مذكرة تقنية رقم: 01

التاريخ : 2018/10/28
القسم: 2تر+2عت3

المحور: الاحتمالات

الموضوع: تذكير بمحاكاة تجربة عشوائية

المدة: ساعتان
الأستاذ: علي قير

الكفاءات المستهدفة : محاكاة تجربة عشوائية بسيطة – إبراز مفهوم ميل التواترات نحو الاستقرار من خلال أمثلة متنوعة

<table>
<tr><th>الوضعية</th><th>سير الدرس</th><th>المدة</th><th>ملاحظات</th></tr>
<tr><td>التشخيص والاكتشاف</td><td>
<h2>نشاط</h2>
نريد تقدير النسبة المئوية x للذكور والنسبة المئوية y للإناث الخاصة بمواليد سنة 2017 في ولاية المدية ، نختار لأجل ذلك 60 عائلة (نفترض أن ولادة أنثى لها نفس حظوظ ولادة ذكر) .
لتقدير x و y نقترح استخدام قطعة نقدية غير مزيفة (مصنوعة بطريقة لا ترجح ظهور وجه على حساب آخر) وذلك برميها .
نصطلح على أن الوجه F للقطعة يمثل "أنثى " والظهر P للقطعة يمثل "ذكر".
1) ما هي قيم x و y التي تتوقعها
2) أنجز تجربة رمي القطعة 20 مرة وسجل تكراري F و P ، ثم أحسب تواتري كل منهما .
3) اجمع نتائج 05 تلاميذ ثم 10 تلاميذ ثم 27 تلميذا (تقني ر) وأتمم الجدول التالي (يعطى كل تواتر بنسبة مئوية)
<table>
<tr><td>تلميذ معين</td><td>5 تلاميذ</td><td>10 تلاميذ</td><td>27 تلميذا</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>الوجه F</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>الظهر P</td></tr>
</table>
4) قارن هذه النتائج بما توقعنه في السؤال (1) ، ما ذا تلاحظ ؟
</td><td>45 د</td><td></td></tr>
<tr><td>البناء
و
الترسيخ</td><td>
<h2>مفهـــــــوم التجربة العشوائية</h2>
هي كل تجربة لا يمكن توقع نتائجها رغم معرفة مجموعة النتائج الممكنة لها .
<h2>مفهـــــــوم المحاكاة</h2>
هي اختيار نموذج للتجربة العشوائية له نفس خواص الظاهرة المدروسة ثم نلاحظ تواترات ظهور مختلف النتائج الممكنة .
<h2>أمثلة حول المحاكاة</h2>
<h3>مثال 01</h3>
الأحوال الجوية في اليوم هي : طقس مشمس ، طقس ممطر وطقس غائم ، نريد التنبؤ بحالة الطقس في يوم معين ، نحاكي هذه التجربة بالسحب من كيس غير شفاف لثلاث كريات مختلفة اللون . حيث يمثل اللون الأصفر طقس مشمس ، واللون الأزرق طقس ممطر ، بينما يمثل اللون الأسود طقس غائم.
<h3>مثال 02</h3>
06 عدائين نريد التنبؤ بوصولهم لخط النهاية ، نحاكي هذه التجربة برمي زهرة نرد غير مزيفة حيث يمثل كل وجه من الزهرة عداء معين .
<h3>مثال 03</h3>
لاعبي شطرنج ، نريد التنبؤ بالرابح منهما ، نحاكي هذه التجربة برمي قطعة نقدية متوازنة حيث يمثل الوجه فوز أحد اللاعبين والظهر فوز اللاعب الآخر .
</td><td>10 د</td><td></td></tr>
</table>

تعريف التواتر

هو حاصل قسمة تكرار طبع (قيمة) على مجموع التكرارات للقيم ونرمز له بالرمز f_i

$f_i = \frac{n_i}{N}$ حيث n_i : تكرار الطبع و $N = \sum_{i=1}^{i=p} n_i$ ، عدد القيم هو p

