التحضير الجيّد لبكالوريا 2017/ الشعب : رياضيات +تقني ر+ ع ت

التمرين الأول(05. نقاط)

1حل في $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$ حيث z_1 هو الحل الذي جزؤه التخيلي موجب و z_2 هو الحل الآخر

2) أكتب على الشكل المثلثي لكل من z_1 و z_2 .ثم أكتب كل من العددين $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2016}$ و z_1^{2018} على الشكل الجبري .

3) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ الوحدة : $1cm$. نعتبر النقطة B لاحقتها $z_B=\sqrt{2}(1+i)$ ، النقطة C لاحقتها $z_C=\sqrt{2}(1-i)$ و النقطة A التي لاحقتها $z_A=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

أ-عين لاحقة النقطة D صورة C بالتحاكي h الذي مركزه A ونسبته -3 .

ب-عين لاحقة النقطة E صورة C بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

ج -أنشئ في نفس المعلم النقط A ، B ، C ، D ، E . د -أحسب $\frac{z_D-z_1}{z_E-z_1}$

هـــ- لتكن النقطة I منتصف $[DE]$ و F نظيرة B بالنسبة إلى I . بين أن النقط B ، D ، F ، E تشكل مربعا .

التمرين الثاني (04.5 نقاط)

1) أ- جد $PGCD(26208;14112)$.

ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $26208x-14112y=-2016$.

2) عين الأعداد الصحيحة a بحيث : $\begin{cases} a\equiv -1[7] \\ a\equiv 0[13] \end{cases}$.

3) أ-أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على كل من 7 و 13.

ب- ليكن العدد الطبيعي b المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس 9 كما يلي: $\overline{\alpha 00\beta 086}$ حيث α و β عددان طبيعيان و $\alpha\neq 0$. عين العددين α و β بحيث يكون b قابلا القسمة على 91 .

التمرين الثالث (4.0 نقاط)

نعتبر في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، المستقيمين (D) و (D') المعرفين كما يلي :

$$(D):\begin{cases} x-z-1=0 \\ 2z-y+1=0 \end{cases} \quad \text{و} \quad (D'):\begin{cases} x=-4+2\lambda \\ y=\lambda \\ z=3 \end{cases} ;\ (\lambda\in\mathbb{R}) .$$

1) أ- جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

ب- بين أن المستقيمين (D)و (D') ليسا من نفس المستوي .

2) أ- جد معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل المستقيم (D) ويوازي المستقيم (D') .

ب- أستنتج شعاعا $\vec{w}$ عموديا على كل من المستقيمين (D)و (D').

3) شكل معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل المستقيم (D') ويعامد المستوي (P) .

4) أ- عين إحداثيات A نقطة تقاطع المستقيم (D) و المستوي (Q).

ب- المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{w}$ شعاع توجيها له يقطع المستقيم (D') في النقطة A' . جد إحداثيات النقطة A'

ج- أحسب المسافة AA' .

التمرين الرابع: (06.5 نقاط)

I - نعتبر الدّالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=1-x^2-2\ln|x|$.

1) أ- أدرس تغيرات الدّالة g .

ب- أحسب $g(-1)$ و $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II – لتكن الدّالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=2-x+\dfrac{1+2\ln|x|}{x}$ وليكن (C_f) منحناها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ – بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم فإنّ: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

ب- أحسب نهايات f عند حدود مجموعة تعريفها .

ج- أدرس إشارة $f'(x)$ واستنتج تغيرات الدّالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=2-x$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).ثم أدرس الوضع النسبي لهما.

3) أ- بيّن أنّ النقطة $\omega(0;2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

ب- برهن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

4 بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يمر بالنقطة $\omega(0;2)$ ويمس (C_f) في نقطتين A و B يطلب تعيينهما.

– أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) .

5) أحسب $f(4)$ ثم أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f) .

6) نعتبر المستقيمات (Δ_m) المعرفة بـ: $y=mx+2$ حيث m وسيط حقيقي .

ا- بيّن أنّ جميع المستقيمات (Δ_m) تمر بنقطة ثابتة يطلب تعيينها .

ب- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=mx+2$.

