ثانوية عبد الحق بن حمودة - سيرات- مستغانم | السنة الدراسية : 2019/2018
المستــوى: 2 علوم تجريبية | المـدة : 120 دقيقة

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول — 05 نقاط

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

2. نعتبر فيما يلي المستوي الموجه المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، و لتكن النقطتين A و B حيث:

الإحداثيات الديكارتية للنقطة $A\left(1,\sqrt{3}\right)$ و الإحداثيات القطبية للنقطة $B\left(\sqrt{5},\theta\right)$

أ- عين الإحداثيات القطبية للنقطة A

ب- جد قيمة θ اذا علمت أن $\left(\overline{OA},\overline{OB}\right)=-\frac{\pi}{5}$ ثم استنتج الإحداثيات الديكارتية للنقطة B

التمرين الثاني — 07 نقاط

ABC مثلث ، لتكن G نقطة من المستوي بحيث $3\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\vec{0}$ و لتكن I منتصف $[AB]$

1- بين أن النقطة G هي مركز ثقل المثلث ABC

2- عين (E_1) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}\right\|$

3- عين (E_2) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

4- نزود المستوي بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$، لتكن النقط $A(1,0)$ ، $B(0,-1)$ و $C(3,2)$

نعتبر الجملة المثقلة $\{(A,4);(B,\alpha-1);(C,2\alpha)\}$ مع α عدد حقيقي

أ- عين قيم α حتى تقبل الجملة أعلاه مرجحا H_α

ب- عين قيم α التي من أجلها تكون النقطة H_α تنتمي الى محور الفواصل

التمرين الثالث — 08 نقاط

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ كما يلي : $f(x)=\frac{x^2-x-7}{x-3}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1. أحسب النهايات عند أطراف مجموعة تعريف الدالة f ثم استنتج المستقيمات المقاربة

2. بين أن : $f'(x)=\frac{x^2-6x+13}{(x-3)^2}$ ، استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

3. أحسب $\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-x-2\right]$ ثم استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) و ليكن (Δ)

4. أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

5. أرسم (Δ) و (C_f)

تصحيح اختبار الثلاثي الثاني 2018-2019

النقطة	عناصر الإجابة

التمرين الأول — 05 نقاط

1. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

$cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$ أي $cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

أي $\left[\begin{array}{l} 2x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}+2k\pi \,/\, k\in\mathbb{Z} \\ 2x-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}+2k\pi \,/\, k\in\mathbb{Z} \end{array}\right.$

اذن $S=\left\{k\pi;\frac{\pi}{4}+k\pi \,/\, k\in\mathbb{Z}\right\}$

.2

أ- تعيين الإحداثيات القطبية للنقطة A

لدينا : $r=OA$ حيث : $r=\sqrt{x_A^2+y_A^2}$ ومنه $\boxed{r=2}$

نعلم أن $\begin{cases} x_A=r\cos\theta \\ y_A=r\sin\theta \end{cases}$ أي $\begin{cases} \cos\theta=\frac{1}{2} \\ \sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ ومنه $\boxed{\theta=\frac{\pi}{3}}$

اذن $\boxed{A\left(2,\frac{\pi}{3}\right)}$

ب- ايجاد قيمة θ

لدينا : $\theta=\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB}\right)$

$\theta=\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB}\right)=\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA}\right)-\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA}\right)$

أي $\theta=\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{5}$ ومنه $\boxed{\theta=\frac{2\pi}{15}}$

استنتاج الإحداثيات الديكارتية للنقطة B

لدينا $\boxed{r=\sqrt{5}}$ ومنه: $\begin{cases} x_B=\sqrt{5}\times cos\left(\frac{2\pi}{15}\right) \\ y_B=\sqrt{5}\times sin\left(\frac{2\pi}{15}\right) \end{cases}$ أي

$\begin{cases} x_B\simeq 2 \\ y_B\simeq 1 \end{cases}$ اذن $\boxed{B\left(2,1\right)}$

التمرين الثاني — 07 نقاط

1- تبيين أن النقطة G هي مركز ثقل المثلث ABC

لدينا : $3\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\vec{0}$ أي

$3\overrightarrow{AG}-\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GB}\right)-\left(\overrightarrow{AG}+\overrightarrow{GC}\right)=\vec{0}$ أي

$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ومنه النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A,1);(B,1);(C,1)\right\}$ بما أن جميع المعاملات متساوية فإن النقطة G هي مركز ثقل المثلث ABC