مبرهنة

نعتبر تجربة عشوائية ما حيث f_i *تمثل* تواترات نتائجها وبالتالي $\sum_{i=1}^{i=p} f_i = 1$

البرهان : لدينا $f_i = \frac{n_i}{N}$ وبالتالي : $\sum_{i=1}^{i=p} f_i = \sum_{i=1}^{i=p} \frac{n_i}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=p} n_i = \frac{N}{N} = 1$

نتيجة

من خلال التجارب السابقة أن تواترات النتائج تميل نحو الاستقرار

التقويم

تمرين تطبيقي

أنجز03 تجارب محاكاة مختلفة للتجربة العشوائية التالية باستعمال الوسائل التالية

- زهرة ند غير مزيف
- قطعة نقدية متجانسة
- كيس غير شفاف به كريات ملونة .

ثم كررها 10 مرات وأعط تواتراتها ، التجربة العشوائية هي نجاح تلميذ ما في قسم معين من عدمه .

مذكرة تقنية رقم: 02

التاريخ : 2018/10/29 القسم: 2تر+2عت3	المحور: **الاحتمالات** الموضوع: **قانون الاحتمال**	المدة: ساعة الأستاذ: علي قير

الكفاءات المستهدفة : استمثال التواترات (التمييز بين التواتر التجريبي والتواتر النظري كمدخل لاحتمال

الوضعية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
التشخيص والاكتشاف	**نشاط** عند رمي قطعة نقدية متوازنة عدد كبير من المرات ، تميل تواترات النتائج نحو العدد0.5 أي نحو العدد $\frac{1}{2}$ فنقول أن احتمال ظهور أحد الأوجه (الوجهF أو الظهرP يساوي $\frac{1}{2}$ ونكتب $p(F) = p(P) = \frac{1}{2}$	10 د	
البناء و الترسيخ	**قانون الاحتمال:** **تعريف:** 1. قانون احتمال P لتجربة عشوائية هو إرفاق كل مخرج X_i (إمكانية) بعدد موجب P_i مع $i \in \{1,2,.....n\}$ بحيث: $P_1 + P_2 + ...P_n = 1$ 2. نمذجة تجربة عشوائية يعني إرفاقها لمجموعة إمكانيات Ω و قانون احتمال P على Ω يسمى العدد P_i احتمال تحقق المخرج (الإمكانية) X_i **ملاحظة(1):** بما أن كل عدد P_i موجب أصغر من المجموع 1 فان: $0 \le P_i \le 1$ من اجل كل عدد i من $\{1,2,.....n\}$ **مثال** عند رمي زهرة نرد غير مزيف نعرف قانون الاحتمال كما في الجدول x_i: 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 p_i: $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$	25د	
التقويم	**تطبيق1** عند رمي زهرة نرد مزيفة يكون احتمال ظهور عدد زوجي ضعف احتمال ظهور عدد فردي حيث يكون $p(2) = p(4) = p(6)$ و $p(1) = p(3) = p(5)$ **المطلوب** تعيين قانون احتمال هذه التجربة **تطبيق 2** إليك قانون احتمال تجربة عشوائية ما x_i: 3 | 1 | -2 p_i: a | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{4}$ عين قيمة العدد الحقيقيa	25د	

مذكرة تقنية رقم: 03

التاريخ : 2018/11/04 القسم: 2تر+2عت3	المحور: **الاحتمالات** الموضوع: **قانون الاحتمال**	المدة: ساعة الأستاذ: علي قير

الكفاءات المستهدفة : حساب الأمل الرياضياتي ، الإنحراف المعياري (و التباين) لقانون الاحتمال

