ثانوية عبد الحق بن حمودة - سيرات- مستغانم | السنة الدراسية : 2019/2018

المستــوى: 2 علوم تجريبية | المـدة : 120 دقيقة

إختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات

التمرين الأول 09 نقاط

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ ، $\left(C_f\right)$ التمثيل البياني للدالة f المعرفة كما يلي : $f(x)=\dfrac{2x-1}{x}$ ،

و المستقيم ذي المعادلة $y=x$ كما هو موضح في الشكل (الوثيقة المرفقة).

نعتبر المتتالية $\left(u_n\right)$ المعرفة بـ $u_0=2$ و $u_{n+1}=\dfrac{2u_n-1}{u_n}$

1- مثل بيانيا على محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2، u_3 (دون حسابها)

2- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$ و تقاربها

3- بين أن: $u_{n+1}-u_n=-\dfrac{\left(u_n-1\right)^2}{u_n}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $\left(u_n\right)$ إذا علمت أن : $u_n>1$

4- نعتبر المتتالية $\left(v_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=3+\dfrac{1}{u_n-1}$

أ- بين أن المتتالية $\left(v_n\right)$ حسابية أساسها 1 ثم احسب حدها الأول v_0

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=\dfrac{1}{n+1}+1$ ، استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

ج- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_0+v_1+........+v_n$

التمرين الثاني 11 نقطة

في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ ، نعتبر النقط $A(3,-1)$ ، $B(2,-4)$ و $C(1,0)$

و (C) مجموعة النقط $M(x,y)$ حيث : $x^2+y^2-2x+4y=0$ و المستقيم $(D):2x+y-\alpha=0$

1- بين أن (C) دائرة يطلب تعيين مركزها ω و نصف قطرها r

2- جد قيمة α حتى تكون المسافة بين المستقيم (D) و مركز الدائرة هي $d\left(\omega,(D)\right)=2\sqrt{5}$ ثم استنتج وضعية (D) بالنسبة الى (C)

3- نضع $(\alpha=5)$

أ- جد معادلة للمستقيم (T) مماس الدائرة (C) في النقطة B

ب- بين أن المستقيمين (T) و (D) متعامدان

ج- بين أن $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=6$ ثم استنتج قيس الزاوية $B\hat{A}C$

د- أحسب مساحة المثلث ABC

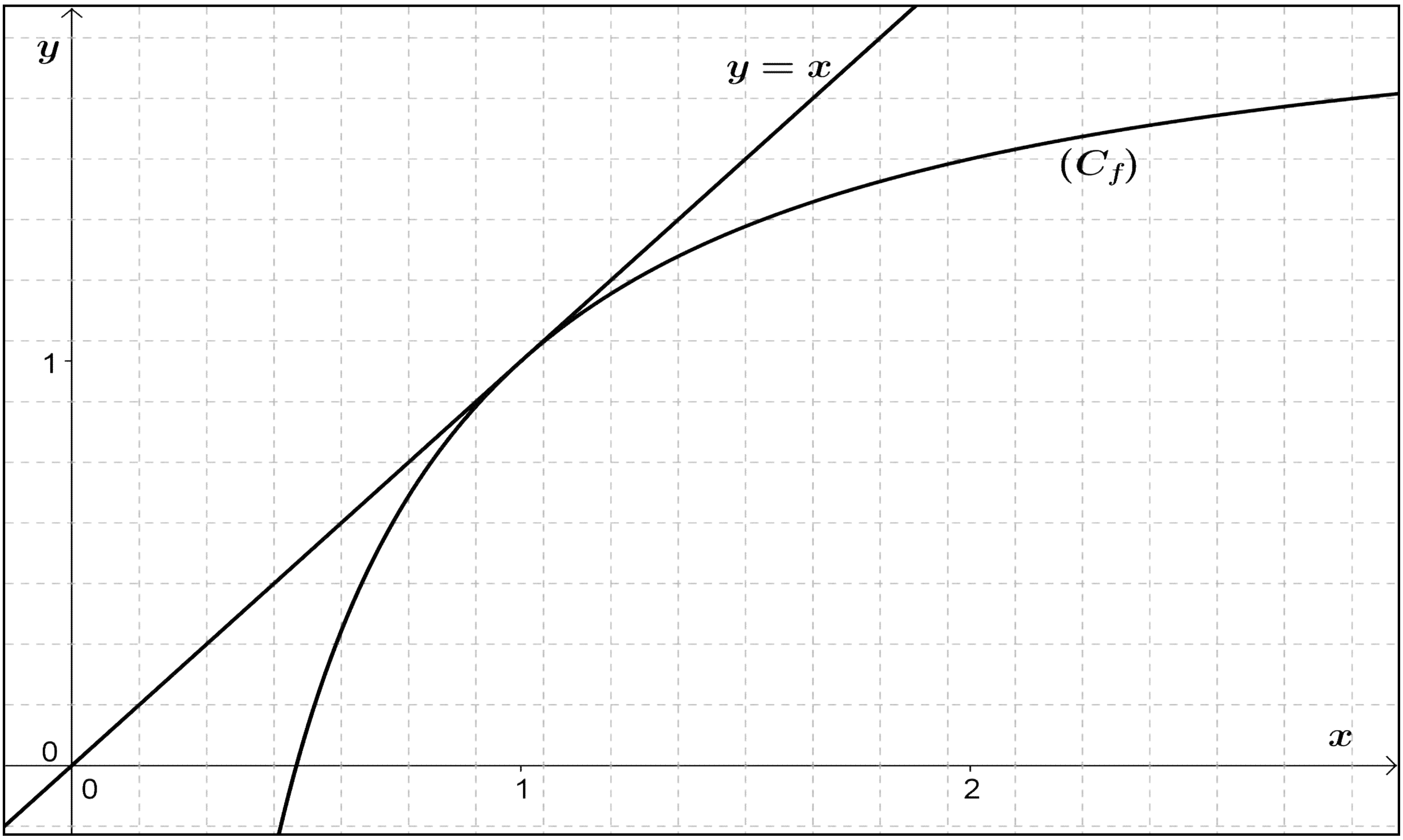
4- لتكن N نقطة من المستوي حيث : $\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{NA}=\vec{0}$

