

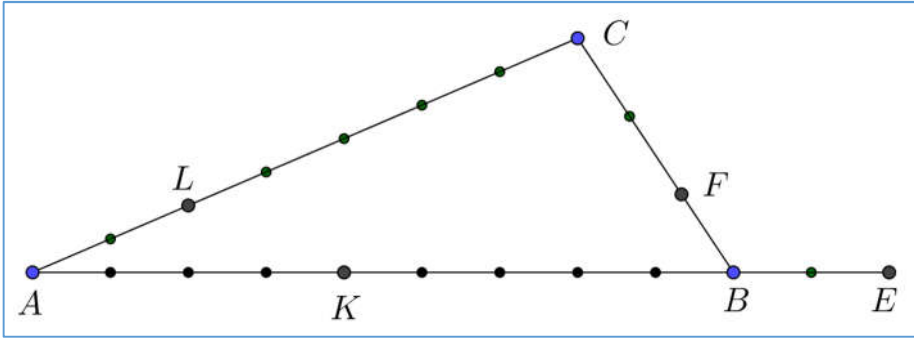
## نص الفرض

التمرين الأول:

إليك الشكل المقابل

(5) أكمل الفراغات بأعداد

مناسبة:

(أ) مرّح  $B$  الجملة المثقولة:  $\{(A; \dots); (E; \dots)\}$ (ب) مرّح  $E$  الجملة المثقولة:  $\{(A; \dots); (B; \dots)\}$ (6) (أ) عبّر عن  $K$  كمرّح ل  $A$  و  $B$ .(ب) عبّر عن  $L$  كمرّح ل  $A$  و  $C$ .(ج) عبّر عن  $F$  كمرّح ل  $B$  و  $C$ .(7) أثبت أن المستقيمات  $(AF)$ ،  $(BL)$ ، و  $(CK)$  متقاطعة في نقطة وحيدة نسميها  $G$ .(8) عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي في كل حالة مما يلي

(أ)  $\|5\overrightarrow{AM} + 4\overrightarrow{BM}\| = 3 \times \|2\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM}\|$

(ب)  $\|5\overrightarrow{AM} + 4\overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{CM}\| = 9 \times AK$

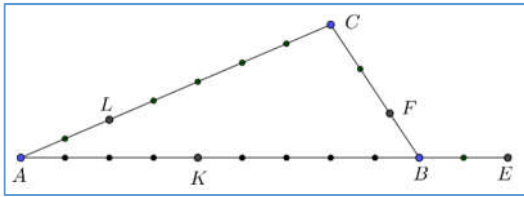
(ج)  $\overrightarrow{CM} = \alpha (\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BM})$ ، حيث  $\alpha$  عدد حقيقي.

## التمرين الثاني:

الدالة  $f$  معرفة على  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{3x-7}{x-2}$  و  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم.

(4) أثبت أنه من أجل  $x \neq 2$ ،  $f(x) = 3 - \frac{1}{x-2}$

(5) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند كل طرف من أطراف المجموعة  $D_f$ ، وفسر النتائج بيانياً.(6) عين إحداثيي نقطة تقاطع  $(C)$  ومحور الترتيب، وإحداثيي نقطة تقاطع  $(C)$  ومحور الفواصل.



التمرين الأول: (06.5 نقطة)

إليك الشكل المقابل

(1) أكمل الفراغات بأعداد مناسبة:

أ)  $B$  مرّح الجملة المثقلة:  $\{(A; \dots); (E; \dots)\}$  ..... 0.5 نحل: نكتب  $\overline{AK}$  على الشكل  $\overline{AB} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overline{AE}$  ومن الرسم نجد:  $\overline{AB} = \frac{9}{11} \overline{AE}$  إذن:

$$\{(A; 2); (E; 9)\} \text{ وينتج } B \text{ مرّح الجملة المثقلة: } \begin{cases} \beta = 9 \\ \alpha + \beta = 11 \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} \beta = 9 \\ \alpha = 2 \end{cases}$$

ب)  $E$  مرّح الجملة المثقلة:  $\{(A; \dots); (B; \dots)\}$  ..... 0.5 نحل: نكتب  $\overline{AE}$  على الشكل  $\overline{AE} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overline{AB}$  ومن الرسم نجد:  $\overline{AE} = \frac{11}{9} \overline{AB}$  إذن:

$$\{(A; -2); (B; 11)\} \text{ وينتج } E \text{ مرّح الجملة المثقلة: } \begin{cases} \beta = 11 \\ \alpha + \beta = 9 \end{cases} \text{ ومنه: } \begin{cases} \beta = 11 \\ \alpha = -2 \end{cases}$$

(2) أ) عبّر عن  $K$  كمرّح ل  $A$  و  $B$ .

