^{2n}-1$.

4) إذا كان : $x^2+x\equiv 0[3]$ فإنّ : $x\equiv 0[3]$.

5) توجد ثنائية $(a;b)$ من الأعداد الطبيعية بحيث: $a<b$ و $PPCM(a;b)-PGCD(a;b)=1$.

التمرين الثاني (06 نقاط)

نعتبر الدالتين h و g المعرفتين كما يلي: $h(x)=(1-x)e^x$ من أجل $x\in\mathbb{R}$ و $g(x)=-1+\ln x$ من أجل $x\in\left]0;+\infty\right[$. وليكن (C_h) و (C_g) منحنيهما على الترتيب في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ يتقاطعان في نقطة فاصلتها α كما هو مبين في الشكل .



1) أ- عين من الشكل إشارة $(h(x)-g(x))$.

ب- بين أنّ: $1.23<\alpha<1.24$

2) لتكن الدالة φ المعرفة على $\left]0;+\infty\right[$ بـــ: $\varphi(x)=e^x-\ln x$. شكل جدول تغيرات φ' واستنتج أنّ $\varphi'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β في المجال $\left]0;+\infty\right[$ حيث $\beta<1$.

ب- استنتج أنّه من أجل كل $x\in\left]0;+\infty\right[$: $e^x-\ln x>0$.

3) f الدالة المعرفة على $\left[0;+\infty\right[$بـــ: $f(x)=\dfrac{x}{e^x-\ln x}$ من أجل $x>0$ و $f(0)=0$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(o;\vec{i};\vec{j})$.

أ- بين أنّ f مستمرة عند 0. ب- ادرس قابلية اشتقاق f عند 0. ج- عين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة

د- بيّن أنّ $f'(x)=\dfrac{h(x)-g(x)}{(e^x-\ln x)^2}$ من أجل كل $x\in\left]0;+\infty\right[$. وستنتج اتجاه تغير الدالة f .

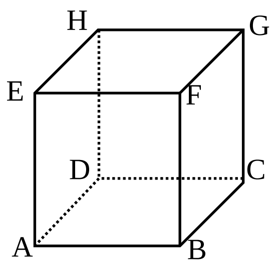
هــ- ارسم المنحنى (C_f) . لنأخذ $f(\alpha)\approx 0.38$.

4) G الدالة المعرفة على المجال $[2;+\infty[$ بـــ: $G(x)=\int_{2}^{\ln x} e^{t} f(t)\,dt$.

– بيّن أنّ G قابلة للاشتقاق على $[2;+\infty[$ وأنّه من أجل كل $x\in[2;+\infty[$: $G'(x)=\dfrac{\ln x}{x-\ln(\ln x)}$.

التمرين الثالث(05 نقاط) :

في الشكل المقابل $DABCHEFG$ هو مكعب حرفه1.ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(D;\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH}\right)$



1) أ– عين إحداثيات الشعاع العمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AH}$ و $\overrightarrow{AC}$.

ب– استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ACH).

2) (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة D والعمودي على المستوي (ACH) .

أ –أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

ب عين إحداثيات النقطة P نقطة تقاطع (Δ) والمستوي (ACH) .

3) من أجل كل عدد حقيقي m نعتبر (S_m) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $x^2+y^2+z^2-2mx-2my-2mz+3m^2-1=0$.

أ –بيّن أنّه من أجل كل $m\in\mathbb{R}$: (S_m) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها I_m ونصف قطرها .

ب –عين قيم m بحيث (S_m) يشمل النقطة A .

4) أ– تحقق أنّ مركزي (S_0) و $\left(S_{\frac{2}{3}}\right)$ هما نقطتان من (Δ) .

ب– برر أنّ المستوي (ACH) يقطع (S_0) و $\left(S_{\frac{2}{3}}\right)$ وفق دائرة (C) يطلب تحديدها .

التمرين الرابع: (05 نقاط)

I – نعتبر العدد المركب β حيث: $2\beta=\left(-1+\sqrt{3}\right)+i\left(1+\sqrt{3}\right)$.

1) بيّن أنّ: $\beta^2=-\sqrt{3}+i$، ثم اكتب β^2 على الشكل الأسي .استنتج طويلة وعمدة للعدد المركب β .

2) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\dfrac{5\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{5\pi}{12}$.

II – نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $z^2+2\sqrt{3}z+4=0$ ....(1)

1) بيّن أنّ العدد المركب $z_1=\alpha^2$ هو حلا للمعادلة (1)ثم استنتج الحل الثاني z_2 للمعادلة (1) .

2) جد عمدة للعدد المركب $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)$، ثم عين العدد الطبيعي n بحيث يكون العدد المركب $\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)^n$ حقيقيا .

3) ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$. z عدد مركب صورته النقطة M. عين وأنشئ مجموعة النقط M من المستوي بحيث يكون: $|\beta(1-z)|=|4z_2|$.