أ- جد نسبة التحاكي h الذي مركزه N و يحول A إلى C؟ ماذا تستنتج

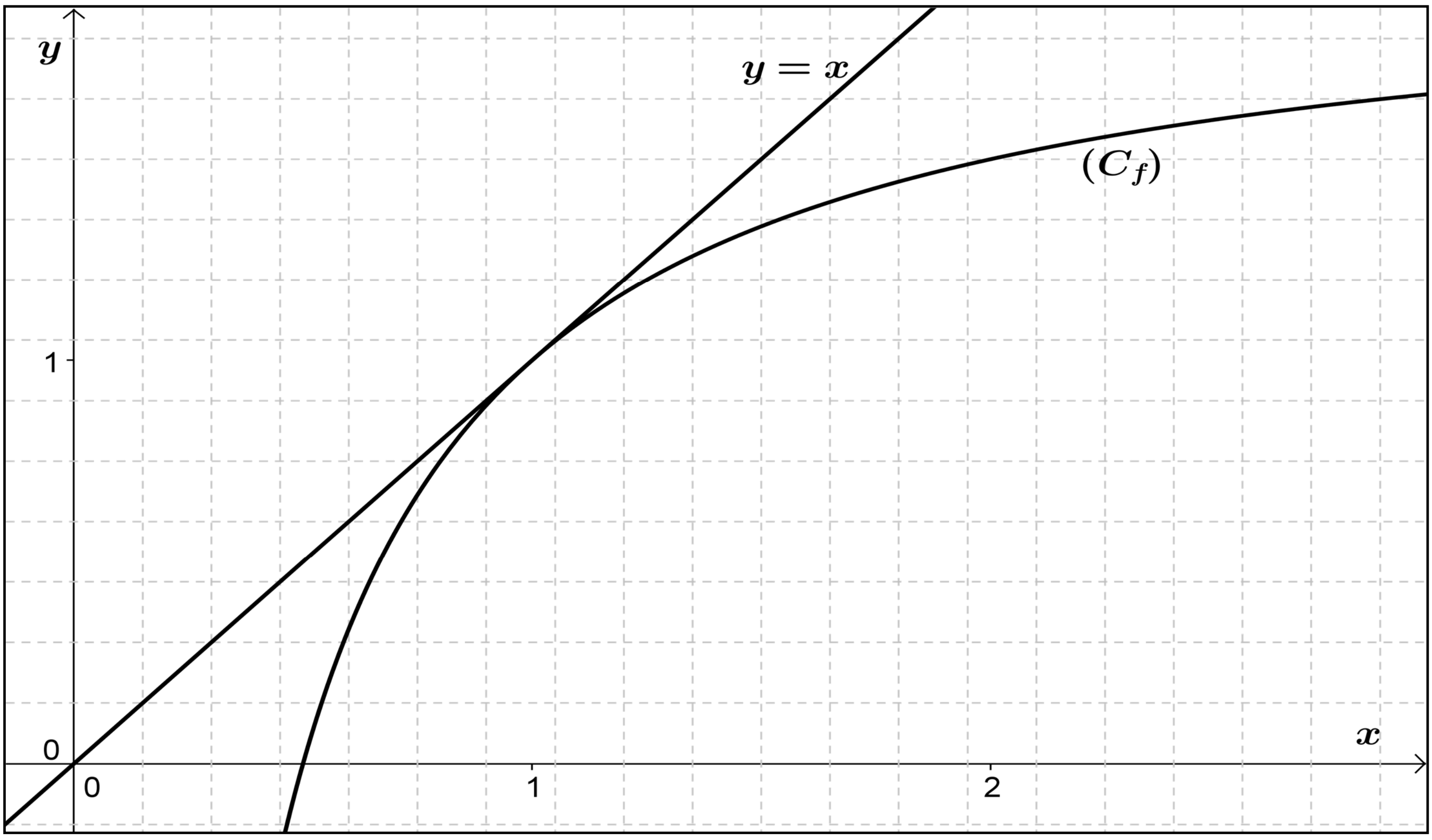
ب- عين مجموعة النقط M التي تحقق : $MA^2+MC^2=3$