حل: ..... 0.5 ن

$$\{(A; 5); (B; 4)\} \text{ ينتج } K \text{ مرّح الجملة المثقلة: } \overline{AK} = \frac{4}{9} \overline{AB}$$

ب) عبّر عن  $L$  كمرّح ل  $A$  و  $C$ .

حل: ..... 0.5 ن

$$\{(A; 5); (C; 2)\} \text{ ينتج } L \text{ مرّح الجملة المثقلة: } \overline{AL} = \frac{2}{7} \overline{AC}$$

ج) عبّر عن  $F$  كمرّح ل  $B$  و  $C$ .

حل: ..... 0.5 ن

$$\{(B; 4); (C; 4)\} \text{ أو } \{(B; 2); (C; 1)\} \text{ ينتج } F \text{ مرّح الجملة المثقلة: } \overline{BF} = \frac{1}{3} \overline{BC}$$

(3) أثبت أن المستقيمات  $(AF)$ ،  $(BL)$ ، و  $(CK)$  متقاطعة في نقطة وحيدة نسميها  $G$ .

حل: ..... 2 = 4 × 0.5 ن

✓ لتكن  $G$  مرّح الجملة المثقلة  $\{(A; 5); (B; 4); (C; 2)\}$  حيث  $5 + 4 + 2 = 11 \neq 0$

✓ ثبت بثلاث طرائق مختلفة، باستعمال طريقة التجميع، أنّ النقطة  $G$  تنتمي إلى كل من المستقيمات  $(AF)$ ،  $(BL)$ ، و  $(CK)$ ، كما هو مبين في الجدول التالي:

اثبات أن $G$ تنتمي إلى $(BL)$	اثبات أن $G$ تنتمي إلى $(AF)$	اثبات أن $G$ تنتمي إلى $(CK)$
$G$ مرّح $\{(A; 5); (B; 4); (C; 2)\}$ $L$ مرّح $\{(A; 5); (C; 2)\}$ ومنه: $G$ مرّح $\{(B; 4); (L; 7)\}$ إذن: $G \in (BL) \dots (3)$	$G$ مرّح $\{(A; 5); (B; 4); (C; 2)\}$ $F$ مرّح $\{(B; 4); (C; 2)\}$ ومنه: $G$ مرّح $\{(A; 5); (F; 6)\}$ إذن: $G \in (AF) \dots (12)$	$G$ مرّح $\{(A; 5); (B; 4); (C; 2)\}$ $K$ مرّح $\{(A; 5); (B; 4)\}$ ومنه: $G$ مرّح $\{(K; 9); (C; 2)\}$ إذن: $G \in (CK) \dots (1)$

من (1)، (2) و (3) نجد: أنّ  $G$  هي نقطة تقاطع المستقيمات  $(AF)$ ،  $(BL)$ ، و  $(CK)$ .

(4) عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي في كل حالة مما يلي:

$$\text{أ) } \|5\overline{AM} + 4\overline{BM}\| = 3 \times \|2\overline{BM} + \overline{CM}\|$$

حل: ..... 0.75 ن

لدينا  $K$  مرّح الجملة المثقلة:  $\{(A; 5); (B; 4)\}$  و  $F$  مرّح الجملة المثقلة:  $\{(B; 2); (C; 1)\}$   
ينتج:  $\|5\overline{AM} + 4\overline{BM}\| = 3 \times \|2\overline{BM} + \overline{CM}\|$  يكافئ:  $\|9\overline{KM}\| = 3 \times \|3\overline{FM}\|$

$$\text{ويكافئ: } \|9\overline{KM}\| = 9\|3\overline{FM}\| \text{ ويكافئ: } KM = FM$$

