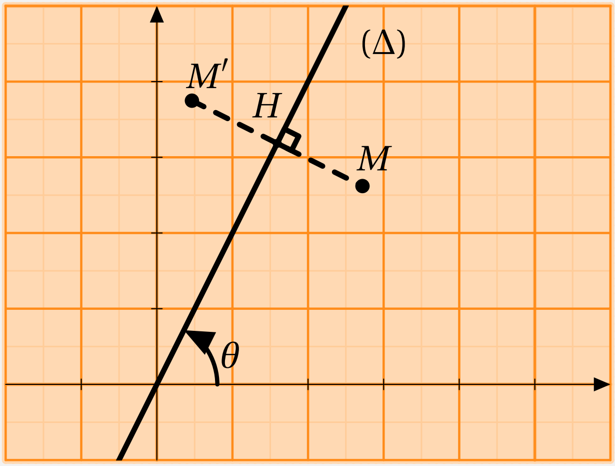
التمرين 01: ☆★★

نعتبرفي المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y = ax$ والنقطتين $M(x,y)$ و $M'(x',y')$ حيث M' نظيرة M بالنسبة للمستقيم (Δ) ولتكن $H(x_0,y_0)$ منتصف $[MM']$



1 i. استنتج أن إحداثيتي النقطة H هي : $\left(\dfrac{x+x'}{2}, \dfrac{y+y'}{2}\right)$

ii. بين أن : $y+y' = a(x+x')$

iii. استنتج أن : $y'-ax' = -y+ax \cdots\cdots (I)$

2 i. عين مركبتي شعاع توجيه $\vec{u}$ للمستقيم (Δ).

ii. أكتب شرط تعامد الشعاعين $\overrightarrow{MM'}$ و $\vec{u}$

iii. بين أن : $ay'+x' = ay+x \cdots\cdots (II)$

3 i. حل جملة المعادلتين (I) و (II) ذات المتغيرين x' و y'.

ii. بوضع $a = \tan\theta$ حيث : $\theta = \left(\vec{i}, \overrightarrow{OH}\right)$

بين أن : $\begin{cases} \dfrac{1-a^2}{a^2+1} = \cos 2\theta \\ \dfrac{2a}{a^2+1} = \sin 2\theta \end{cases}$

iii. بين أن : $\begin{cases} x' = x\cos 2\theta + y\sin 2\theta \\ y' = x\sin 2\theta - y\cos 2\theta \end{cases}$

4 بوضع $\theta = 0$ ، أكتب عبارة التحويل ثم عين طبيعته

5 بوضع $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ ، أكتب عبارة التحويل ثم عين طبيعته

6 بوضع $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ ، أكتب عبارة التحويل ثم عين طبيعته

التمرين 02: ☆★★

نعتبرفي المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $3y+2x=0$ والنقطتين $M(x,y)$ و $M'(x',y')$ حيث M' نظيرة M بالنسبة للمستقيم (Δ).

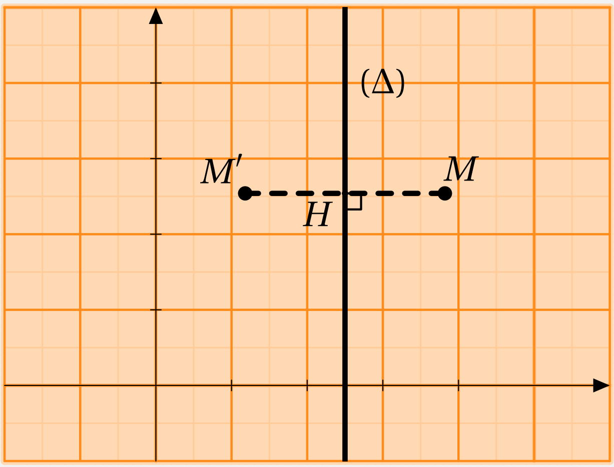
1 عين العبارة التحليلية للتناظر المحوري $S_{(\Delta)}$ الذي محوره المستقيم (Δ).

