من إعداد الأستاذ مرنيز وليد –

سلسلة تمارين في الإشتقاقية و تطبيقاتها

2020-2019

العددالمشتق لدالة

تمرين رقم 1

احسب العدد المشتق للدالة f عند القيمة a.

- $f(x)=x^2$ ، $a=0$
- $f(x)=-3x+5$ ، $a=3$
- $f(x)=3x^2+4$ ، $a=-2$
- $f(x)=-\dfrac{1}{x}$ ، $a=-1$
- $f(x)=\sqrt{-3x}$ ، $a=-1$
- $f(x)=3-\sqrt{x}$ ، $a=\dfrac{1}{4}$

تمرين رقم 2

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=4x-6$ وليكن h عدد حقيقي غير معدوم.

1) عين نسبة تزايد الدالة f بين العددين -1 و $-1+h$

2) استنتج ان الدالة f تقبل الاشتقاق من اجل -1 ، و عين $f'(-1)$

3) هل الدالة f تقبل الاشتقاق من اجل 0 ؟

تمرين رقم 3

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^3$

1) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي غير معدوم h :

$$\frac{(2+h)^3-8}{h}=h^2+6h+12$$

2) استنتج ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند القيمة 2 ، و عين $f'(2)$.

تمرين رقم 4

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$:

$$f(x)=x^3-6x^2+4x-2$$

1) ليكن h عدد حقيقي غير معدوم، احسب

$$f(2+h)-f(2)$$

2) بين ان الدالة f تقبل الاشتقاق عند 2 ، ماهي قيمة $f'(2)$ ؟

التقريب التآلفي لدالة

تمرين رقم 5

في كل حالة من الحالات المقترحة ادناه، احسب $f(a+h)$ بدلالة العدد الحقيقي h ثم استنتج العدد المشتق للدالة f من اجل a.

- $f(x)=x^2+2$ ، $a=6$ ثم $a=0$
- $f(x)=x^2+x-1$ ، $a=2$ ثم $a=-\dfrac{1}{2}$
- $f(x)=-3x^2+6x-5$ ، $a=1$ ثم $a=0$
- $f(x)=x^3+2x-5$ ، $a=0$ ثم $a=\sqrt{2}$

معادلة المماس

تمرين رقم 6

في كل حالة من الحالات الآتية، اكتب معادلة لمماس المنحنى (C) عند النقطة A و الذي معامل توجيهه هو a

- $A(2;0)$ و $a=1$
- $A(-1;3)$ و $a=-2$
- $A(-2;3)$ و $a=\dfrac{3}{2}$
- $A(2;\sqrt{2})$ و $a=\sqrt{2}$.

تمرين رقم 7

(C) منحنى يشمل النقطة $A(2;4)$ و (Δ) مستقيم معادلته $y=3x+5$.

اكتب معادلة المماس للمنحنى (C) عند النقطة A ، و الذي يوازي المستقيم (Δ).

السنة الثانية ثانوي

الدالة المشتقة

تمرين رقم 8

باستعمال النظريات على المشتقات احسب الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية

- $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$
- $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x + 5$
- $f(x) = \frac{3x^2 + 12x + 1}{6}$
- $f(x) = \frac{-x+1}{x+2}$
- $f(x) = 2x + 1 - \frac{x+1}{x-3}$
- $f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x^2 - 3}$

تمرين رقم 9

باستعمال النظريات على المشتقات احسب الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

- $f(x) = (3x-2)^2$
- $f(x) = 3\sqrt{x} - 2$
- $f(x) = \sqrt{x-3}$
- $f(x) = \sqrt{2-3x}$
- $f(x) = (x^2 + 2x - 3)\sqrt{-x+3}$

تمرين رقم 10

باستعمال النظريات على المشتقات احسب الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية:

- $f(x) = \cos(3x-2)$
- $f(x) = \sin(3x-2)$
- $f(x) = \sin x \times \cos x$
- $f(x) = \sin(x - 2\pi) \times \cos(x + \pi)$
- $f(x) = \cos^2 3x$

المشتقة و اتجاه تغير الدالة

تمرين رقم 11

انجز جدول تغيرات الدالة f على المجال D في كل حالة من الحالات التالية:

- $D = [-3;2]$ ، $f(x) = x^2 - 3x + 2$
- $D = [-4;2]$ ، $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$
- $D = [-1;2]$ ، $f(x) = x4 - 2x^2 + 3$
- $D = [-4;6]$ ، $f(x) = \frac{x-1}{x^2+3}$
- $D = \left[-\frac{1}{3};16\right]$ ، $f(x) = \sqrt{3x+1}$

تمرين رقم 12

قارن العددين A و B المعرفين بـ :

$$A = \frac{(5.012013014015016)^2 + 3}{3.012013014015016}$$

$$B = \frac{(5.012013014015017)^2 + 3}{3.012013014015017}$$

تمرين رقم 13

نعتبر الدالة $f : x \mapsto x^3 + ax + b$ حيث a ، b عددان حقيقيان. عين قيم العدد الحقيقي a حتى يكون للدالة f قيمتين حديتين مختلفتين.