ويكافئ: مجموعة النقط  $M$  هي محور القطعة المستقيمة  $[FK]$ .

$$\text{ب) } \|5\overline{AM} + 4\overline{BM} + 2\overline{CM}\| = 9 \times AK$$

حل: ..... 0.75 ن

لدينا  $G$  مرّح الجملة المثقلة:  $\{(A; 5); (B; 4); (C; 2)\}$   
ينتج:  $\|5\overline{AM} + 4\overline{BM} + 2\overline{CM}\| = 9 \times AK$  يكافئ:  $\|11\overline{GM}\| = 9 \times AK$  ويكافئ:

$$GM = \frac{9}{11} AK \text{ ويكافئ: مجموعة النقط } M \text{ هي الدائرة التي مركزها } G \text{ ونصف قطرها } \frac{9}{11} AK.$$

$$\text{ج) } \overline{CM} = \alpha (\overline{AM} - \overline{BM}) \text{، حيث } \alpha \text{ عدد حقيقي.}$$

حل: ..... 0.5 ن

لدينا  $\overline{AM} - \overline{BM}$  شعاع ثابت (لأنّ  $1 - 1 = 0$ ) وهو الشعاع  $\overline{AB}$ .

$$\text{ينتج } \overline{CM} = \alpha (\overline{AM} - \overline{BM}) \text{ يكافئ } \overline{CM} = \alpha \times \overline{AB}$$

ويكافئ: مجموعة النقط  $M$  هي المستقيم الذي يشمل النقطة  $C$  ويوازي المستقيم  $(AB)$ .

التمرين الثاني: (03.5 نقطة)

الدالة  $f$  معرفة على  $]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  ،  $D_f = ]-\infty; 2[ \cup ]2; +\infty[$  ،  $f(x) = \frac{3x-7}{x-2}$  ،  $f(x) = \frac{3x-7}{x-2}$  وتمثيلها البياني في معلم.

$$(1) \text{ أثبت أنه من أجل } x \neq 2, f(x) = 3 - \frac{1}{x-2}$$

حل: ..... 0.5 ن

$$\text{من العبارة } f(x) = 3 - \frac{1}{x-2} \text{ وبعد توحيد المقامات نجد: } f(x) = \frac{3x-7}{x-2}$$

(2) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند كل طرف من أطراف المجموعة  $D_f$  ، وفسر النتائج بيانياً.

حل: ..... 2.5 ن

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 3 - \frac{1}{x-2} = 3 - 0 = 3 \text{ ، و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \frac{1}{x-2} = 3 - 0 = 3$$

✓ التفسير: المنحنى  $(C)$  يقبل مستقيماً مقارباً موازياً لمحور الفواصل معادلته  $y = 3$  عند  $+\infty$  و  $-\infty$

$$\text{، } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} 3 - \frac{1}{x-2} = 3 - \frac{1}{0^-} = +\infty$$

$$\text{و } \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 3 - \frac{1}{x-2} = 3 - \frac{1}{0^+} = -\infty$$

✓ التفسير: المنحنى  $(C)$  يقبل مستقيماً مقارباً موازياً لمحور الترتيب معادلته  $x = 2$

(3) عين إحداثي نقطة تقاطع  $(C)$  ومحور الترتيب، وإحداثي نقطة تقاطع  $(C)$  ومحور الفواصل.

حل: ..... 2.0.25 ن

✓ إحداثي نقطة تقاطع  $(C)$  ومحور الترتيب ذي المعادلة  $x = 0$  ، نعوض عن  $x$  في العبارة  $f(x)$  فنجد:

$$f(0) = \frac{7}{2} \text{ إذن: النقطة هي } \left(0; \frac{7}{2}\right)$$

✓ إحداثي نقطة تقاطع  $(C)$  ومحور الفواصل ذي المعادلة  $y = 0$  ، نحل المعادلة  $f(x) = 0$  فنجد:

$$3x - 7 = 0 \text{ وتكافئ } x = \frac{7}{3} \text{ إذن: النقطة هي } \left(\frac{7}{3}; 0\right)$$

انتهى.