التمرين الاول :

لدينا : $P(x)=2x^3+x^2-2x-1$

1) حساب $P(-1)$:

$P(-1)=2(-1)^3+(-1)^2-2(-1)-1=-3+3=0$ $\boxed{P(-1)=0}$

أي أن العدد -1 هو جذر لـ $P(x)$

- تعيين الاعداد الحقيقية c,b,a بحيث يكون : $P(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$

لدينا : $P(x)=ax^3+(a+b)x^2+(c+b)x+c$

بالمطابقة نجد : $\begin{cases} a=2 \\ b+a=1 \\ b+c=-2 \\ c=-1 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ c=-1 \end{cases}$

- وبالتالي لدينا : $P(x)=(x+1)(2x^2-x-1)$

2) حل المعادلة : $P(x)=0$

$P(x)=0$ معناه $(x+1)(2x^2-x-1)=0$

اما : $x+1=0$ ومنه $x=-1$

أو : $x^2-x-1=0$

- حساب المميز : $\Delta=(-1)^2-4(2)(-1)=9$
- وبالتالي المعادلة تقبل حلين متمايزين هما :

$x_1=\dfrac{1-\sqrt{9}}{2\times 2}=-\dfrac{1}{2}$ ، $x_1=\dfrac{1+\sqrt{9}}{2\times 2}=\dfrac{4}{4}=1$

مجموعة حلول المعادلة $P(x)=0$: $\boxed{S=\left\{-1;-\dfrac{1}{2};1\right\}}$

3) دراسة اشارة $P(x)$:

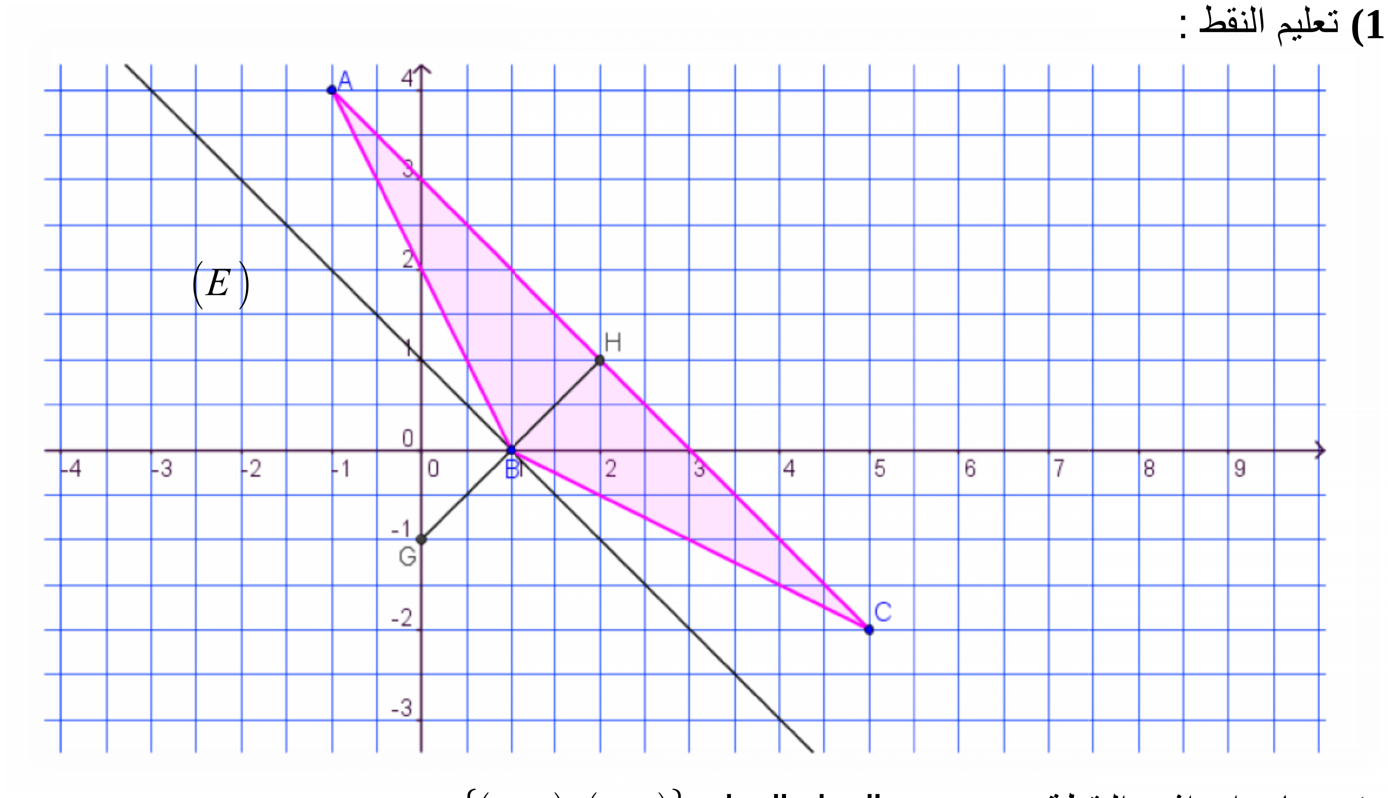
x	$-\infty$		-1		$-\dfrac{1}{2}$		1		$+\infty$
$x+1$		–	0	+	|	+	|	+	
$2x^2-x-1$		+	|	+	0	-	0	+	
$P(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

