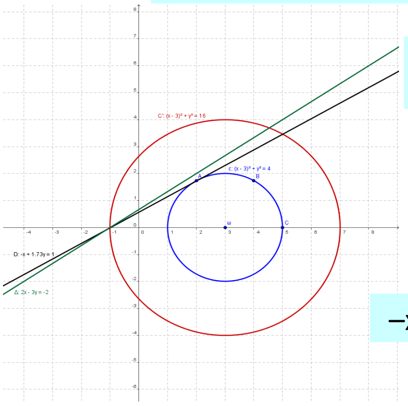
تصحيح الإختبار

التمرين الأول : $(\mathscr{C})$ مجموعة النقط $M(x\,;y)$ حيث : $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$.

1. إثبات أن $(\mathscr{C})$ دائرة مع تعيين مركزها و نصف قطرها.

لدينا $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ معناه $(x-3)^2+y^2-9+5=0$ معناه $(x-3)^2+y^2=4$ أي $(\mathscr{C})$ دائرة مركزها $\omega(3,0)$ و نصف قطرها 2



2. التحقق أن $A\in(\mathscr{C})$: لدينا $\omega = \sqrt{(2-3)^2+\sqrt{3}^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$ إذن $A\in(\mathscr{C})$

كتابة معادلة للمستقيم (D) المماس لـ $(\mathscr{C})$ في النقطة A : لدينا M(x,y) نقطة كيفية من المستوي

$M\in(D)$ معناه $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{A\omega}=0$ حيث $\overrightarrow{AM}(x-2,\, y-\sqrt{3})$ و $\overrightarrow{A\omega}(1\,,-\sqrt{3})$ و بالتالي $-x+\sqrt{3}\,y=1$

3. ليكن المستقيم $(\Delta) : 2x-3y+2=0$

دراسة وضعية (Δ) بالنسبة لـ $(\mathscr{C})$ لدينا $d(\omega,\Delta)=\dfrac{|2\times3+(-3)\times0+2|}{\sqrt{4+9}}=\dfrac{8}{\sqrt{13}}$ و $\dfrac{8}{\sqrt{13}}>2$ إذن (Δ) يقع خارج $(\mathscr{C})$

4. كتابة معادلة لـ $(\mathscr{C}')$ صورة $(\mathscr{C})$ بالتحاكي الذي مركزه $\omega(3,0)$ و نسبته 2 و هي : $(x-3)^2+y^2=16$

التمرين الثاني :

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\sin(\frac{\pi}{4}+2x)=\frac{1}{2}$

$\sin(\frac{\pi}{4}+2x)=\sin\frac{\pi}{6}$ يكافئ $\sin(\frac{\pi}{4}+2x)=\frac{1}{2}$ أي يكافئ $\frac{\pi}{4}+2x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$ أو $\frac{\pi}{4}+2x=5\frac{\pi}{6}+2k\pi$ / $k\in\mathbb{Z}$

يكافئ $x=-\frac{\pi}{24}+k\pi$ أو $x=\frac{7\pi}{24}+k\pi$ / $k\in\mathbb{Z}$

2. نعتبر العبارة A(x) حيث : $A(x)=2\cos^2x+5\sin x\cos x-3\sin^2x$

أ) $A(\frac{\pi}{2})=-3$

ب) $\frac{1}{2}(5\cos 2x-1)=\frac{1}{2}(5(\cos^2x-\sin^2x)-1)=\frac{1}{2}(5(\cos^2 2x-\sin^2 2x)-(\cos^2 2x+\sin^2 2x))$

$=\frac{1}{2}(5\cos^2 2x-5\sin^2 2x-\cos^2 2x-\sin^2 2x)=\frac{1}{2}(4\cos^2 2x-6\sin^2 2x)=2\cos^2 2x-3\sin^2 2x$

و منه $A(x)=5\sin x\cos x+\frac{1}{2}(5\cos 2x-1)$ و منه $A(x)=\frac{1}{2}(10\sin x\cos x+5\cos 2x-1)$

و منه $A(x)=\frac{1}{2}(5\sin 2x+5\cos 2x-1)$

3. بين أن $A(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\left[5\sin(2x+\frac{\pi}{4})-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