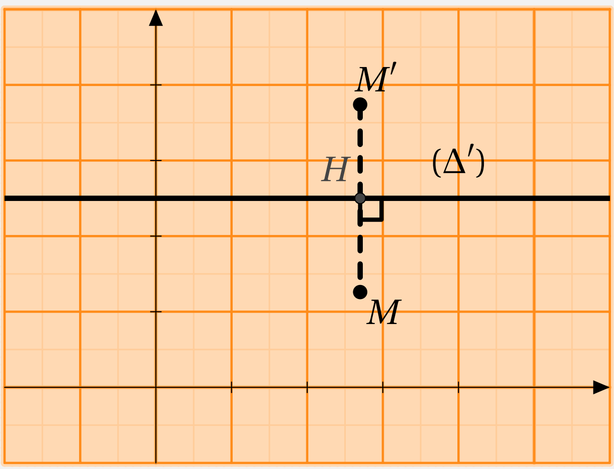
2 عين جميع النقط الصامدة بواسطة التحويل $S_{(\Delta)}$.

3 نعتبر في المستوي المثلث ABC حيث $A(1,3)$ ، $B(3,-1)$ و $C(-2,-2)$ ، عين صورة المثلث ABC بالتحويل $S_{(\Delta)}$ ثم أنشئ الشكل المناسب .

التمرين 03: ☆★★

I) نعتبرفي المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ النقط $M(x,y)$ ، $M'(x',y')$ و $H(x_0,y_0)$ منتصف القطعة $[MM']$ و M' نظيرة M بالنسبة للمستقيم (Δ) (أو (Δ')) ذو المعادلة $x=a$ (أو $y=b$)

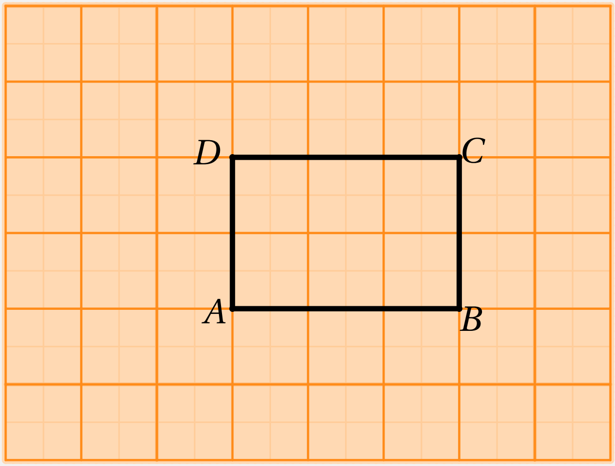




1 عين العبارة التحليلية للتناظر المحوري الذي محوره المستقيم (Δ).

2 عين العبارة التحليلية للتناظر المحوري الذي محوره المستقيم (Δ').

II) نعتبرفي المستوي المستطيل $ABCD$ حيث $A(a,b)$ ، $B(a+3,b)$ ، $C(a+3,b+2)$ و $D(a,b+2)$.



1 عين العبارة التحليلية للتناظر المحوري $S_{(DA)}$ الذي محوره المستقيم (DA).

2 عين العبارة التحليلية للتناظر المحوري $S_{(CD)}$ الذي محوره المستقيم (CD).

3 عين عبارة وطبيعة التحويل S_D حيث : $S_D = S_{(DA)} \circ S_{(CD)}$

4 عين عبارة وطبيعة التحويل S_B حيث : $S_B = S_{(BC)} \circ S_{(AB)}$

5 عين عبارة وطبيعة التحويل T حيث : $T = S_D \circ S_B$

التمرين 04: ★★☆

نعتبرفي المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ التناظر المركزي S_w الذي مركزه النقطة $w(1,2)$

1 أكتب العبارة التحليلية للتحويل S_w.

2 أكتب كلا من x و y بدلالة x' و y'.

3 أوجد صورة (C_f) منحنى الدالة f المعرفة بـ $x \longmapsto x^2$ بواسطة التحويل S_w.