نستنتج حلول المتراجحة : $P(x)\geq 0$: $\boxed{S=\left[-1;-\dfrac{1}{2}\right]\cup[1;+\infty[}$

التمرين الثاني:

لدينا : $C\left(5;-2\right), B\left(1;0\right), A\left(-1;4\right)$

1) تعليم النقط :



2) حساب احداثيي النقطة H **مرجح الجملة المثقلة** $\{(A,1),(C,1)\}$:

- لدينا : $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$ أي H **منتصف القطعة** $[AC]$ ومنه

$$\begin{cases} x_H=\dfrac{x_A+x_C}{2}=2 \\ y_H=\dfrac{y_A+y_C}{2}=1 \end{cases} \quad H\left(2;1\right)$$

3) لدينا : G **مرجح الجملة المثقلة** $\{(A,1),(B,-4),(C,1)\}$

لدينا : $1+(-4)+1=-2\neq 0$ ومنه النقطة G موجودة و هي تحقق :

$\overrightarrow{GA}-4\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ و بالتالي

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A-4x_B+x_C}{-2}=\dfrac{-1-4+5}{-2}=0 \\ y_G=\dfrac{y_A-4y_B+y_C}{-2}=\dfrac{4-4-2}{-2}=-1 \end{cases}$$

أي $G\left(0;-1\right)$.

4) لدينا (E) **مجموعة النقط** M من المستوي حيث ، $\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|$

أ) اثبات أنه من كل نقطة من المستوي لدينا :
$$\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=-2\overrightarrow{MG}$$

لدينا :

$$\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}-4\overrightarrow{MG}-4\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}=-2\overrightarrow{MG}$$

☜ وأنه من أجل كل نقطة M من المستوي حيث ، $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MH}$

لدينا : $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{MH}+\overrightarrow{HA}=2\overrightarrow{MH}$

ب) اثبات أن النقطة M تنتمي الى المجموعة (E) يعني أن النقطة M متساوية البعد عن النقطتين G و H :

$$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}-4\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\| \quad \text{معناه} \quad \left\|2\overrightarrow{MH}\right\|=\left\|-2\overrightarrow{MG}\right\|$$

أي $MG=MH$ ومنه النقطة M متساوية البعد عن النقطتين G و H .

ج) استنتاج طبيعة المجموعة (E) :

المجموعة (E) هي محور القطعة $[GH]$.

▦ التمرين الثالث :

☜ لدينا : $f(x)=2+\dfrac{1}{x}$

1) تفكيك الدالة f :

لدينا :

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, "u"] \arrow[rr, bend right, "f=u\circ v"'] & \dfrac{1}{x} \arrow[r, "v"] & 2+\dfrac{1}{x} \end{tikzcd}$$

$$u(x)=\frac{1}{x} \quad \text{و} \quad v(x)=2+x$$

2) اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$:

☜ **بما أن الدالة u متناقصة تماما على المجال** $]0;+\infty[$ **و الدالة** v متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$

☜ **فان الدالة f متناقصة تماما على المجال** $]0;+\infty[$.

✍ انتهى تصحيح الاختبار الاول