2- تعيين $\left(E_1\right)$ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}\right\|$

$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}\right\|$ أي $MG=MA$

ومنه $\left(E_1\right)$ هي المستقيم المحوري للقطعة $\left[GA\right]$

3- تعيين $\left(E_2\right)$ مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق :

$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$

$\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right\|=2\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$ أي $\left\|\overrightarrow{MI}\right\|=\left\|\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MA}\right\|$

أي $MI=BA$ ومنه $\left(E_2\right)$ هي دائرة مركزها I ونصف قطرها BA

4-

أ- تعيين قيم α حتى تقبل الجملة أعلاه مرجحا H_α

$4+\alpha-1+2\alpha\neq 0$ أي $\boxed{\alpha\neq -1}$

ب- تعيين قيم α التي من أجلها تكون النقطة H_α تنتمي الى محور الفواصل

$y_{H_\alpha}=0$ أي $\frac{\alpha y_A+\beta y_B+\gamma y_C}{\alpha+\beta+\gamma}=0$ أي

$\frac{4(0)+(\alpha-1)(-1)+(2\alpha)(2)}{4+(\alpha-1)+(2\alpha)}=0$ اذن $\boxed{\alpha=-\frac{1}{3}}$

التمرين الثالث — 08 نقاط

1. حساب النهايات

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

$\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ <}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ <}}\frac{\overbrace{x^2-x-7}^{-1}}{\underbrace{x-3}_{0^-}}=+\infty$

$\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ >}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ >}}\frac{\overbrace{x^2-x-7}^{-1}}{\underbrace{x-3}_{0^+}}=-\infty$

نستنتج وجود مستقيم مقارب موازي لمحور التراتيب معادلته

$\boxed{x=3}$

.2

☑ تبيين أن : $f'(x)=\dfrac{x^2-6x+13}{(x-3)^2}$

$$f'(x)=\frac{(2x-1)(x-3)-(1)(x^2-x-7)}{(x-3)^2}$$

ومنه $f'(x)=\dfrac{x^2-6x+10}{(x-3)^2}$

☑ استنتاج اتجاه تغير الدالة f

ندرس اشارة البسط $x^2-6x+10=0$

$\Delta=-4<0$ لا توجد حلول ومنه

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$

☑ جدول التغيرات

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

.3 حساب $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-x-2\right]$

$$\lim_{|x|\to+\infty}\left[\frac{x^2-x-7}{x-3}-x-2\right]=\lim_{|x|\to+\infty}\left(-\frac{1}{x-3}\right)=0$$

☑ استنتاج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f)

$\boxed{y=x+2}$ هو المستقيم المقارب المائل لـ (C_f)

.4 دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل

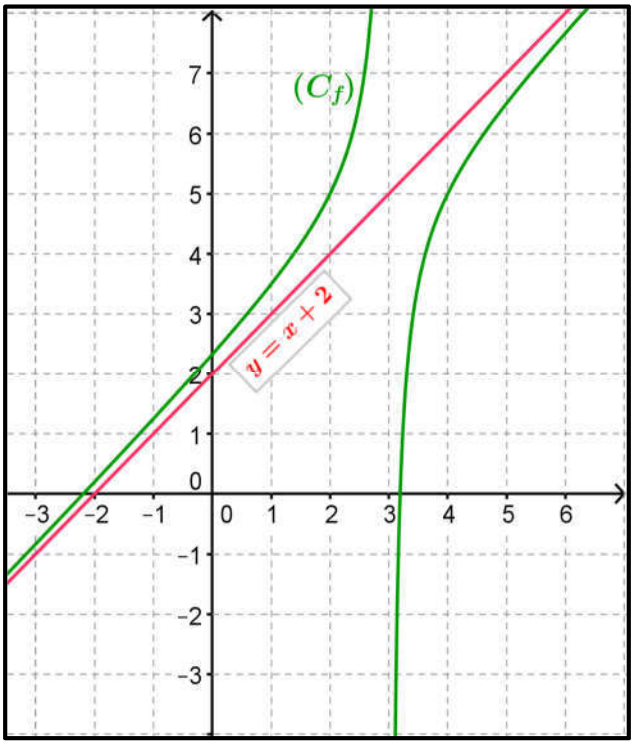
ندرس إشارة الفرق $f(x)-y=-\dfrac{1}{x-3}$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)-y$	$+$	▮	$-$