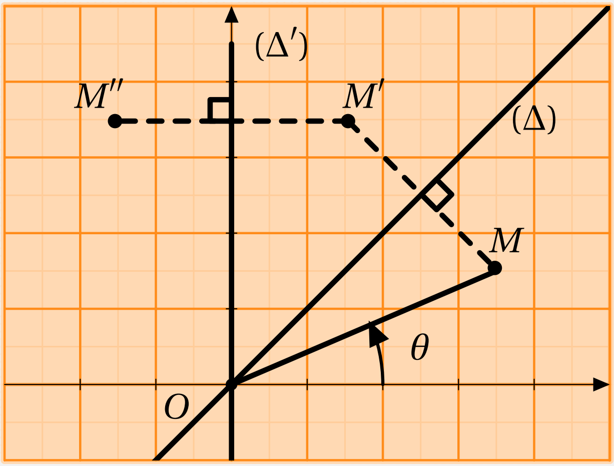
4 نعتبر الإنسحاب T المعرف بعبارته :

$$\begin{cases} x' = x+2 \\ y' = y+4 \end{cases}$$

- عين عبارة الدالة g التي منحناها (C_g) صورة (C_f) بالإنسحاب T

التمرين 05: ★★☆

نعتبرفي المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ النقط $M(x,y)$ ، $M'(x',y')$ و $M''(x'',y'')$ حيث M' صورة M بالتناظر المحوري $S_{(\Delta)}$ الذي محوره المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ و M'' صورة M' بالتناظر المحوري $S_{(\Delta')}$ الذي محوره المستقيم (Δ') ذو المعادلة $x=0$



1 عين العبارة التحليلية لـ $S_{(\Delta)}$.

2 عين العبارة التحليلية لـ $S_{(\Delta')}$.

3 i. عين بدلالة θ قيس الزاوية $\left(\vec{i}, \overrightarrow{OM''}\right)$ حيث $\left(\vec{i}, \overrightarrow{OM}\right) = \theta$

ii. استنتج قيس الزاوية $\left(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM''}\right)$

iii. بين أن : $OM = OM''$ حيث $OM = r \in \mathbb{R}_*^+$

4 عين العبارة التحليلية لـ R حيث : $R = S_{(\Delta)} \circ S_{(\Delta')}$

5 ماطبيعة التحويل R الذي يحول النقطة M إلى M'' وماهي عناصره المميزة ؟

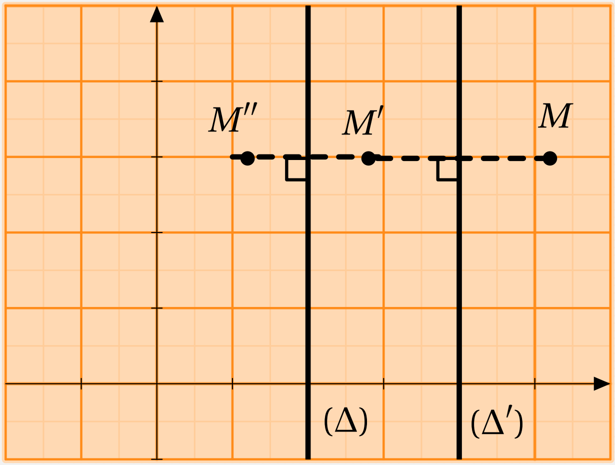
التمرين 06: ★★☆

نعتبرفي المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ النقط $M(x,y)$ ، $M'(x',y')$ و $M''(x'',y'')$ حيث M' صورة M بالتناظر المحوري $S_{(\Delta')}$ الذي محوره المستقيم (Δ') ذو المعادلة $x=a$ و M'' صورة M' بالتناظر المحوري $S_{(\Delta)}$ الذي محوره المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $x=b$.

1 عين العبارتين التحليليتين لكل من $S_{(\Delta)}$ و $S_{(\Delta')}$.

2 عين عبارة التحويل T حيث : $T = S_{(\Delta)} \circ S_{(\Delta')}$ ثم عين طبيعته وعناصره المميزة .