الوضعية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
التشخيص والاكتشاف	**نشاط** نعتبر السلسلة الإحصائية المعرفة بالجدول التالي x_i: 16, 12, 10, 8 n_i: 3, 6, 7, 5 f_i: 1. أكمل الجدول 2. أحسب الوسط الحسابي $\bar{x}$، التباين $v(x)$ والانحراف المعياري $\sqrt{v(x)}$ للسلسلة الإحصائية السابقة (حاول أن تستعمل التواترات f_i	20 د	
البناء و الترسيخ	**الأمل الرياضياتي ، التباين والانحراف المعياري:** **تعريف:** لتكن Ω مجموعة النتائج الممكنة لتجربة عشوائية حيث: $\Omega=\{e_1,e_2,e_3.....,e_n\}$ و ليكن P احتمال على Ω. نرمز بـ P_i لاحتمال المخرج e_i أي: $P_i=e_i$ 1) **الأمل الرياضياتي** لقانون الاحتمال P هو العدد E حيث: $E=\sum_{i=1}^{n} e_i P_i$ 2) **التباين** لقانون الاحتمال P هو العدد V حيث: $V=\sum_{i=1}^{n}(e_i-E)^2 P_i$ 3) **الانحراف المعياري** لقانون الاحتمال P هو العدد S حيث: $S=\sqrt{V}$ **ملاحظة(1):** يمكن كتابة التباين على الشكل: $V=\sum_{i=1}^{n} {e_i}^2 P_i - E^2$ **ملاحظة(2):** في الإحصاء يمثل الأمل الرياضي الوسط الحسابي لسلسلة إحصائية إذا اعتبرنا قيم الطبع هي عناصر Ω و التواترات النظرية هي القيم P_i	15د	
التقويم	**تطبيق1** عند رمي زهرة نرد ذات أربع وجوه مزيفة بحيث $p(2)=\frac{1}{6}$ و $p(1)=p(3)=\frac{1}{3}$ 1. أحسب $p(4)$ 2. أحسب الأمل الرياضياتي E، التباين V وكذا الانحراف المعياري S	25د	

مذكرة تقنية رقم:04

التاريخ : 2018/11/07
القسم: 2تر+2عت3

المحور: الاحتمالات

الموضوع: وصف تجربة عشوائية

المدة: ساعة
الأستاذ: علي قير

الكفاءات المستهدفة:تعيين مجموعة النتائج الممكنة وإرفاق كل نتيجة بعدد حقيقي P_i : $P_i \geq 0$ و $P_1 + P_2 + \ldots\ldots\ldots P_n = 1$

الوضعية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
التشخيص والاكتشاف	**نشاط** يحتوي كيس 15 كرية مرقمة من 1 إلى 15 . نسحب عشوائيا كرية واحدة و نسجل رقمها 1) عين مجموعة الإمكانيات الشاملة Ω 2) عين الحادثة A " الحصول على رقم مضاعف للعدد 5 " 3) عين الحادثة B " الحصول على رقم مضاعف للعدد 3 " 4) عين الحوادث: $A \cap B$ و $\overline{A}$ و $\overline{B}$ ثم استنتج الحادثتين: $\overline{B} \cap \overline{A}$ و $\overline{A \cap B}$ حيث $\overline{A}$ و $\overline{B}$ و $\overline{A} \cap \overline{B}$ هي الحوادث العكسية للحوادث: A و B و $A \cap B$ على الترتيب حيث $\overline{A}$ يرمز إلى متممة المجموعة A بالنسبة إلى المجموعة الكلية Ω	20 د	
البناء و الترسيخ	**تذكير** نسمي **تجربة عشوائية** كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة مجموعة النتائج الممكنة **مصطلحات و تعاريف:** في تجربة عشوائية **مجموعة النتائج الممكنة** تسمى **مجموعة الإمكانيات** و يرمز لها بالرمز Ω الحادثة: Ω مجموعة الإمكانيات لتجربة عشوائية . 1.نسمي **حادثة** A كل جزء A من Ω 2.إذا احتوت المجموعة الجزئية A على عنصر وحيد فإنها تسمى **حادثة أولية** 3.تسمى Ω **حادثة أكيدة** و يسمى الجزء الخالي ϕ **الحادثة المستحيلة** 4.إذا **كانت** A حادثة ما فان المجموعة التي يرمز لها $\overline{A}$ و التي تحوي كل عناصر Ω ماعدا عناصر A تسمى **الحادثة العكسية** لـ A 5.**لتكن** A و B **حادثتين :** أ- نرمز بـ $A \cap B$ للحادثة" A و B " **و هي العناصر المشتركة بين** A و B ب- إذا كان $A \cap B = \phi$ نقول إن الحادثتين A و B **غير متلائمتين** **ت-** نرمز بـ $A \cup B$ للحادثة" A و B " **و هي التي تحوي عناصر** A **و عناصر** B **مثال:** رمي زهرة نرد **ملاحظة** احتمال الحادثة A يرمز له بالرمز $P(A)$ و يساوي مجموع احتمالات الحوادث الأولية للحادثة A (أي يساوي مجموع احتمالات المخارج التي تنتمي إلى A)	25د	
التقويم	**تطبيق** عند رمي زهرة نرد مزيفة يكون احتمال ظهور عدد زوجي ضعف احتمال ظهور عدد فردي حيث يكون $p(1) = p(3) = p(5)$ و $(2) = p(4) = p(6)$ **المطلوب** 1- تعيين قانون احتمال هذه التجربة 2- أحسب احتمال ظهور عدد زوجي ثم احتمال ظهور عدد فردي بطريقتين	15 د	

