التمرين الأول:

1) α عدد حقيقي $0 \le \alpha < \pi$ حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة التالية:

$z^2 - 4(1+cos\,\alpha)z + 8(1+cos\,\alpha) = 0$ حيث z_1 و z_2 حلي هذه المعادلة .

أ - أوجد بدلالة $\frac{\alpha}{2}$ طويلة و عمدة كل من z_1 و z_2.

ب -عين قيمة العدد α حتى يكون $z_1 \times z_2 = 8$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس نعتبر النقط A, B, C التي لواحقها على الترتيب

$\frac{\sqrt{3}}{2}\alpha i \,,\, -\frac{\alpha}{2} \,,\, \frac{\alpha}{2}$.

أ- أكتب على الشكل الآسي العدد $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_A}$

ب-أستنتج زاوية الدوران r الذي يحول A إلى B و يحول C إلى A.

جـ - تحقق أن مركز الدوران r ينطبق مع مركز ثقل المثلث ABC .

3)نسمي (Ω) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 2\alpha^2$

أ - تحقق أن النقط A و B و C تنتمي إلى المجموعة (Ω)

ب- عين طبيعة المجموعة (Ω) و عناصرها المميزة .

التمرين الثاني :

(v_n) متتالية هندسية موجبة تماما و المعرفة كالتالي: $v_1 - v_3 = \frac{7}{16}$ و $v_1 \times v_2 \times v_3 = \frac{27}{64}$.

أحسب v_2 ثم الأساس q للمتتالية (v_n) .

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـــ $u_0 = \alpha$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $4u_{n+1} = 3u_n - 2$

أ – عين قيمة العدد α حتى تكون (u_n) متتالية ثابتة .

ب – نضع $u_0 = -\frac{2}{3}$ أحسب الحدود u_1, u_2, u_3 .

– برهن أنه أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > -2$

– عين اتجاه تعير (u_n) ثم أستنتج أنها متقاربة .

3) أ – بين أن المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ $w_n = u_n - v_n$ متتالية ثابتة .

ب – أستنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب نهايتها .

جـــ – أحسب بدلالة n المجموع التالي : $S_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + ... + \frac{u_n}{v_n}$.

التمرين الثالث :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته $3x - y + 2z - 4 = 0$ و النقطة $A(0;-2;1)$ نقطة من $(\mathcal{P})$.

1) أ –عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) الذي يشمل النقطة A ويكون $\vec{u}(1;-1;-2)$ شعاعا توجيهيا له .

ب– تحقق أنّ : $(D) \subset (\mathcal{P})$.

2) H و K هما المسقطان العموديان على التوالي للنقطة $B\left(1;0;-\frac{41}{2}\right)$ على $(\mathcal{P})$ و (D) .

– حدد إحداثيات كل من النقطتين H و K .

3) احسب الجداء السلّمي : $\vec{u}.\overrightarrow{KH}$ ثم استنتج أنّ (D) عمودي على المستوي (BKH) .

التمرين الرابع :

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $105x + 4y = 323$ ....(1) .

1) أ– اشرح لماذا المعادلة (1) تقبل على الأقل حلا في $\mathbb{Z}^2$.

ب– حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (1).

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{\alpha 7 \alpha \beta}$ في نظام تعداد ذي الأساس 8 ويكتب $\overline{\alpha 10 \beta 0}$ في النظام ذي الأساس 5

عين العددين α و β ثم أكتب N في النظام العشري .

3)أ– n عدد طبيعي .ادرس بواقي القسمة الإقليدية للعدد 4^n على 7 .

ب− عين قيم n الطبيعية بحيث يكون العدد $2013^{3n}+2013^{2n}+2013^{n}+4$ قابلا القسمة على 7 .

التمرين الخامس :

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـــ : $g(x)=x^2-1+ln\,x$.

1) أ− احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$.

ب− احسب $g'(x)$ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$. ثم تحقق أنّ g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$.

ج− احسب $g(1)$ واستنتج إشارة الدالة g .

II) لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-\dfrac{ln\,x}{x}$ وليكن (C_f) منحناها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ− احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

ب− بين أنّ : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ وذلك من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات f .

2) ا− بين أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ هو مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب− بين أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تحديد إحداثياها .

3) ارسم (Δ) و (C_f) .

4)احسب مساحة حيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f)،محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$

5) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $\begin{cases} u_0=e \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ− برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le e$.

ب− ثم بين أنّ (u_n) متناقصة تماما ، ثم احسب نهايتها .