

المدة: 4 ساعات

اختبار في مادة الرياضيات

الشعبة: تقني رياضي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (05 نقاط)

في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

أ- عين الجذرین التربيعیین للعدد المركب $L = 2 + 2i\sqrt{3}$

ب- حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة: $(z^2 - 2 - 2i\sqrt{3})(z^2 + 1) = 0$

نعتبر النقط A, B, C و D من المستوى لواحقها على الترتيب: $z_C = i, z_B = \sqrt{3} - i, z_A = \sqrt{3} + i$

$$z_D = 1$$

أ- أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسني ثم أستنتج طبيعة المثلث OAB .

ب- جد قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ تخيليا صرفا موجبا.

أ- عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحول النقطة B إلى النقطة C محددا عناصره المميزة.

ب- عين وأنشئ القطعة $[B'C']$ صورة القطعة المستقيمة $[BC]$ بالتشابه S مستنرجا مساحة المثلث $'ABC'$.

أ- عين (γ) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z بحيث يكون: $\frac{z - z_C}{z - z_B} = k$ عددا حقيقيا سالبا تماما.

ب- عين (Δ) مجموعة النقط M من المستوى ذات اللاحقة z بحيث يكون: $z = -3 - 2i - ke^{\frac{i\pi}{4}}$ مع $k \in \mathbb{R}$

التمرين الثاني (04 نقاط)

نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة (E) : $5x - 7y = 3$

أ- حل في \mathbb{Z}^2 المعادلة (E) .

ب- بين أنّه من أجل كل عدد صحيح k قيم $PGCD(9+7k; 6+5k) = PGCD(k; 3)$. ثم أستنتج حسب k

القاسم المشترك الأكبر للعددين $(9+7k)$ و $(6+5k)$.

. (2) $n = \overline{1\alpha 5\beta 4}_6$ عدد طبيعي مكتوب في نظام التعداد ذي الأساس 6 كما يلي:

عين كل الثنائيات $(\alpha; \beta)$ من الأعداد الطبيعية حيث: n يكون قابلاً القسمة على 35.

. ب) n يكون قابلاً القسمة على 70.

ج) أكتب n في النظام العشري.

التمرين 03 (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k} \right)$. نعتبر النقط $A(1; 3; 4)$ ، $B(-1; 4; 4)$ ، $C(3; 1; 2)$.

أ- بين أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستوى.

ب- جد العدد الحقيقي α حتى يكون الشعاع $\bar{n}(1; \alpha; -1)$ ناظرياً للمستوى (ABC) ثم معادلة ديكارتية له.

$$\text{حيث: } t \in \mathbb{R}, m \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} x = 1 + 2m + t \\ y = 1 + m \\ z = 5 + m + t \end{cases} \quad (P) \quad (2)$$

أ- أكتب معادلة ديكارتية للمستوى (P) ثم بين أن (P) و (ABC) متعامدان.

ب- عين تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (P) و (ABC) .

لتكن النقطة $D(3; 1; 1)$ نقطة من الفضاء.

أ- عين d_1 المسافة بين النقطة D والمستوى (P) و d_2 المسافة بين النقطة D والمستوى (ABC) .

ب- أستنتاج d_3 المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ) .

$$\text{نعتبر الدائرة } (C) \text{ المعرفة كما يلي: } \begin{cases} z = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة (S) التي تحوي الدائرة (C) ومركزها Ω ينتمي إلى المستوى (P) .

التمرين الرابع (06 نقاط)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ:

أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ (1)

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة .

ج- شكل جدول تغيرات الدالة g ثم أستنتج إشارة $(x) g$ على المجال $[0; +\infty]$.

II - لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ: $f(x) = 3\frac{\ln x}{\sqrt{x}} + x - 1$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ (1)

ب- بين أن f قابلة للاشتغال على المجال $[0; +\infty]$ وأن: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$ ثم أستنتاج اتجاه تغير الدالة f .

ج- شكل جدول تغيرات f .

أ- بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) يطلب تعين معادلة له. (2)

ب- جد معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 1 ثم حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (T) .

3) أحسب $f(5)$ و $f(9)$ ثم أرسم (C) و (D) .

4) بين أن الدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ هي دالة أصلية للدالة $2\sqrt{x}(\ln x - 2)$ على المجال $[0; +\infty]$.

* أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) وبالمستقيمات: $y = x - 1$ و $y = x + \lambda$ حيث $x = 1$ ، $y = x$.

. $\lim_{\lambda \xrightarrow{>} 0} A(\lambda)$. ثم أحسب $(A(\lambda))$. () $0 < \lambda < 1$

الطموح كنز لا يفنى : لا يسعى للنجاح من لا يملك طموحا ولذلك كان الطموح هو الكنز الذي لا يفنى

.....فكن طموحا وانظر إلى المعالي