التمرين 1

من أجل كل دالة f احسب النهايات المطلوبة

$$\lim_{x\to 2}\frac{4-x^2}{x-2}\cdots(2) \quad , \quad \lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}}{1-x}\cdots(1)$$

$$\lim_{x\to 9}\frac{3-\sqrt{x}}{9-x}\cdots(4) \quad \lim_{x\to 1}\frac{x^2-3x+2}{1-x}\cdots(3)$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+x}{|x^2-1|+1}\cdots(5) \quad \lim_{x\to 0}\frac{x^2+x}{|x^2-1|+1}$$

$$\lim_{x\to -1}\frac{x+2}{x^2+x}+\frac{3x+1}{x^2-1}\cdots(6) \quad \lim_{x\to -1}\frac{x^2+x}{|x^2-1|+1}$$

$$\lim_{x\to 1}\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2-3x+2}\cdots(7)$$

التمرين 2

عين النهايات التالية

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{\frac{2x}{x+3}} \ , \ \lim_{x\to+\infty}\left(x-4+\frac{1}{x}\right)^3 \ , \ \lim_{x\overset{>}{\to}1}\frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

$$\lim_{x\overset{>}{\to}3}\frac{\sqrt{x+1}}{(x-3)^2} \ , \ \lim_{x\to-\infty}\left(3x+4+\frac{\sin x}{x}\right) \ , \ \lim_{x\to+\infty}\frac{\cos x}{x-1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} \ , \ \lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$$

التمرين 3

برهن المنحني الممثل للدالة f على المجال I يقبل مستقيما مقاربا أفقيا أو عموديا في الحالات الآتية :

1. $I=]2,+\infty[\ ,\ f(x)=\dfrac{1}{x-2}$
2. $I=]-\infty,0[\ ,\ f(x)=2-\dfrac{1}{x^2}$
3. $I=]1,+\infty[\ ,\ f(x)=\dfrac{2x}{1-x}$
4. $I=]-\infty,-2[\ ,\ f(x)=\dfrac{x^2+4}{x^2+x-2}$
5. $I=\mathbb{R}\ ,\ f(x)=\dfrac{-x+1}{x^2+1}$
6. $I=\mathbb{R}\ ,\ f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2+x+1}$

التمرين 4

برهن أن المستقيم (D) مقارب للمنحني (C_f) qquad ثم

أدرس الوضعية النسبية لـ (C_f) و (D) :

1. $D: y=x\ ,\ I=]2,+\infty[\ ,\ f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$
2. $D: y=x-1\ ,\ I=]-\infty,-1[\ ,\ f(x)=\dfrac{x^2}{x+1}$
3. $D: y=x+4\ ,\ I=]2,+\infty[\ ,\ f(x)=\dfrac{x^2+2x+3}{x-2}$
4. $D: y=x+2\ ,\ I=]0,+\infty[\ ,\ f(x)=\dfrac{x^3+2x^2-1}{x^2}$

التمرين 5

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+x-3}{x+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

❶ عين نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

❷ أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$. حيث a ، b و c أعداد حقيقية يطلب تعيينها

❸ استنتج معادلات للمستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f)

❹ حدد الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمتسقيم المقارب المائل

❺ أرسم في نفس المعلم المنحنى (C_f) والمتسقيمات المقاربة

التمرين 6

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=x^3+3x^2-4$

(C) لتمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

❶ أدرس تغيرات الدالة f ثم أنجز جدول التغيرات

❷ عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الإحداثيات

❸ برهن ان النقطة $\omega(-1,-2)$ مركز تناظر للمنحنى (C)

❹ عين معادلة للمماس T عند النقطة ω

❺ أرسم (T) و (C)

❻ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة الحلول للمعادلة : $x^3+3x^2-4-m=0$

التمرين 7

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2-3x+b$$

(C) لتمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث a و b عددان حقيقيان

❶ عين العددين a و b حتى تقبل الدالة f قيمة حدية عند

3 قيمتها -8

❷ نفرض أن $a=-1$ و $b=1$

✍ أدرس تغيرات الدالة f

✍ أحسب $f(5)$ ، $f(1)$ ، $f(0)$ ، $f(-2)$

✍ أكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) عند النقطة I التي فاصلتها 1

✍ أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمماس (Δ) ؟

✍ أرسم المماس (Δ) و (C)

التمرين 8

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$$f(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2-3x+b$$

(C) لتمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث a و b عددان حقيقيان

❶ عين العددين a و b إذا علمت أن المنحنى (C) يقطع حامل محور التراتيب في النقطة التي ترتيبها $\frac{4}{3}$ ويقبل المستقيم الذي معادلته $y=2$ مقاربا له

❷ نفرض أن $a=2$ و $b=2$

✍ أدرس تغيرات الدالة f

✍ عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع المحورين الإحداثيين .

✍ بين أن للمنحنى (C) مماسين (T_1) و (T_2) معامل توجيه كل منهما يساوي -2 يطلب تعيين معادلتيهما

✍ أرسم المماس (T_1) و (T_2) و (C)

التمرين 9

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة :

$$f(x)=\frac{x^2+ax+b}{x^2+2x+2}$$

(C) لتمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث a و b عددان حقيقيان

❶ عين العددين a و b بحيث المنحنى (C) يقبل عند النقطة $A\left(0,\frac{7}{2}\right)$ مماسا موازيا لمحور الفواصل. ثم بين أن $f(x)$ تكتب على الشكل : $f(x)=1+\frac{5x+5}{x^2+2x+2}$

❷ أدرس تغيرات الدالة f ثم أنجز جدول التغيرات

❸ بين أن المنحنى (C) يقبل مستقيم مقارب (Δ) يطلب تعيين معادلته

❹ عين إحداثيات نقط تقاطع المنحنى (C) مع محوري الإحداثيات

❺ أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)

❻ نسمي ω نقطة تقاطع المنحنى (C) و (Δ)، برهن ان النقطة ω مركز تناظر للمنحنى (C)

❼ عين معادلة للمماس (T) عند النقطة (ω)

❽ أرسم المماس (T) و (Δ) و (C)

التمرين 10

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$ و (C) لتمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

❶ ✍ أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

✍ أحسب $g(0)$ و $g\left(\frac{1}{2}\right)$

✍ علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0,\frac{1}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha)=0$

✍ استنتج إشارة g على $]-1,+\infty[$

❷ f هي الدالة المعرفة على $]-1,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$ و (Γ) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

✍ تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^3}$

✍ عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا

✍ أحسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x+1)]$ وفسر النتيجة بيانيا

✍ شكل جدول تغيرات الدالة f

✍ أرسم المنحنى (Γ)