الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الشلف ثانوية بلحاج قاسم نورالدين

الشعبة: علوم تجريبية **الموضوع الثاني**

إختبار في مادة الرياضيات

اختبار في مادة الرياضيات **المـدة: 03ساعات**

التمرين الأول :(4.5 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية ذات المجهول z : $z^2-2z+2=0$.

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{u}\,;\vec{v})$

لتكن النقط K ، L و M والتي لواحقها على الترتيب $z_K=1+i$ ؛ $z_L=1-i$ و $z_M=-i\sqrt{3}$.

أنشئ النقط K ، L و M في المعلم السابق.

3-أ) تحقق أن z_N لاحقة النقطة N نظيرة النقطة M بالنسبة للنقطة L هي $2+i(\sqrt{3}-2)$.

ب) نعتبر الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ حيث : $r(M)=A$ و $r(N)=C$.

عيّن اللاحقتين z_A و z_C للنقطتين A ، C على الترتيب .

جـ) نعتبر الانسحاب t الذي لاحقة شعاعه هي $2i$ حيث: $t(M)=D$ و $t(N)=B$.

عيّن اللاحقتين z_D و z_B للنقطتين B ، D على الترتيب .

4-أ) بيّن أن النقطة K هي منتصف كلا من القطعتين المستقيمتين $[DB]$ و $[AC]$.

ب)بيّن أن : $\frac{z_C-z_K}{z_B-z_K}=i$ ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثاني (4.5 نقط)

I)لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=\frac{1}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{3}{2}\left[1-\frac{1}{1+2u_n}\right]$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\prec u_n\prec 1$.

2-أ) تحقق أنّ : $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(1-u_n)}{1+2u_n}$ من أجل كل عدد طبيعي n ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب) بيّن أن (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها.

II) لتكن (v_n) متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=-\frac{u_n-1}{2u_n}$

أ) بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n واستنتج u_n بدلالة n ، ثم احسب من جديد نهاية المتتالية (u_n).

جـ) احسب بدلالة n المجموعين $S_n=v_0+v_1+......+v_n$ و $T_n=u_0+3u_1+9u_2+......+3^nu_n$

التمرين الثالث (04نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(12\,;7\,;-13)$ ، $B(3\,;1\,;2)$ والمستوي (P) الذي يشمل النقطة B و $\vec{n}(3\,;2\,;-5)$ شعاع ناظمي له والمستوي (P') ذو المعادلة الديكارتية $x+y-2z=0$.

1) بيّن أن (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم يشمل النقطة B و $\vec{u}(1\,;1\,;1)$ شعاع توجيه له.

2)أثبت أن النقطة B هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) .

3) ليكن (Q) المستوي والمعرف بالتمثيل الوسيطي : $\begin{cases} x=2t-2\lambda+6 \\ y=2t+3\lambda+5 \\ z=2t-6 \end{cases}$ $t\;;\;\lambda\in\mathbb{R}$

أ)بيّن أن المستويان (P) و (Q) متوازيان.

ب) تحقق أن المعادلة : $3x+2y-5z=58$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) .

جـ) لتكن I منتصف القطعة $[BA]$.

تحقق أنّ النقطة I تنتمي للمستوي (Q) ثم استنتج أن المستوي (Q) هو المستوي المحوري للقطعة $[BA]$.

4) لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق : $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$.

أ) بيّن أن (S) هي سطح كرة يطلب تحديد عناصرها المميزة .

ب) استنتج ان المستوي (Q) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الرابع (07 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$.

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

أ) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

ب) علل وجود عدد حقيقي وحيد α بحيث $-0,38\prec\alpha\prec-0,36$ والذي يحقق $g(\alpha)=0$

جـ) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1) بيّن أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

2) أ- بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$

ب- استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ- بيّن أن $f(\alpha)=2\alpha+3+\dfrac{2}{\alpha-1}$ ثم جد حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثيتّها.

4-أ- بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (d) معادلته $y=2x+1$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d) .

ب- أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم السابق وعلى المجال $]-1,5\,;+\infty[$ (تعطى $f(-1,5)=4,72$)

5) لتكن الدالة h والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=f(x^2.e^{x})$.

بالستعمال مشتق دالة مركبة ، استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

6) لتكن الدالة k والمعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $k(x)=(ax+b)e^{-x}$.

أ-عيّن العددين الحقيقين a و b بحيث تكون k دالة أصلية للدالة $x\mapsto -xe^{-x}$

ب- استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.