

الإختبار الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (10 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x - x \ln x$.

1. أ. أحسب النهايتين التاليتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$.

ب. أدرس إتجاه تغير الدالة g على $]0, +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2. بين أن المعادلة: $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $3,5 < \alpha < 3,6$.

3. إستنتج إشارة العبارة $g(x) + 1$ على المجال $]0, +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$. وليكن (c_f) تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد (o, \vec{i}, \vec{j}) حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$.

1. بين أن (c_f) يقبل مستقيمين مقاربين $x=0$ و $y=0$.

2. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.

ب. بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0, \alpha[$ ومتناقصة تماما على المجال $[\alpha, +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

ج. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

د. أحسب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

3. أ. بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$.

ب. إستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2}).

ج. أنشئ (c_f) .

4. نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماما x و m وسيط حقيقي:

$$(E) \dots x^2 + x - 2m(x+1) = \ln(x^2).$$

أ. تحقق أن المعادلة (E) يوؤل حلها إلى حل المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}x - m$.

ب. عين بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلين متميزين.

5. h هي الدالة المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $h(x) = \frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (c_h) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .

أ. بين أن h زوجية.

ب. أرسم في نفس المعلم السابق للمنحنى (c_h) مستعينا بالمنحنى (c_f) .

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = e^x + x + 2$.

1. أدرس إتجاه تغير الدالة g على \mathbb{R} .

3. بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في \mathbb{R} ، ثم تحقق أن: $-2,2 < \alpha < -2,1$.

4. إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = \frac{1 - xe^x}{e^x + 1}$. وليكن (c_f) تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) .

1. أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا.

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = \frac{e^{-x} - x}{e^{-x} + 1}$ ، ثم أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي فإن: $f'(x) = \frac{-e^x g(x)}{(e^x + 1)^2}$ حيث f' هي مشتقة الدالة f .

ب. أدرس إتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ. تحقق أنه من أجل كل x من المجال $[0; +\infty[$: $f(x) + x = \frac{1+x}{e^x + 1}$.

ب. إستنتج أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (c_f) عند $+\infty$.

ج. إستنتج الوضعية النسبية للمنحنى (c_f) والمستقيم (Δ) .

د. بين أن: $f(\alpha) = -(\alpha + 1)$ ، ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4. أ. بين أن المنحنى (c_f) يقبل حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β حيث: $0,5 < \beta < 0,6$.

ب. أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (c_f) .

ج. ليكن m عدد حقيقي موجب تماما.

- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة: $1 - (x + \ln m)e^x - \ln m = 0$.

- لا تجعل الخطأ يؤثر سلبا على قدراتك ... فما خلقنا متعلمين ومن لا يخطئ لا يتعلم ... تجنب القلق وتدارك أخطاءك .

- يجب أن تعتقد جيدا بأنك ستنجح ... كن إيجابيا ... فنجاحك هو نجاحنا.