تمنياتنا لكم بالتوفيق و النجاح في بكالوريا 2020

القسم :   الإسم و اللقب :



القسم :   الإسم و اللقب :

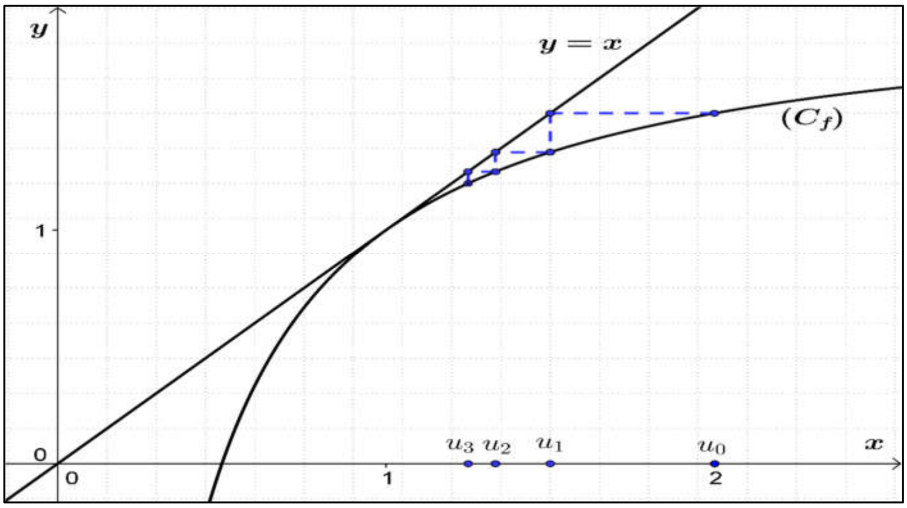


تصحيح اختبار الثلاثي الثالث في مادة الرياضيات 2018-2019

عناصر الإجابة	النقطة

التمرين الأول

1- مثل بيانيا على محور الفواصل الحدود u_0، u_1، u_2، u_3 (دون حسابها)



2- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها

من التمثيل البياني نلاحظ أن $u_3 < u_2 < u_1 < u_0$ إذن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

نلاحظ أن المتتالية (u_n) متناقصة و محدودة من الأسفل فهي متقاربة

3- بين أن: $u_{n+1} - u_n = -\dfrac{(u_n - 1)^2}{u_n}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

$$u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n - 1}{u_n} - u_n = \frac{2u_n - 1 - u_n^2}{u_n} = \frac{-\left(u_n^2 - 2u_n + 1\right)}{u_n} = -\frac{(u_n - 1)^2}{u_n}$$

لدينا $u_n > 1$ و $-(u_n - 1)^2 < 0$ ومنه $u_{n+1} - u_n < 0$ اذن المتتالية (u_n) متناقصة.

4- أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

$$v_{n+1} - v_n = 3 + \frac{1}{u_{n+1} - 1} - \left(3 + \frac{1}{u_n - 1}\right) = \cancel{3} + \frac{1}{\frac{u_n - 1}{u_n}} - \cancel{3} - \frac{1}{u_n - 1} = \frac{u_n}{u_n - 1} - \frac{1}{u_n - 1} = \frac{\cancel{u_n - 1}}{\cancel{u_n - 1}} = 1$$

ومنه (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = 1$ و حدها الأول $v_0 = 3 + \dfrac{1}{u_0 - 1} = 3 + \dfrac{1}{2 - 1}$ أي $v_0 = 4$

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \dfrac{1}{n+1} + 1$ ، استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

❄ $v_n = v_0 + rn$ أي $v_n = 4 + n$

❄ لدينا $v_n = 3 + \dfrac{1}{u_n - 1}$ أي $v_n - 3 = \dfrac{1}{u_n - 1}$ أي $u_n - 1 = \dfrac{1}{v_n - 3}$ أي $u_n = \dfrac{1}{v_n - 3} + 1$

أي $u_n = \dfrac{1}{(4 + n) - 3} + 1$ ومنه $u_n = \dfrac{1}{n + 1} + 1$

❄ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \boxed{\underbrace{\frac{1}{\underbrace{n+1}_{+\infty}}}_{0}} + 1 = 1$

ج- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

$$S_n = \frac{(n+1)}{2}(v_0 + 4 + n) = \frac{(n+1)(n+6)}{2}$$

التمرين الثاني

1- بين أن (C) دائرة يطلب تعيين مركزها ω و نصف قطرها r

$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ أي $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$ ومنه (C) دائرة مركزها $\omega(1,-2)$ ونصف قطرها $r = \sqrt{5}$

2- جد قيمة α ثم استنتج وضعية (D) بالنسبة الى (C)

❄ $\frac{|2x_\omega + y_\omega - \alpha|}{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2}} = 2\sqrt{5}$ أي $d(\omega,(D)) = 2\sqrt{5}$ أي $\frac{|2(1) + (-2) - \alpha|}{\sqrt{(1)^2 + (-2)^2}} = 2\sqrt{5}$ أي $|-\alpha| = 10$ ومنه $\alpha = 10$

❄ بما أن $d(\omega,(D)) = 2\sqrt{5} > r = \sqrt{5}$ فإن المستقيم (D) يقع خارج الدائرة (C)

3- أ- جد معادلة للمستقيم (T) مماس الدائرة (C) في النقطة B

(T) مماس الدائرة (C) في النقطة B معناه $\overrightarrow{\omega B}\,(1,-2)$ هو شعاع ناظمي للمستقيم (T) أي $(T): x - 2y + c = 0$

بما أن $B \in (T)$ فإن $x_B - 2y_B + c = 0$ أي $c = -10$ ومنه $(T): x - 2y - 10 = 0$

ب- بين أن المستقيمين (T) و (D) متعامدان

(T) و (D) متعامدان معناه شعاع توجيههما $\vec{u}_T\,(2,1)$ و $\vec{u}_D\,(-1,2)$ متعامدان أي $(-1)(2) + (1)(2) = 0$

ج- بين أن $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = 6$ ثم استنتج قيس الزاوية $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB})$

❄ لدينا $\overrightarrow{CA}\,(2,-1)$ و $\overrightarrow{CB}\,(1,-4)$ أي $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = (1)(2) + (-4)(-1) = 6$

❄ $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = \|\overrightarrow{CA}\| \times \|\overrightarrow{CB}\| \times \cos(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}) = 6$ أي $\cos(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}) = \frac{6}{\sqrt{5}\times\sqrt{17}} \simeq 0.65$

أي $(\overrightarrow{CA};\overrightarrow{CB}) = 49.4^\circ$

د- أحسب مساحة المثلث ABC

$S_{ABC} = \frac{1}{2} CA \times CB \times \sin\hat{C}$ أي $S_{ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{5}\times\sqrt{17}\times\sin(49.4^\circ)$ ومنه $S_{ABC} = 3.5$

4- أ- جد نسبة التحاكي h الذي مركزه N و يحول A إلى C

$\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{NA} = \vec{0}$ أي $(\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC}) + 2\overrightarrow{NA} = \vec{0}$ أي $\overrightarrow{NC} = -\overrightarrow{NA}$ ومنه C صورة A بالتحاكي h الذي مركزه N

ونسبته $k = -1$ ومنه نستنتج ان N منتصف $[AC]$

ب-عين مجموعة النقط M التي تحقق: $MA^2 + MC^2 = 3$

بما أن N منتصف $[AC]$ فإنه حسب مبرهنة المتوسط $MA^2 + MC^2 = 2MN^2 + \frac{1}{2}AC^2 = 3$ أي $MN^2 = \frac{1}{4}$ أي

$MN = \sqrt{\frac{1}{4}}$ أي $MN = \frac{1}{2}$ ومنه مجموعة النقط M هي دائرة مركزها N ونصف قطرها $r = \frac{1}{2}$