مذكرة تقنية رقم: 05

التاريخ : 2018/11/11
القسم: 2تر+2عت3

المحور: الاحتمالات

الموضوع: قانون الاحتمال

المدة: ساعة
الأستاذ: علي قير

الكفاءات المستهدفة:حساب احتمال حادثة بسيطة

الوضعية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
التشخيص والاكتشاف	**نشاط** نعتبر تجربة سحب رقم من علبة تحتوي على الأرقام 1،2،3 ،4،5،6 ونسجل الرقم المسحوب I. ولتكن الحوادث A. حادثة ظهور رقم أكبر من 3 B. حادثة ظهور رقم أصغر من 6 C. حادثة ظهور رقم زوجي 1) عين عدد عناصر المجموعة Ω 2) عين الحوادث التالية وحدد عناصر كل منها : A ، B و C 3) عين مجموعات الحوادث التالية : A∪BC A∪C A∩B∩C A∩C ، A A∩B B 4) عين مجموعات الحوادث التالية : $\bar{A}$ $\bar{B}$ $\bar{A}\cup\bar{B}$ $\bar{A}\cap\bar{B}$ II. أحسب نسبة عدد عناصر كل مجموعة من المجموعات المعرفة أعلاه على عدد عناصر Ω	20 د	
البناء و الترسيخ	**احتمال حادثة** Ω مجموعة الإمكانيات لتجربة عشوائية ، نرمز لعدد عناصرها بالرمز Card(Ω) و A حادثة من Ω نرمز لعدد عناصرها Card(A) ، احتمال حصول الحادثة A هو العدد الحقيقي $P(A)$ حيث : $\mathbf{P(A)=\frac{Card(A)}{Card(\Omega)}}$ **ملاحظة** من التعريف نلاحظ أن $\mathbf{P(\Omega)=1}$ **احتمال حادثتين غير متلائمتين** نقول أن A و B حادثان غير متلائمين ($A\cap B=\phi$) إذا وفقط إذا كان $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ **خواص** 1- من أجل كل حادثة A من Ω يكون : $\mathbf{P(A)\leq 1}$ 2- A و B حادثان حيث $A\subset B$ إذن $P(A)\leq P(B)$ 3- احتمال الحادثة المستحيلة معدوم أي $\mathbf{P(\phi)=0}$ 4- A و B حادثان لدينا : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ 5- A حادثة من Ω و $\bar{A}$ حادثتها المعاكسة ، لدينا $P(\bar{A})=1-P(A)$ 6-	25د	
التقويم	تمرين رقم 11 صفحة 390 تمرين رقم 12 صفحة 390 تمرين رقم 25 صفحة 391	15 د	