(C_f) يقع فوق المستقيم $y=x+2$ في المجال $]-\infty,3[$

(C_f) يقع تحت المستقيم $y=x+2$ في المجال $]3,+\infty[$

.5 رسم (C_f)



ثانوية عبد الحق بن حمودة - سيرات- مستغانم

المستــوى: أولى جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

السنة الدراسية : 2019/2018

المــدة : 120 دقيقة

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول — 05 نقاط

1. عين القيمة المضبوطة لـ $\cos\left(\frac{4\pi}{8}\right)$ و $\sin\left(\frac{-19\pi}{4}\right)$

2. لتكن العبارة : $G(x) = \cos(x-2019\pi) + \sin(1440\pi - x) + \cos\left(\frac{4\pi}{8}\right) + \cos x$

☑ بين أن : $G(x) = -\sin x$

3. أحسب $\sin x$ اذا علمت أن $\cos x = \frac{1}{3}$ و $x \in [-\pi, 0]$

☑ استنتج قيمة كل من $\sin(\pi + x)$ و $\tan x$

التمرين الثاني — 07 نقاط

I. المستوي منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$ ، نعتبر النقط $A(2,2)$ ، $B(-2,1)$ ، $C(0,1)$ ، $D(x,1)$

1. عين قيمة x بحيث $\|\overrightarrow{CD}\| = 2$

2. عين إحداثيتي النقطة E نظيرة B بالنسبة الى C

3. عين معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل C ويوازي المستقيم (L) ذو المعادلة $-x + 2y + 2 = 0$

4. جد معادلة للمستقيم (OB) ثم عين تقاطعه مع المستقيم ذي المعادلة $y = \frac{1}{2}x + 1$

التمرين الثالث — 08 نقاط

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x^2 - 8x + 15$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج تحليلا لـ $f(x)$

ب) أدرس اشارة $f(x)$

ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $x - 8 + \frac{x+7}{x-1} \leq 0$

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = (x-4)^2 - 1$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty, 4]$ و $[4, +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

3. بين كيف يمكن استنتاج رسم المنحنى (C_f) انطلاقا من منحنى الدالة "مربع" ثم أرسم (C_f)

تصحيح اختبار الثلاثي الثاني 2018-2019

عناصر الإجابة	النقطة

التمرين الأول — 05 نقاط

1. تعين القيمة المضبوطة لـ :

$$cos\left(\frac{4\pi}{8}\right)=cos\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$$

$$sin\left(\frac{-19\pi}{4}\right)=-sin\left(\frac{20\pi-\pi}{4}\right)=-sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

2. تبيين أن : $G(x)=-sin\,x$

$$G(x)=cos(x-2019\pi)+sin(1440\pi-x)+cos\left(\frac{4\pi}{8}\right)+cos\,x$$

$$=cos(x-\pi)+sin(-x)+cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+cos\,x$$

$$=-cos(x)-sin(x)+cos\,x$$

$$=-sin\,x$$

3. حساب $sin\,x$:

لدينا $cos^2x+sin^2x=1$ أي $sin^2x+\left(\frac{1}{3}\right)^2=1$

أي $sin^2x=\frac{8}{9}$ ومنه $sin\,x=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ أو $sin\,x=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

بما أن $x\in[-\pi,0]$ فإن $sin\,x<0$ اذن $\boxed{sin\,x=-\frac{2\sqrt{2}}{3}}$

☑ استنتاج قيمة كل من:

$$sin(\pi+x)=-sin\,x=-\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)=\boxed{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$$

$$tan\,x=\frac{sin\,x}{cos\,x}=\frac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}}=\boxed{-2\sqrt{2}}$$

التمرين الثاني — 07 نقاط

1. تعين قيمة x

$\|\vec{CD}\|=\sqrt{(x_D-x_C)^2+(x_D-x_C)^2}$ بعد التعويض نجد

$\sqrt{x^2}=|x|=2$ اذن $\boxed{x=2}$ أو $\boxed{x=-2}$

2. تعيين إحداثيتي النقطة E

بما أن C منتصف $[BE]$ فإن $x_C=\frac{x_E+x_B}{2}$ أي

$E(2x_C-x_B\,,2y_C-y_B)$ اذن $\boxed{E\ (2,1)}$

3. تعيين معادلة للمستقيم (Δ)

بما أن (Δ) يوازي (L) أي أن المستقيمين لهما نفس معامل التوجيه ومنه لدينا $(L):-x+2y+2=0$ أي

$(L):y=\frac{1}{2}x-1$ ومنه تصبح معادلة المستقيم

$(\Delta):y=\frac{1}{2}x+b$ نبحث عن قيمة b: بما أن (Δ) يشمل

C أي $y_C=\frac{1}{2}x_C+b$ بعد التعويض نجد $\boxed{b=1}$ اذن

$$\boxed{(\Delta):y=\frac{1}{2}x+1}$$

4.

