------ التحضير لبكالوريا 2017 ----------- **الموضوع 13**

التمرين الأول (04 نقاط)

1) x، y عددان طبيعيان غير معدومين، برهن أنّه إذا كان x، y أوليين فيما بينهما فإنّ x و y^2 أوليان فيما بينهما أيضا.

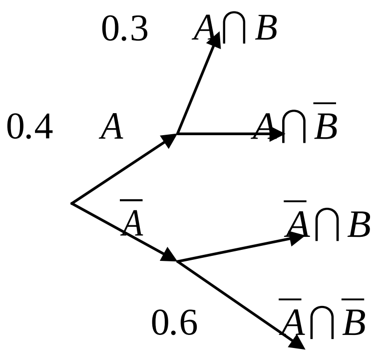
2) عين كل الثنائيات $(x\,;y)$ من IN^{*2} و بحيث يكون: $125x^2+93x=14y^2$.

3) يملك فلاح قطعة أرض تتكون من مربع $ABCD$ طول ضلعه α مترا ومثلث BHC قائم في B وغير متساوي الساقين حيث: $BH=2m$. استبدل هذا الفلاح قطعته الأرضية بقطعة أخرى مربعة الشكل طول ضلعها β مترا وثمن المتر الواحد منها هو $1568DA$.

– جد α، β إذا علمت أنّ ثمن المتر المربع الواحد من المربع $ABCD$ هو $3500DA$ وثمن المتر المربع الواحد من المثلث هو 2604 .

التمرين الثاني (04.5 نقاط)

إليك التجربة العشوائية الممثلة بشجرة الاحتمالات كما يلي:



أجب بـــ صحيح أو خطأ على كل من المقترحات التالية مع التبرير

1) $p(\overline{A})=0.6$ 2) احتمال الحادثة $\overline{B}$ حيث A يساوي 0.7 أي: $p_A(\overline{B})=07$ 3) $p(B)=0.7$

4) $p(A\cup B)=0.64$. 5) $p_{\overline{A}}(\overline{A}\cap B)=0.5$.

II – الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$.نعتبر النقط $A(-1;0;1)$، $B(1;1;0)$ و $C(0;-1;-4)$

و (Δ) مستقيم معرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=2t-1 \\ y=t+3 \quad ;(t\in\mathbb{R}) \\ z=-t+1 \end{cases}$ و (P) المستوي المعرف بتمثيله الوسيطي:

$\begin{cases} x=\alpha+\beta+3 \\ y=-\alpha+2 \quad ;\alpha\in\mathbb{R},\beta\in\mathbb{R} \\ z=\alpha+2\beta \end{cases}$.

أ- النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (Δ) .

ب- للمستوي (P) معادلة ديكارتية من الشكل: $2x+y+z-8=0$.

ج- المستقيم (Δ) يعامد المستوي (P) .

د- النقطة B تنتمي إلى المستوي المحوري للقطعة $[AC]$.

التمرين الثالث (04.5 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.نعتبر النقط A، B و C من المستوي لواحقها على الترتيب: $z_A=16$ ، $z_B=4+4i\sqrt{3}$ و $z_C=-2+2i\sqrt{3}$.

1) أ- أكتب العددان المركبان z_B و z_C على الشكل الأسي ثم علّم النقط A، B و C .

ب- بيّن أنّ المثلثين OAB و OBC قائمان .

2) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{3}}z$

أ- حدد طبيعة التحويل S مبينا عناصره المميزة.

ب- A_0 النقطة التي لاحقتها $z_0=16$ وليكن $A_{n+1}=S(A_n)$ حيث n عدد طبيعي .

- علّم النقط في المعلم السابق A_0، A_1، A_2، A_3، A_4 و A_5 (لاحظ أنّ A_0، A_1، A_2 هي النقط A، B و C)
- برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $z_n=\frac{1}{2^{n-4}}e^{i\frac{\pi n}{3}}$ حيث z_n لاحقة النقطة A_n .
- بيّن أنّ المتتالية (u_n) حيث: $u_n=\left\|\overrightarrow{OA_n}\right\|$ هي متتالية هندسية متقاربة يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.
- أحسب بدلالة n المجموع: $s_n=\left\|\overrightarrow{OA_0}\right\|+\left\|\overrightarrow{OA_1}\right\|+\cdots\cdots+\left\|\overrightarrow{OA_n}\right\|$ ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} s_n$.
- ابتداء من أي رتبة تصبح المسافة $\frac{1}{\left\|\overrightarrow{OA_n}\right\|}$ أكبر من 2015 ؟
- بيّن أنّ النقط O ، A_n و A_m في استقامية إذا وفقط إذا كان $(m-n)$ مضاعف للعدد 3 .
- بيّن أنّ المثلث OA_nA_{n+1} قائم في النقطة A_{n+1} .

التمرين الرابع (07 نقاط)

لتكن الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x)=x+ln4+\frac{2}{e^x+1}$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيرات الدّالة f .

2) أحسب من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)$ ،ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

3) أ- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=3$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.1<\alpha<1.2$.

ب- من أجل أي قيمة للعدد الحقيقي m يكون العدد $(-\alpha)$ حلا للمعادلة $f(x)=m$ ؟

4) أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $f(x)=x+2+ln4-\frac{2e^x}{e^x+1}$.

ب- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=x+ln4$ و المستقيم (Δ') ذو المعادلة: $y=x+2+ln4$ مستقيمان مقاربان للمنحنى (C) ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى كل منهما.

5) أرسم (Δ)، (Δ') و (C) .

6) ليكن λ عددا حقيقيا موجبا تماما ، $A(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين: $x=0$ ، $x=\lambda$.

أ- اعتمادا على السؤال 4) - أ) بيّن أنّ: $A(\lambda)=2ln\left(\frac{2e^{\lambda}}{e^{\lambda}+1}\right)$.

ب- عين قيمة العدد λ بحيث يكون: $A(\lambda)=1$.