

1- معادلات و متراجحات من الدرجة الأولى:

حل معادلة من الدرجة الأولى من الشكل: $ax+b=0$ ، حيث a, b أعداد حقيقية و $a \neq 0$ هو: $x = -\frac{b}{a}$

-إشارة العبارة $ax+b$ نلخصها في الجدول التالي:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	نفس إشارة a	0	عكس إشارة a

مثال:

حل في المعادلة: $-2x+1=0$ ، $x = \frac{1}{2}$ هو حل لهذه المعادلة واشهرتها هي من الشكل:

حلل متراجحة $-2x+1 \leq 0$ هي: $x \in [\frac{1}{2}; +\infty[$

حلل متراجحة $-2x+1 > 0$ هي: $x \in]-\infty; \frac{1}{2}[$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-2x+1$	+	0	--

2- معادلات و متراجحات من الدرجة الثانية:

حل معادلة من الدرجة الثانية من الشكل: $ax^2+bx+c=0$ ، حيث a, b, c أعداد حقيقية و $a \neq 0$ يتطلب علينا اتباع مايلي:

حساب المميز Δ ($\Delta = b^2 - 4ac$)

الحالة (3)

إذا كان $\Delta < 0$ لا يوجد حلول في $\mathbb{R}$

التحليل: لا يمكن التحليل

ش. النموذجي:

$$ax^2+bx+c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

الإشارة:

x	$-\infty$	$+\infty$
إشارة ax^2+bx+c	نفس إشارة a	نفس إشارة a

الحالة (2)

إذا كان $\Delta = 0$ يوجد حل مضاعف هو: $x_{1,2}$

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$$

التحليل:

$$ax^2+bx+c = a(x-x_{1,2})^2$$

ش. النموذجي:

$$ax^2+bx+c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \right]$$

الإشارة:

x	$-\infty$	$x_{1,2}$	$+\infty$
إشارة ax^2+bx+c	نفس إشارة a	0	نفس إشارة a

الحالة (1)

إذا كان $\Delta > 0$ يوجد حلان هما: x_1 و x_2

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$$

التحليل:

$$ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

ش. النموذجي:

$$ax^2+bx+c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right]$$

الإشارة:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
إشارة ax^2+bx+c	نفس إشارة a	عكس إشارة a	عكس إشارة a	نفس إشارة a

مثال 3:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $x^2+1=0$

علينا حساب المميز Δ نجد: $\Delta = (0)^2 - 4(1)(1) = -4$

$\Delta < 0$ إذن: لا يوجد حلول في $\mathbb{R}$

الإشارة:

x	$-\infty$	$+\infty$
x^2+1	+	+

مثال 2:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $x^2-4x+4=0$

علينا حساب المميز Δ نجد: $\Delta = (-4)^2 - 4(1)(4) = 0$

$\Delta = 0$ إذن يوجد حل مضاعف هو:

$$x_{1,2} = -\frac{-4}{2(1)} = \frac{4}{2} = 2$$

التحليل: $x^2-4x+4 = (x-2)^2$

ش. النموذجي: $x^2-4x+4 = 1 \left[\left(x + \frac{-4}{2} \right)^2 \right]$

الإشارة:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
x^2-4x+4	+	0	+

مثال 1:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التالية: $2x^2-3x+1=0$

علينا حساب المميز Δ نجد: $\Delta = (-3)^2 - 4(2)(1) = 1 > 0$

$\Delta > 0$ إذن يوجد حلان هما:

$$x_2 = \frac{3-\sqrt{1}}{2(2)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, x_1 = \frac{3+\sqrt{1}}{2(2)} = \frac{4}{4} = 1$$

التحليل: $2x^2-3x+1 = 2(x-1)(x-\frac{1}{2})$

ش. النموذجي: $2x^2-3x+1 = 2 \left[\left(x + \frac{-3}{2(2)} \right)^2 - \frac{1}{4(4)} \right]$

الإشارة:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$2x^2-3x+1$	+	-	0	+