التمرين الأول : حل المعادلة $z^2-2\sqrt{2}z+4=0$ لدينا المميز $\Delta=-8=8i^2$ ، ومنه حلي المعادلة هما

$z_1=\sqrt{2}(1+i)$ ، $z_2=\sqrt{2}(1-i)$ ومنه:

2) ومنه: $z_1=2(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4})$ ، $z_2=2(\cos\frac{-\pi}{4}+i\sin\frac{-\pi}{4})$

$$* \quad \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2016}=\left(\frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{e^{-i\frac{\pi}{4}}}\right)^{2016}=\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^{2016}=e^{i\frac{2016\pi}{2}}=e^{i1008\pi}=1 \quad \text{و}$$

$$z_1^{2018}=\left(2e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2018}=2^{2018}e^{i\frac{2018\pi}{4}}=2^{2018}e^{i\frac{\pi}{2}}=2^{2018}i$$

3) أ) النقطة D ، صورة C بالتحاكي h الذي مركزه A ونسبته -3 تعني $\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{AC}$ لدينا: $z_2=z_C$ و $z_3=z_D$

أي $z_3-\frac{\sqrt{2}}{2}=-3\left(z_2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ومنه $z_D=z_3=-\sqrt{2}+3i\sqrt{2}$.

ب) عين لاحقة النقطة E ، صورة C بالدوران r الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ تعني $z_E=e^{-i\frac{\pi}{2}}z_C$ أي

$z_E=-i\left(\sqrt{2}-i\sqrt{2}\right)=-\sqrt{2}-i\sqrt{2}$ ج) $\frac{z_3-z_1}{z_4-z_1}=\frac{z_D-z_B}{z_E-z_B}=\frac{-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}{-2\sqrt{2}-2\sqrt{2}i}=\frac{1-i}{1+i}=-i$

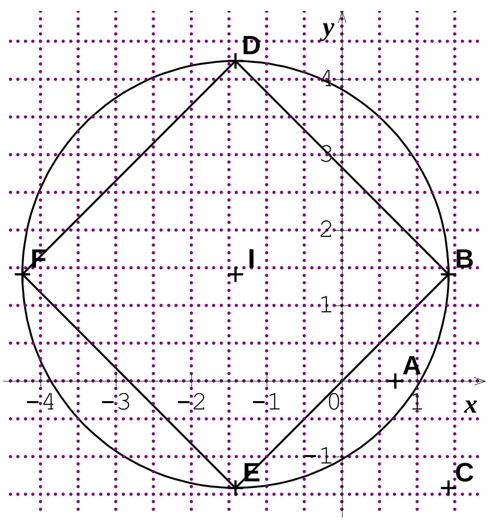
ج) بما أن النقطة I منتصف $[DE]$ و F نظيرة B بالنسبة إلى I فإن قطري الرباعي $BCDE$ يتقاطعان في منتصفهما وهذا يعني أن الرباعي متوازي الأضلاع

ولكن وجدنا سابقا $\frac{z_D-z_B}{z_E-z_B}=-i$ ومنه $\left|\frac{z_D-z_B}{z_E-z_B}\right|=|-i|=1$ أي $|z_D-z_B|=|z_E-z_B|$ وهذا يعني $BD=BE$ إذن هذا الرباعي له ضلعان متجاوران متقايسان فهو معين هذا من جهة أخرى :

$$\arg\left(\frac{z_D-z_B}{z_E-z_B}\right)=\arg(-i)=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$$

وهذا يعني $\left(\overrightarrow{BE};\overrightarrow{BD}\right)=-\frac{\pi}{2}+2\pi k \,/\, k\in\mathbb{Z}$

إذن هذا المعين له ضلعان متعامدان إذن هو مربع .



**** التمرين الثاني ***

1) $PGCD(26208;14112)=2016$.

ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $26208x-14112y=-2016$.

$26208x-14112y=-2016$ معناه: $13x-7y=-1$ ولدينا $(x_0;y_0)=(1;2)$ حل خاص للمعادلة . ومنه الحل العام للمعادلة: $S=\{(1+7k;2+13k);k\in\mathbb{Z}\}$.