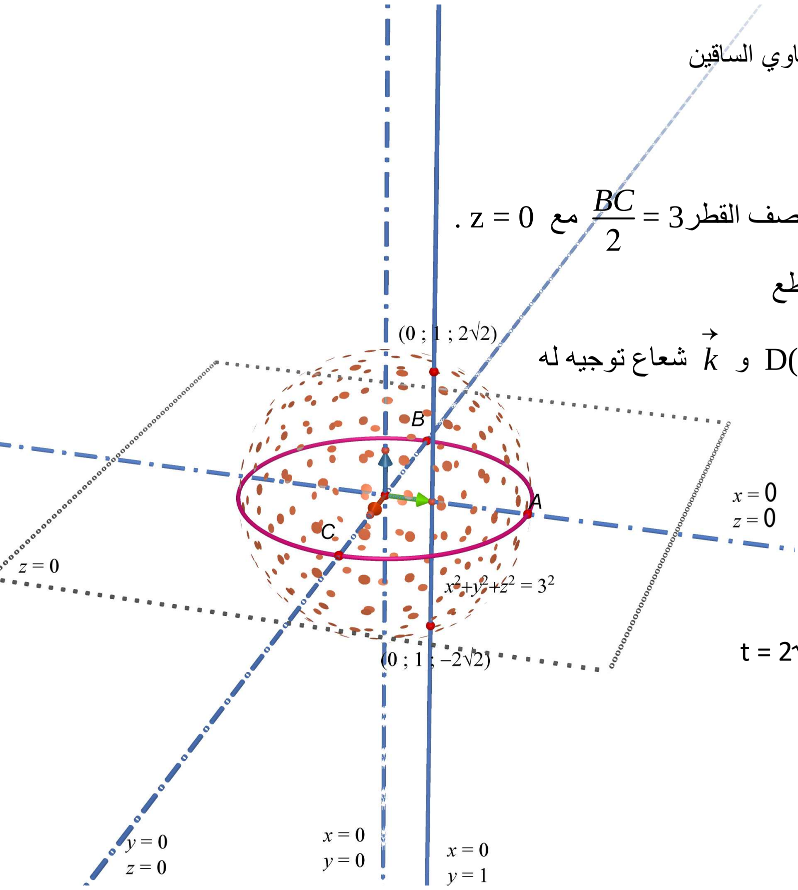
$A(x)=\frac{1}{2}(5\sin 2x+5\cos 2x-1)=\frac{1}{2}\left[5\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})-1\right]=\frac{\sqrt{2}}{2}\left[5\sin(2x+\frac{\pi}{4})-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

استنتاج حلا للمعادلة $2\,A(x) + 1 = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ في المجال $\left]0\,,\frac{\pi}{2}\right[$

$2\,A(x) + 1 = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ يكافئ $\sqrt{2}\left[5\sin(2x+\frac{\pi}{4})-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]+1=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ يكافئ $\sin(\frac{\pi}{4}+2x)=\frac{1}{2}$ بعد نشر $\sqrt{2}$

إذن الحل هو $\frac{7\pi}{24}$

التمرين الثالث :



1. $AB = AC = 3\sqrt{2}$ و $BC = 6$ إذن المثلث ABC قائم في A و متساوي الساقين
2. $O(0\,;0\,;0)$ هو منتصف $[BC]$
3. أ) $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ هي معادلة لسطح الكرة S

تقاطع S مع المستوي $P\,(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$ هو الدائرة ذات المركز O و نصف القطر $\frac{BC}{2}=3$ مع $z = 0$.

ب) $OA = OB = OC = 3$ و منه A ، B و C تنتمي إلى التقاطع

4. تعين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $D(0\,;1\,;0)$ و $\vec{k}$ شعاع توجيه له

لدينا $\overrightarrow{DM}$ يوازي $\vec{k}$ أي $\overrightarrow{DM} = t\,\vec{k}$ حيث $\overrightarrow{DM}(x\,;y-1\,;z)$

إذن $\begin{cases} x = 0\,t \\ y-1 = 0\,t \\ z = 1t \end{cases}$ أي $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$ و هو التمثيل الوسيطي

بالتعويض عن قيمة كل من x ، y و z في معادلة S نجد $t = -2\sqrt{2}$ أو $t = 2\sqrt{2}$

و بالتالي $(d) \cap S = \left\{P(0\,;1\,;-2\sqrt{2})\,,\,Q(0\,;1\,;2\sqrt{2})\right\}$

التمرين الرابع :

15	400	450
20	450	500
25	500	550
10	550	600

الحد الأدنى	الحد الأعلى	مركز الفئة	التكرار	التواتر	التواتر المجمع الصاعد		
$xmin_i$	$xmax_i$	x_i	n_i			n_ix_i	$n_ix_i^2$
400	450	425	15	0.21	0.21	6375	2709375
450	500	475	20	0.29	0.50	9500	4512500
500	550	525	25	0.36	0.86	13125	6890625
550	600	575	10	0.14	1	5750	3306250

$\sum n_i$	$\sum n_i x_i$	$\sum n_i x_i^2$	$\overline{x}$ الوسط الحسابي	v_x التباين	S_x الإنحراف المعياري
70	**34750**	**17418750**	**496,4**	**2398**	**49**

Med الوسيط	**Q1** الربعي الأول	**Q3** الربعي الثالث
500	**456,3**	**535**