

التحضير لباكالوريا 2017 --- الموضوع 15 --- رياضيات - تقني ر

التمرين الأول (04 نقاط)

(1) نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E_1) : $11x + 8y = 79$.

أ - بيّن أنه إذا كان $(x; y)$ حلا للمعادلة (E_1) فإنّ : $y \equiv 3[11]$.

ب - حل إذن المعادلة (E_1) .

(2) لتكن في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E_2) : $3y + 11z = 372$.

أ - بيّن أنه إذا كان $(y; z)$ حل للمعادلة (E_2) فإنّ $z \equiv 0[3]$.

ب - حل إذن المعادلة (E_2) .

(3) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E_3) : $3x - 8z = -249$.

(4) لدينا 41 قطع غيار موزعة على ثلاثة أجزاء ثمنها الكلي 480 ألف دينار جزائري. ثمن القطعة للجزء الأول

هو 48 ألف دينار جزائري و ثمن القطعة للجزء الثاني هو 36 ألف دينار جزائري و ثمن القطعة للجزء الثالث هو

4 آلاف دينار جزائري. المطلوب : عيّن عدد القطع لكل جزء .

التمرين الثاني (04 نقاط)

n عدد طبيعي غير معدوم و f_n دالة معرفة بـ :
$$\begin{cases} f_n(x) = x(\ln x)^n \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$$

(1) أدرس استمرارية وقابلية اشتقاق الدالتين f_1 و f_2 على المجال $[0; +\infty[$.

(2) أدرس تغيرات كل من الدالتين f_1 و f_2 وارسم منحناهما البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

$(o; \vec{i}; \vec{j})$

(3) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n = \int_1^e f_n(x) dx$ (حيث e هو أساس اللوغاريتم النبيري)

أ/ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : (u_n) متناقصة

ب/ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_n \geq 0$.

ج/ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \in \mathbb{N}^*$: $u_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2} u_n$ واستنتج أنه مهما يكن $n \in \mathbb{N}^*$: $u_n \leq \frac{e^2}{n+1}$.

د/ عين نهاية المتتالية (u_n) عند ما n يؤول إلى $+\infty$.

التمرين الثالث (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$. نعتبر النقطتان $A(8;0;8)$ و $B(10;3;10)$ وليكن (D)

المستقيم الذي يشمل النقطة $C(-5;1;0)$ و $\vec{u}(3;2;-2)$ شعاع توجيه له.

1- بين أن المستقيمين (AB) و (D) لا ينتميان إلى نفس المستوي.

2- ليكن (P) المستوي الذي يوازي (D) ويشمل المستقيم (AB) .

أ- بين أن $\vec{n}(2;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P) ثم أكتب معادلة ديكارتية له.

ب- بين أن المسافة بين نقطة كيفية من المستقيم (D) والمستوي (P) ثابتة.

ج- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) المحدد بتقاطع (P) و المستوي (Oxy) .

د- تعرف على مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $(2x-2y+z-24)^2 + z^2 = 0$.

3- لتكن (S) سطح كرة التي تمس (P) في النقطة $I(10;1;6)$ حيث مركزها ω يبعد عن المستوي (P) بمسافة

$$d = 6$$

ويقع من جهة النقطة O . شكل معادلة ديكارتية لـ (S) .

4. أ- جد تمثيلاً وسيطياً للمستوي (OAB) ثم أستنتج معادلة ديكارتية له.

ب- بين أن المستوي (OAB) و سطح الكرة (S) يتقاطعان وفق دائرة (Γ) يطلب تحديد عناصرها المميزة.

التمرين الرابع (06 نقاط)

I - نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 2x\sqrt{x} - 3\ln x + 6$

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g .

ج- شكل جدول تغيرات الدالة g ثم أستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

II - لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 3\frac{\ln x}{\sqrt{x}} + x - 1$ و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب

إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

ب- بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ وأن: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة f .

(2) أ- بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) يطلب تعيين معادلة له.

ب- جد معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها 1 ثم حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (T) .

(3) أحسب $f(5)$ و $f(9)$ ثم أرسم (D) ، (T) و (C) .

(4) بين أن الدالة $x \mapsto 2\sqrt{x}(\ln x - 2)$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ على المجال $]0; +\infty[$.

* أحسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) وبالمستقيمت: $y = x - 1$ ، $x = 1$ و $x = \lambda$ حيث

($0 < \lambda < 1$) . ثم أحسب $\lim_{\lambda \rightarrow 0} A(\lambda)$.

التمرين الخامس (02 ن): من أجل كل مقترح توجد إجابة واحدة صحيحة من بين الإجابات الثلاثة المقترحة حدد ها مع

التبرير: (1) نضع: $z_A = 3 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = \bar{z}_A$ و $z_C = -\sqrt{3} + 3i$.

لتكن θ حيث: $\arg\left(\frac{z_C}{z_A}\right) = \theta$ حيث: $\theta =$ أ $\theta = \frac{\pi}{2}$ ب $\theta = \frac{7\pi}{6}$ ج $\theta = \frac{2\pi}{3}$.

(2) نضع: $L = \left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{2016} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2016}$ أ $L = 0$ ب $L = 2$ ج $L = 2i$.

(3) التشابه S الذي مركزه $E(3 - \sqrt{3}; 0)$ ويحول النقطة A إلى النقطة C ، زاويته α ونسبته k

أ $\alpha = \frac{\pi}{2}$ و $k = \sqrt{3}$ ب $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ و $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ج $\alpha = \frac{\pi}{3}$ و $k = 3$.

(4) نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 + \beta z + 12 = 0$ حيث $\beta \in \mathbb{R}$. قيم العدد الحقيقي β حتى تقبل

المعادلة حلين مترافقين هي: أ $\beta < 0$ ب $\beta > 4\sqrt{3}$ ج $-4\sqrt{3} < \beta < 4\sqrt{3}$.

الطموح كنز لا يفنى : لا يسعى للنجاح من لا يملك طموحا ولذلك كان الطموح هو الكنز الذي لا يفنى

.....فكن طموحا وانظر إلى المعالي