التحضيرات الأخيرة لباكالوريا 2017

تمرين في الحساب

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على العدد 10.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $\left(1963^{16n+2}-4\times 1439^{8n+1}+2017\right)$ يقبل القسمة على 10 .

3) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $\begin{cases} 7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10] \\ 10<n\leq 25 \end{cases}$

4) ليكن N عددا طبيعا ،يكتب N في النظام ذي الأساس 3 كما يلي : $\overline{xx0xx01}$.

أ) عين العدد الطبيعي x بحيث يكون : $N\equiv 7[10]$.

ب) أكتب العدد الطبيعي N في النظام العشري .

حل التمرين التدريبي رقم 5

1) دراسة حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على العدد 10:

لدينا :

$3^0 \equiv 1[10]$ $3^1 \equiv 3[10]$ $3^2 \equiv 9[10]$ $3^3 \equiv 7[10]$ $3^4 \equiv 1[10]$

ومنه بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10 تشكل متتالية دورية أساسها p=4

من أجل كل عدد طبيعي k لدينا :

قيم العدد n	n=4k	n=4k+1	n=4k+2	n=4k+3
باقي قسمة 3^n على 10	1	3	9	7

2) تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $\left(1963^{16n+2}-4\times 1439^{8n+1}+2017\right)$ يقبل القسمة على 10 :

لدينا : $1963 \equiv 3[10]$ ومنه $1963^{16n+2} \equiv 3^{16n+2}[10]$

أي $1963^{16n+2} \equiv 3^2 \times 3^{16n}[10]$ وبالتالي $1963^{16n+2} \equiv 9\times\left(3^{4n}\right)^4[10]$

ومنه $1963^{16n+2} \equiv 9[10]$ لأنَ $\left(3^{4n}\right)^4 \equiv 1^4 \equiv 1[10]$

ولدينا : $1439 \equiv 9[10]$ ومنه $1439^{8n+1} \equiv 9^{8n+1}[10]$

أي $1439^{8n+1} \equiv 9\times 9^{8n}[10]$ ومنه $1439^{8n+1} \equiv 9[10]$ لأنَ $9^{8n} \equiv 3^{16n} \equiv 1[10]$

أي $4\times 1439^{8n+1} \equiv 4\times 9[10]$

وبالتالي $4\times 1439^{8n+1} \equiv 6[10]$

وكذلك لدينا : $2017 \equiv 7[10]$

إذن $1963^{16n+2}-4\times 1439^{8n+1}+2017 \equiv 9-6+7[10]$

أي $1963^{16n+2}-4\times 1439^{8n+1}+2017 \equiv 0[10]$

إذن من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد $\left(1963^{16n+2}-4\times 1439^{8n+1}+2017\right)$ يقبل القسمة على 10

3) تعيين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $\begin{cases} 7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10] \\ 10<n\leq 25 \end{cases}$

$7\times 3^{n+1}-1\equiv 0[10]$ معناه $7\times 3^{n+1}\equiv 1[10]$

ومنه $7\times 3\times 3^{n}\equiv 1[10]$ أي $3^{n}\equiv 1[10]$ لأن $7\times 3\equiv 21\equiv 1[10]$

$3^{n}\equiv 1[10]$ ومنه $n=4k\ ,(k\in\mathbb{N})$

ولدينا : $10<n\leq 25$ يعني $10<4k\leq 25$

ومنه : $\frac{10}{4}<k\leq\frac{25}{4}$ وبالتالي $k\in\{3;4;5;6\}$

ومنه قيم العدد الطبيعي n هي : $n\in\{12;16;20;24\}$

5) ليكن N عددا طبيعيا ،يكتب N في النظام ذي الأساس 3 كما يلي : $\overline{xx0xx01}$.

أ) تعيين العدد الطبيعي x بحيث يكون : $N\equiv 7[10]$:

لدينا : $N=\overline{xx0xx01}^{3}=x\times 3^{6}+x\times 3^{5}+0\times 3^{4}+x\times 3^{3}+x\times 3^{2}+0\times 3^{1}+1\times 3^{0}$

ومنه : $N=x\times 3^{6}+x\times 3^{5}+0\times 3^{4}+x\times 3^{3}+x\times 3^{2}+0\times 3^{1}+1\times 3^{0}$ مع $0\leq x<3$

أي $N=1008x+1$ مع $0\leq x<3$

$N\equiv 7[10]$ يعني $1008x+1\equiv 7[10]$

ومنه $8x\equiv 6[10]$

أي $-2x\equiv -4[10]$ وبالتالي $2x\equiv 4[10]$

$x\equiv ...[10]$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$2x\equiv ...[10]$	0	2	4	6	8	0	2	4	6	8

ومنه : $2x\equiv 4[10]$ يعني $x\equiv 2[10]$ أو $x\equiv 7[10]$

ومنه $x=10k+2$ أو $x=10k+7$ مع $k\in\mathbb{N}$

ولدينا : $0\leq x<3$ يعني $0\leq 10k+2<3$ أو $0\leq 10k+7<3$

أي $\frac{-2}{10}\leq k<\frac{1}{10}$ أو $\frac{-7}{10}\leq k<\frac{-4}{10}$

ومنه $k=0$

من أجل $k=0$ نجد : $x=2$ أو $x=7$ (مرفوض $0 \leq x < 3$)

وبالتالي $x=2$

ب) كتابة العدد الطبيعي N في النظام العشري :

لدينا : $N=1008x+1$ ومنه $N=1008\times 2+1=2017$

إذن **N=2017**

مع تمنياتي لكم أبنائي بالتوفيق والنجاح

بإمتياز في البكالوريا **2017**

الأستاذ ثابت إبراهيم