التحضير لبكالوريا2017 الموضوع العاشر (رياضيات وتقني ر)

التمرين الأول (05 نقاط)

1) أ- عين حلا خاصا $(x_0;y_0)$ من الأعداد الصحيحة للمعادلة (E) : $48x+35y=1$

ب-حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

ج- في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر الشعاع $\vec{u}=48\vec{i}+35\vec{j}+24\vec{k}$

والنقطة $A(-11;35;-13)$.

1) عين المجموعة (π) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء بحيث : $\vec{u}.\overrightarrow{AM}=0$.

2) ليكن (D) المستقيم تقاطع (π) والمستوي ذو المعادلة : $z=16$. عين كل النقط من (D) والتي تكون إحداثياها أعداد صحيحة تنتمي إلى المجال $]-100;100[$.

2) ليكن (S) : $\begin{cases} N\equiv 5[13] \\ N\equiv 1[17] \end{cases}$ أ/ تحقق أنّ 239 حل لــ(S) .

ب/ ليكن N عدد صحيح حل لــ(S). بيّن أنّ N يكتب على الشكل : $N=1+17x=5+13y$ مع x و y صحيحين يحققان المعادلة: $17x-13y=4$.

ج/ حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $17x-13y=4$ واستنتج أنّه يوجد عدد صحيح k بحيث: $N=18+221k$.

د/ برر التكافؤ بين : $N\equiv 18[221]$ و (S): $\begin{cases} N\equiv 5[13] \\ N\equiv 1[17] \end{cases}$.

التمرين الثاني (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر الأعداد المركبة التالية:

$$z_1=\frac{10+4i}{3+7i} \quad ; \quad z_2=(1+i)(1-i) \quad ; \quad z_3=\frac{7+3i}{5-2i} .$$

1) أ- اكتب الأعداد المركبة $z_1;z_2$ و z_3 على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي .

2) أ- مثل النقط A، B و C ذات اللواحق $z_A=1-i$; $z_B=2$; $z_C=1+i$. اثبت أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين ، ثم حدد طبيعة الرباعي $OABC$.

ب- حدد ثم مثل (Δ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث يكون : $\left|\frac{z}{z-2}\right|=1$.

3) نرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي ذات اللاحقة z حيث $(z\neq 2)$، النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=\frac{-2}{z-2}$

أ-حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z'=z$.

ب- أثبت أن لكل عدد مركب z حيث $(z\neq 2)$ فإن : $|z'-1|=\frac{|z|}{|z-2|}$ ثم استنتج علاقة بين المسافات OM ، BM ، IM' حيث : I منتصف القطعة $[OB]$.

ج) استنتج أنه عندما تتحرك النقطة M على (Δ) فإن M' تتحرك على دائرة (Γ) يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها.

التمرين الثالث (07 نقاط)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x)=2x-3+ln\left(\dfrac{x^2-2x+2}{x^2}\right)$

وليكن (C_f) منحناها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. ثم أعط تفسيرا بيانيا للنتيجة .

ب- احسب $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

ج- بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أدهما (D) مائل . ثم ادرس وضعية (C_f) و (D).

2) أ- احسب $f'(x)$ ثم بيّن أنّه من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\dfrac{2(x-1)}{x}\varphi(x)$ حيث φ دالة موجبة تماما من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$. يطلب تعيينها . ب- شكل جدول تغيرات f .

ج) بيّن أنّ المعادلة : $f(x)=0$ تقبل ثلاث حلول مختلفة α ، β و γ. يطلب إعطاء حصرا لها .

د) ارسم المنحنى (C_f) .

3) أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $\dfrac{2x-4}{x^2-2x+2}=\dfrac{2x-2}{x^2-2x+2}-\dfrac{2}{1+(x-1)^2}$

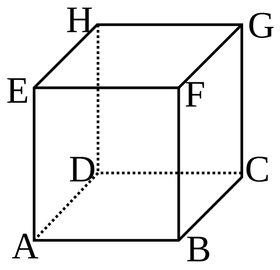
ب- أحسب $\displaystyle\int_2^{1+\sqrt{3}}\dfrac{2x-2}{x^2-2x+2}dx$ ، ج- بوضع: $x=1+tant$ حيث: $t\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right[$ ، احسب $\displaystyle\int_2^{1+\sqrt{3}}\dfrac{2}{1+(x-1)^2}dx$.

د)احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وبالمستقيمات التي معادلاتها: $y=2x-3$، $x=2$ و $x=1+\sqrt{3}$.

التمرين الرابع(03 نقاط)

في الشكل المقابل $DABCHEFG$ هو مكعب حرفه 1.ينسب الفضاء إلى معلم متعامد ومتجانس $(D;\overrightarrow{DA};\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DH})$

لتكن I و J منتصفي القطعتين $[EH]$ و $[EF]$ على الترتيب. L النقطة المعرفة بـــ: $\overrightarrow{DL}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{DA}$. وليكن (P) المستوي ذو المعادلة: $4x-4y+3z-3=0$. من بين المقترحات الثلاثة الآتية يوجد مقترح واحد صحيح . تعرف عليه .



1) المستوي (P) هو المستوي:

أ/ (FLH) ب/ (LHJ) ج/ (FED)

2) المستوي الموازي لــ(P) ويشمل I يقطع المستقيم (EA) في النقطة K إحداثياها :

أ/ $\left(1;0;\dfrac{1}{5}\right)$ ب/ $\left(1;0;\dfrac{1}{4}\right)$ ج/ $\left(1;0;\dfrac{1}{3}\right)$

3) تمثيل وسيطي للمستقيم (FL) هو من الشكل :

أ/ $\begin{cases}x=\dfrac{7}{4}+\alpha\\ y=4+4\alpha\\ z=4+4\alpha\end{cases}$ $/\ \alpha\in\mathbb{R}$ ب/ $\begin{cases}x=3+\dfrac{1}{4}\alpha\\ y=\alpha\\ z=\alpha\end{cases}$ $/\ \alpha\in\mathbb{R}$ ج/ $\begin{cases}x=1+\alpha\\ y=1+\alpha\\ z=1+4\alpha\end{cases}$ $/\ \alpha\in\mathbb{R}$