تمرين رقم 14

انجز جدول تغيرات الدالة f على المجال D في كل حالة من الحالات التالية:

- $D = [0;5]$ ، $f(x) = |x^2 - 2x|$
- $D = [0;2]$ ، $f(x) = |x^4 - 8x|$
-

تمرين رقم 15

ادرس اتجاه تغير الدالة f المعرفة على المجال D ثم انجز جدول تغيرات الدالة $g : x \mapsto |f(x)|$ ، في كل حالة من الحالات التالية :

- $D = [-3;5]$ ، $f(x) = (x^2 - 4)(x+1)$
- $D = [-4;2]$ ، $f(x) = (-x^2 + 1)(x+2)$
- $D = [-2;2]$ ، $f(x) = (x^2 + 3)(x+1)$

تمرين رقم 16

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

1) ادرس تغيرات الدالة f.

2) عين مجالات من $\mathbb{R}$ تقبل فيها f قيمة حدية محلية يطلب تعيينها.

السنة الثانية ثانوي

مسائل

تمرين رقم 17

1. ادرس اتجاه تغير الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f : x \mapsto \frac{4x^2-1}{x^2+1}$$

2. احسب $f(x)-4$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(x)$ من اجل كل عد حقيقي x.

تمرين رقم 18

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x)=\frac{3x+4}{1+x^2}$
نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) احسب $f'(x)$ و ادرس اشارتها.
2) عين جدول تغيرات الدالة f من اجل $x \in [-5;5]$
3) عين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الاحداثيات ثم ارسم المنحني (C_f) من اجل $[-5;5]$.

تمرين رقم 19

نعتبر الدالة f المعرفة على $[-3;3]$ كمايلي :

$$f(x)=x^3-3x+2$$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O\vec{i};\vec{j})$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
2) بين ان الدالة f تقبل قيمتين حديتين محليتين يطلب تعيينهما.
3) اكتب معادلة المماس للمستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عندالنقطة A التي فاصلتها 0.
4) برهن ان النقطة A مركز تناظر للمنحنى (C_f)
5) مستعينا بالنتائج السابقة ارسم (Δ) ثم المنحنى (C_f).

تمرين رقم 20

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=x^3-3x^2+3x-1$$

(C_f) رسمها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) لماذا (C_f) يقبل مماسا عند كل نقطة؟
2) • حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x)=0$
• فسر بيانيا النتيجة السابقة.
3) عين نقط (C_f) التي يكون فيها معامل توجيهه المماس يساوي 3.
4) ليكن (D) مستقيم معادلته $y=cx+d$
هل يوجد نقاط من (C_f) يكون فيها المماس موازيا لـ (D) (ناقش حسب قيم c)

تمرين رقم 21

لتكن الدالة كثير حدود للمتغير x معرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$P(x)=x^3-3x^2+3x-3$$

1) برهن ان الدالة P متزايدة على $\mathbb{R}$.
2) استنتج من اجل كل x من المجال $]2;2.2[$ لدينا:

$$P(x)<-0.2$$

3) لتكن الدالة f المعرفة على $]2;5[$ بـ :

$$f(x)=\frac{x^3-3x^2+3x-3}{(x-2)^2}$$

4) استنتج من السؤال السابق انه من اجل كل x من $]2;2.2[$ لدينا $f(x)<-\frac{0.2}{(x-2)^2}$
5) استنتج عدد $a>0$ حيث من اجل كل x من $]2;2+a[$ لدينا $f(x)<-5$
6) ليكن M عدد حقيقي موجب تماما، هل يوجد $b>0$ حيث من اجل $x \in]2;2+b[$: $f(x)<-M$
7) عين الدالة المشتقة للدالة f على $]2;5[$ و ادرس اتجاه التغير للدالة f.

تمرين رقم 22

f الدالة العددية المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^2+2x-1$
نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المعلم المتعامد و االمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا:
$f(x)=(x+1)^2-2$
2) بين انه يمكن الحصول على المنحنى (C_f) باستعمال المنحني (P) الممثل للدالة مربع بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ثم ارسم المنحني (C_f).
3) (ا) ليكن h عدد حقيقي غير معدوم، احسب بدلالة h النسبة $\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}$
(ب) هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند القيمة -2 ؟ ثم عين $f'(-2)$
(ج) اكتب معادلة ديكارتية للماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة -2 ثم ارسم (T).

السنة الثانية ثانوي