3 عين صورة المستقيم $(\mathscr{D})$ ذو المعادلة $y = x + 1$ بالتحويل T



التمرين 07: ☆★★

فيمايلي عين طبيعة كل تحويل معرف بعبارته التحليلية ثم حدد عناصره المميزة :

$$\mathscr{T}_1 : \begin{cases} x' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \end{cases} \qquad \mathscr{T}_2 : \begin{cases} x' = -x + 6 \\ y' = y \end{cases}$$

$$\mathscr{T}_3 : \begin{cases} x' = x \\ y' = -y + 8 \end{cases} \qquad \mathscr{T}_4 : \begin{cases} x' = -x - 2 \\ y' = -y + 4 \end{cases}$$

$$\mathscr{T}_5 : \begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y - 1 \end{cases} \qquad \mathscr{T}_6 : \begin{cases} x' = 2x + 9 \\ y' = 2y - 5 \end{cases}$$

$$\mathscr{T}_7 : \begin{cases} x' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \\ y' = \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y \end{cases}$$

التمرين 08: ☆★★

$ABCD$ شبه منحرف بحيث $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{DC}$ ، I و J نقطتان بحيث : $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{9}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$ ، O هي نقطة تقاطع (AC) و (BD).

1 عين التحاك H بحيث $H(A) = C$ و $H(B) = D$.

2 إستنتج أن النقط O ، I و J على إستقامة واحدة .

التمرين 09: ☆★★

H تحاك مركزه $I(2,0)$ ونسبته 2 ، G تحاك مركزه $J(6,2)$ ونسبته $\frac{1}{2}$.

1 أعط العبارة التحليلية لـ H و G

2 f التحويل النقطي الذي يحول $M(x,y)$ إلى $M''(x'',y'')$ حيث $f = G \circ H$ ، أكتب x'' و y'' بدلالة x و y.

3 إستنتج أن f هو إنسحاب يطلب تعيين شعاعه .

4 أكتب العبارة التحليلية للتحويل p حيث $p = H \circ G$ ثم استنتج طبيعة p

التمرين 10: ☆★★

$A(-1,0)$ ، $B(-3,0)$ و $C(-1,4)$ ثلاث نقط من المستوي و h التحاك الذي مركزه $w(2,0)$ ونسبته 3.

1 أكتب العبارة التحليلية للتحاك h.

2 بين أن المثلث ABC قائم في A ثم أحسب مساحته .

3 عين النقط A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C على الترتيب بواسطة التحاك h.

4 عين طبيعة المثلث $A'B'C'$ ثم استنتج مساحته .

التمرين 11: ☆★★

ABC مثلث كيفي ، G مرجح الجملة المثقلة :
$\{(A,2),(B,1),(C,1)\}$
و D نقطة من المستوي بحيث : $\overrightarrow{AD} = -2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

1 f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' بحيث :
$$\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$
- بين أن : $\overrightarrow{GM'} = -3\overrightarrow{GM}$ ثم استنتج طبيعة f.

2 g التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي النقطة M' بحيث :
$$\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$$
- بين أن : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AD}$ ثم استنتج طبيعة g.

التمرين 12: ☆★★

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

$(O,\overrightarrow{i},\overrightarrow{j})$ النقط $A(1,3)$ ، $B(-4,-8)$ و $C(1,7)$
وليكن H التحاك الذي يحول النقطة O إلى B ويحول النقطة A إلى C.

1 ماهي نسبة التحاك H ؟ عين مركزه I .

التمرين 13: ★★☆

ليكن التحويل النقطي H المعرف كمايلي :

$$\begin{cases} x' = 3x+8 \\ y' = 3y-6 \end{cases}$$

1 بين أنه توجد نقطة صامدة وحيدة لـ H يطلب تعيينها.

2 ماطبيعة التحويل H وماهي عناصره المميزة ؟

3 عين صورة كل من النقطتين $A(3;-2)$ و $B(1;2)$ بواسطة التحويل H.

4 أوجد صورة المستقيم (AB) بواسطة التحويل H.

5 أوجد مساحة صورة الدائرة (C) التي مركزها A ونصف قطرها AB بواسطة التحويل H.