☑ ايجاد معادلة للمستقيم (OB)

$M\in(OB)$ نحسب $\vec{OB}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ ، $\vec{OM}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ الشعاعان

مرتبطان خطيا اذن : $x=-2y$ أي $\boxed{(OB):y=-\frac{1}{2}x}$

☑ تعيين تقاطعه مع المستقيم ذي المعادلة $y=\frac{1}{2}x+1$

نحل جملة معادلة: $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x\ \dots(1)\\ y=\frac{1}{2}x+1\dots(2)\end{cases}$ نجمع (1) مع

(2) طرفا لطرف نجد $y=\frac{1}{2}\cdots(3)$ نعوض (3) في

(1) نجد $x=-1$ اذن المستقيمان يتقاطعان في نقطة واحد

هي $\boxed{F\left(-1,\frac{1}{2}\right)}$

التمرين الثالث — 08 نقاط

.1

أ)

☑ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$

لدينا $f(x)=0$ أي $x^2-8x+15=0$

$\Delta=4>0$ المعادلة تقبل حلين متمايزين

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{8-2}{2\times1}=3\text{ ، }x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{8+2}{2\times1}=5$$

إذن: $S=\{3,5\}$

☑ استنتاج تحليلا لـ $f(x)$: $f(x)=(x-3)(x-5)$

ب) دراسة اشارة $f(x)$

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
$x-3$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ج) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $x-8+\frac{x+7}{x-1}\le 0$

المجموعة المرجعية: $D_f=\{x\in\mathbb{R}, x-1\neq 0\}=\mathbb{R}-\{1\}$

لكل x من D_f لدينا :

$x-8+\frac{x+7}{x-1}\le 0$ تكافئ $\frac{(x-8)(x-1)}{x-1}+\frac{x+7}{x-1}\le 0$

تكافئ $\frac{f(x)}{x-1}\le 0$

x	$-\infty$		1		3		5		$-\infty$
$f(x)$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\frac{f(x)}{x-1}$		$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه $\boxed{S=]-\infty,1[\cup[3,5]}$

.2

أ) تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي x:

$f(x)=(x-4)^2-1$

$f(x)=(x-4)^2-1$

$(x-4)^2-1=x^2-8x+16-1=f(x)$

ب) دراس اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-\infty;4]$ و

$[4,+\infty[$

✎ دراسة اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;4]$

من أجل كل عددين حقيقين x_1 ، x_2 لدينا :

بفرض: $\boxed{x_1<x_2}<4$ فإن: $x_1-4<x_2-4$ أي

$(x_1-4)^2>(x_2-4)^2$ ومنه $(x_1-4)^2-1>(x_2-4)^2-1$

إذن: $\boxed{f(x_1)>f(x_2)}$ وهذا يعنـــي أن الدالة f

متناقصة تماما على $]-\infty;4]$

✎ دراسة اتجاه تغير الدالة f على المجال $[4,+\infty[$

من أجل كل عددين حقيقين x_1 ، x_2 لدينا :

بفرض: $4<\boxed{x_1<x_2}$ فإن: $x_1-4<x_2-4$ أي

$(x_1-4)^2<(x_2-4)^2$ أي $(x_1-4)^2-1<(x_2-4)^2-1$

إذن: $\boxed{f(x_1)<f(x_2)}$ وهذا يعنـــي أن الدالة f

متزايدة تماما على $[4,+\infty[$

☑ جدول التغيرات

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f(x)$	↘	-1	↗

.3 رسم (C_f)

نسمي (P) التمثيل البياني للدالة $g:x\to x^2$.

النقطة $M(x,y)$ تنتمي إلى (C) إذا و فقط إذا كان

$y=(x-4)^2-1$ أي $y+1=(x-4)^2$.

النقطة $N(x-4,y+1)$ تنتمي إلى القطع المكافئ (P)

إذن نمر من (P) إلى (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{V}(4,-1)$.