

الفرض المحروس الأول لثلاثي الثاني

التمرين الأول :

تحتوي علبة على خمس كرات 2 حمراوين R و واحدة صفراء J و واحدة خضراء V و واحدة سوداء N

1 - نسحب كرة واحدة من العلبة بصفة عشوائية .

أ - أحسب احتمال الحصول على كرة صفراء .

ب - أحسب احتمال الحصول على كرة حمراء .

2 - نسحب كرة واحدة من العلبة بصفة عشوائية و نسجل لونها ثم نرجعها إلى العلبة ثم نسحب كرة ثانية و نسجل لونها

(أ) أنجز شجرة مبيناً فيها كل الإمكانيات

(ج) ما هو احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون .

التمرين الثاني :

احسب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 3x^2 - 2x + 5}{x^2 - 1} \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x - 2} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 6x + 5} - \sqrt{x^2 - 1}) \quad (3)$$

التمرين الثالث :

لتكن الدالة f المعرفة على R^* بـ $f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم

(1) عين الأعداد الحقيقية $a ; b ; c$ بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من R^* بـ $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$

(2) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها .

(3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين إحداها عمودي يطلب تعيين معادلته و الآخر (Δ) مائل معادلته

$$y = x + 1$$

(4) عين الدالة المشتقة f' و أدرس إشارتها ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x = -1$.

(6) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

(7) عين نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) ثم بين أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f)

تصحيح الفرض الأول لثلاثي الثاني في مادة الرياضيات شعبي الثانية رياضيات و الثانية تقني رياضي

التمرين الأول :

تحتوي علبة على خمس كرات 2 حمراوين R و واحدة صفراء J و واحدة خضراء V و واحدة سوداء N
 (1) نسحب كرة واحدة من العلبة بصفة عشوائية .

أ - حساب احتمال الحصول على كرة صفراء : $P(J) = \frac{1}{5}$

ب - حساب احتمال الحصول على كرة حمراء : $P(R) = \frac{2}{5}$

(2) نسحب كرة واحدة من العلبة بصفة عشوائية و نسجل لونها ثم

نرجعها إلى العلبة ثم نسحب كرة ثانية و نسجل لونها

(أ) شجرة مبيناً فيها كل الإمكانيات

(ب) عدد إمكانيات هذه التجربة هو $5^2 = 25$

(ج) احتمال "A" الحصول على كرتين من نفس اللون "هو الحصول

على كرتين لونها إما أحمر أو أصفر أو أخضر أو أسود

$$P(A) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{3+4}{25} = \frac{7}{25}$$

التمرين الثاني :

حساب النهايات التالية

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+4)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+4) = 5 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 3x^2 - 2x + 5}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^2} = +\infty \quad (2)$$

و منه
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 6x + 5} - \sqrt{x^2 - 1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 6x + 5} - \sqrt{x^2 - 1})(\sqrt{x^2 + 6x + 5} + \sqrt{x^2 - 1})}{(\sqrt{x^2 + 6x + 5} + \sqrt{x^2 - 1})} \quad (3)$$

و منه
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 6x + 5} - \sqrt{x^2 - 1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x + 6}{(\sqrt{x^2 + 6x + 5} + \sqrt{x^2 - 1})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(6 + \frac{6}{x}\right)}{x \sqrt{1 + \frac{6}{x} + \frac{5}{x^2}} + x \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 6x + 5} - \sqrt{x^2 - 1}) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(6 + \frac{6}{x}\right)}{\sqrt{1 + \frac{6}{x} + \frac{5}{x^2}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} = \frac{6}{2} = 3$$

أي أن
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{2x+5} - 3)(\sqrt{2x+5} + 3)}{(x-2)(\sqrt{2x+5} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x+5-9}{(x-2)(\sqrt{2x+5} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x+5} + 3)} \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2}{(\sqrt{2x+5} + 3)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

التمرين الثالث :

لتكن الدالة f المعرفة على R^* بـ $f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم

(1) نعين الأعداد الحقيقية $a; b; c$ بحيث من أجل كل عدد حقيقي x من R^* بـ $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$ لدينا

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 4}{x} \text{ يعني أن } f(x) = x + 1 + \frac{4}{x} \text{ إذن } a=1; b=1; c=4$$

(2) حساب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = -\infty$ و

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4}{x} = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4}{x} = -\infty$$

(3) يتبين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين إحداهما عمودي يطلب تعيين معادلته و الآخر (Δ) مائل معادلته

$y = x + 1$: من النهايات نستنتج أن $x = 0$ معادلة مستقيم مقارب عمودي و بما أن $f(x) - (x + 1) = \frac{4}{x}$ و منه

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) - (x + 1) = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{4}{x} = 0 \text{ إذن } (\Delta) \text{ مقارب مائل .}$$

(4) نعين الدالة المشتقة f' بما أن $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x}$ فإن $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$ و منه $f'(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2}$

دراسة إشارتها : من إشارة البسط $x^2 - 4$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	⊖		⊖	+

ينعدم عند 2 و -2

استنتج اتجاه تغير الدالة f هي متزايدة على المجالين $]-\infty; -2]$ و $[2; +\infty[$ و متناقصة على المجالين $]-2; 0[$ و $]0; 2]$

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	⊖		⊖	+
$f(x)$	$-\infty$	-3	$+\infty$	5	$+\infty$

جدول تغيراتها

(5) كتلق معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x = -1$. هي $y = f'(-1)(x + 1) + f(-1)$ و منه

$$y = -3(x + 1) - 4 \text{ أي أن } y = -3x - 7$$

(6) دراسة وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ندرس إشارة الفرق $f(x) - y = \frac{4}{x}$ إشارته من إشارة x و منه (C_f) يقع

فوق المستقيم (Δ) على مجال $]0; +\infty[$ و (C_f) يقع تحت المستقيم (Δ) على مجال $]-\infty; 0[$

(7) نعين نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) أي أن إحداثياتها حل للجملة $\begin{cases} y = x + 1 \\ x = 0 \end{cases}$ و منه $\begin{cases} y = 1 \\ x = 0 \end{cases}$ النقطة

$$A(0; 1)$$

تبين أن $A(0; 1)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) لدينا من أجل كل x من R^* فإن $-x$ من R^* و

$$f(-x) + f(x) = -x + 1 - \frac{4}{x} + x + 1 + \frac{4}{x} = 2 \text{ و منه } f(-x) + f(x) = 2 \text{ محققة}$$