2) تعيين الأعداد الصحيحة a بحيث : $\begin{cases} a\equiv -1[7] \\ a\equiv 0[13] \end{cases}$ أي لدينا: $a=-1+7\alpha$ و $a=13\beta$ أي: $13\beta=-1+7\alpha$ أي: $13\beta-7\alpha=-1$ حيث α و β عددان صحيحان وحلولها هي نفس حلول المعادلة الأولى أي $\beta=x=1+7k$ و $\alpha=2+13k$ مع $k\in\mathbb{Z}$. وعليه يكون: $\boxed{a=13\beta=13(1+7k)=13+91k}$ أي: $a\equiv 13[91]$.

3) أ- نجد من أجل $m\in\mathbb{N}$: $9^{3m}\equiv 1[7]$ وكذلك من أجل عدد طبيعي m' لدينا: $9^{3m'}\equiv 1[13]$.

معناه: $9^{3m+1}\equiv 2[7]$ و $9^{3m+2}\equiv 4[7]$. ولدينا أيضا: $9^{3m'+1}\equiv 9[13]$ و $9^{3m'+2}\equiv 3[13]$.

ب- ليكن العدد الطبيعي b المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس 9 كما يلي:

$b=\overline{\alpha 00\beta 086}_9=\alpha\times 9^6+0\times 9^5+0\times 9^4+\beta\times 9^3+0+8\times 9+6$ حيث α و β عددان طبيعيان و $\alpha\neq 0$. لنعين α و β بحيث يكون b قابلا القسمة على 91 . معناه: $\begin{cases} b\equiv 0[7] \\ b\equiv 0[13] \end{cases}$ أي: $\begin{cases} \alpha+\beta\equiv 6[7] \\ \alpha+\beta\equiv 0[13] \end{cases}$ أي: $\alpha+\beta=a=91k+13$ وبما أن: α و β عددان طبيعيان حيث: $0<\alpha\le 8$ و $0\le\beta\le 8$ فإنّ $\alpha+\beta=13$ أي:

$$\boxed{(\alpha;\beta)\in\{(5;8);(6;7);(7;6);(8;5)\}}$$

***** حل التمرين الثالث* **

أ- جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D).

$(D):\begin{cases} x-z-1=0 \\ 2z-y+1=0 \end{cases}$ أي $(t\in\mathbb{R})$; $(D):\begin{cases} x=z+1=t+1 \\ y=2z+1=2t+1 \\ z=t \end{cases}$ إذن (D) هو المستقيم الذي يشمل النقطة $E(1;1;0)$ و $\vec{u}(1;2;1)$ شعاع توجيها له .

ب- بين أن المستقيمين (D)و(D') ليسا من نفس المستوي .

(D)و(D') ليسا من نفس المستوي معناه غير متوازيين وغير متقاطعين . لدينا: $\vec{u}(1;2;1)$ شعاع توجيه (D) و $\vec{v}(2;1;0)$ شعاع توجيه (D') نلاحظ أنّ: $\frac{1}{2}\neq\frac{2}{1}$ ومنه (D)و(D') غير متوازيين . هل هما متقاطعان ؟

معناه $M(x;y;z)\in(D)\cap(D')$ أي: $\begin{cases}1+t=-4+2\alpha & \cdots\cdots(1)\\ 1+2t=\alpha & \cdots\cdots(2)\\ t=3 & \cdots\cdots(3)\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}1+t=-4+2\alpha\\ 1+2t=\alpha=7\\ t=3\end{cases}$

المعادلة (1) غير محققة أي $(1+4\neq-4+14=10)$ ومنه (D) و (D') لا يتقاطعان إذن: (D) و (D') ليسا من نفس المستوي .

2) أ- جد معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل المستقيم (D) ويوازي المستقيم (D') .

ليكن (P) المستوي المطلوب و $\vec{n}_P(\alpha;\beta;\gamma)$ شعاع ناظمي له لدينا : $(D)\subset(P)$ و $(P)||(D')$ أي معناه:

$\begin{cases}\vec{n}_{(P)}.\vec{u}=0\\ \vec{n}_{(P)}.\vec{v}=0\end{cases}$ أي $\begin{cases}\alpha+2\beta+\gamma=0\\ 2\alpha+\beta=0\end{cases}$ أي: $\begin{cases}\alpha+2\beta+\gamma=0\\ \beta=-2\alpha\end{cases}$ أي: $\begin{cases}\alpha+2(-2\alpha)+\gamma=0\\ \beta=-2\alpha\end{cases}$ أي: $\begin{cases}\gamma=3\alpha\\ \beta=-2\alpha\end{cases}$

وبوضع : $\alpha=1$ نجد $\beta=-2$ و $\gamma=3$ وعليه يكون $\vec{n}_{(P)}(1;-2;3)$. ومنه معادلة ديكارتية للمستوي (P) هي من الشكل:

$x-2y+3z+d=0$ وبما أنّ النقطة ذات الإحداثيات $(1;1;0)$ تنتمي إلى (P) فإنّ: $1-2+3(0)+d=0$ أي $d=1$

ومنه: $\boxed{(P): x-2y+3z+1=0}$ ب- أستنتج شعاعا $\vec{w}$ عموديا على كل من المستقيمين (D) و (D'). $\vec{w}(1;-2;3)$

3) شكل معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يشمل المستقيم (D') ويعامد المستوي (P) .

ليكن $\vec{n}_{(Q)}(a;b;c)$ شعاع ناظمي له . (Q) الذي يشمل المستقيم (D') ويعامد المستوي (P) معناه : $\begin{cases}\vec{n}_{(Q)}.\vec{v}=0\\ \vec{n}_{(Q)}.\vec{n}_{(P)}=0\end{cases}$ أي:

$\vec{v}(2;1;0)$ شعاع توجيه لــ (D') و $\vec{n}_{(P)}(1;-2;3)$ وعليه يكون: $\begin{cases}a-2b+3c=0\\ 2a+b=0\end{cases}$ أي: $\begin{cases}c=-\dfrac{5}{3}a\\ b=-2a\end{cases}$ وبوضع:

$a=3$ نجد: $b=-6$ و $c=-5$ أي يكون: $\vec{n}_{(Q)}(3;-6;-5)$ إذن تكون معادلة (Q) من الشكل : $3x-6y-5z+d=0$

وبما أنّ النقطة ذات الإحداثيات $(-4;0;3)$ تنتمي إلى (Q) فإنّ: $3(-4)-6(0)-5(3)+d=0$ أي $d=27$ ومنه

$\boxed{(Q): 3x-6y-5z+27=0}$ 4) أ- عين إحداثيات A نقطة تقاطع المستقيم (D) و المستوي (Q).

معناه $M(x;y;z)\in(D)\cap(Q)$ أي: $\begin{cases}3x-6y-5z+27=0\\x=1+t\\y=1+2t\\z=t\end{cases}$ $\begin{cases}3(1+t)-6(1+2t)-5(t)+27=0\\x=1+t\\y=1+2t\\z=t\end{cases}$

$\begin{cases}t=\dfrac{24}{12}=\dfrac{12}{7}\\x=1+t=\dfrac{19}{7}\\y=1+2t=\dfrac{31}{7}\\z=t=\dfrac{12}{7}\end{cases}$ ومنه نقطة تقاطع المستقيم (D) و المستوي (Q) هي النقطة $A\left(\dfrac{19}{7};\dfrac{31}{7};\dfrac{12}{7}\right)$.

ب- المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و $\vec{w}$ شعاع توجيها له يقطع المستقيم (D') في النقطة A'.

* جد إحداثيات النقطة A' . لدينا:

$(\Delta):\begin{cases}x=\dfrac{19}{7}+k\\y=\dfrac{31}{7}-2k\\z=\dfrac{12}{7}+3k\end{cases};(k\in\mathbb{R})$ و $(D'):\begin{cases}x=-4+2\lambda\\y=\lambda\\z=3\end{cases};(\lambda\in\mathbb{R})$ ومنه $\begin{cases}x=\dfrac{19}{7}+k=-4+2\lambda\\y=\dfrac{31}{7}-2k=\lambda\\z=\dfrac{12}{7}+3k=3\end{cases}$

فنجد: $(\Delta)\cap(D')=\left\{A'\left(\dfrac{22}{7};\dfrac{25}{7};3\right)\right\}$.ومنه $\overrightarrow{AA'}\left(\dfrac{3}{7};-\dfrac{6}{7};\dfrac{9}{7}\right)$ و عليه يكون:

$$\left\|\overrightarrow{AA'}\right\|=\sqrt{\frac{9}{49}+\frac{36}{49}+\frac{81}{49}}=\sqrt{\frac{126}{49}}=\frac{3}{7}\sqrt{14}$$.