مذكرة تقنية رقم: 06

التاريخ : 2018/11/11

القسم: 2تر+2عت3

المحور: الاحتمالات

الموضوع: قانون الاحتمال

المدة: ساعة

الأستاذ: علي قير

الكفاءات المستهدفة:حساب احتمال حادثة بسيطة (تابع) - استعمال شجرة الامكانيات

الوضعية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
التشخيص والاكتشاف	**نشاط** 1. من كيس به 6كرات (4بيضاء و 2 سوداء) نسحب كرة منه ونسجل لونها ونعيدها إلى الكيس ثم نسحب مرة أخرى كرة ونسجل لونها. أرسم مخططا يوضح العملية مبرزا عدد الحالات الممكنة 2. في هذه الحالة نسحب كرة ونسجل لونها دون إعادتها للكيس نسحب كرة ثانية ونسجل لونها أرسم مخططا يوضح العملية في هذه الحالة مبرزا عدد الحالات الممكنة	20 د	
البناء و الترسيخ	**شجرة الإمكانيات** عندما نفهم من المعطيات أن هناك عدة تفرعات يستحسن تكوين الشجرة المناسبة لها (شجرة الإمكانيات) الغصن الابتدائي الأول يمثل حادثة A والغصن الابتدائي الثاني يمثل الحادثة $\bar{A}$ - الغصن المنطلق من العقدة A نحو C أو $\bar{C}$ يسمى غصن ثانوي - وأيضا من العقدة $\bar{A}$ نرسم غصنين أحدهما نحو C والآخر $\bar{C}$ وهكذا نكرر العملية • بوضع فوق كل غصن عدد الحالات الممكنة نسمي هذه الشجرة شجرة الإمكانيات .	10د	
التقويم	**تطبيق** علبة تحتوي على 10 كرات مرقمة كما يلي : 1-1-1-1-2-2-2-1-1-1 لا نفرق بينها عند اللمس 1- نسحب على التوالي 02 كرتان وذلك بإرجاع الكرة الأولى قبل سحب الثانية • شكل شجرة الإمكانيات 2- نسحب الآن 02كرتان على التوالي وذلك دون إرجاع • شكل شجرة الإمكانيات	25 د	

مذكرة تقنية رقم: 07

المحور: الاحتمالات

الموضوع: الاحتمالات المتساوية

التاريخ : 2018/11/11

القسم: 2تر+2عت3

المدة: ساعة + ساعة

الأستاذ: علي قير

الكفاءات المستهدفة:حساب حادثة بسيطة وحادثة مركبة

الوضعية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
التشخيص والاكتشاف	**نشاط** كيس به 5 كرات لانفرق بينها باللمس منها 3 كرات بيضاءB و 2 كرتان سوداوان N نسحب بصفة عشوائية من هذا الكيس كرة . ما هي مجموعة الإمكانيات ؟ • الجواب $\Omega = \{BN\}$ أو $\Omega = \{B_1B_2B_3N_1N_2\}$ •	10 د	
البناء و الترسيخ	**الاحتمالات المتساوية** **تعريف:** نقول عن تجربة أنها متساوية الاحتمال عندما يكون لكل الحوادث الأولية نفس الاحتمال و نقول عندئذ أن قانون الاحتمال متساوي التوزيع. **ملاحظة:** التعابير التالية تدل على أن التجربة عند وصفها متساوية الاحتمال: زهرة نرد غير مزيفة – قطعة نقود متوازنة – كريات لا نفرق بينها عند اللمس **نتيجة :** في حالة تساوي الاحتمال كل مخرج X_i له احتمال P_i حيث $P_i = \frac{1}{n}$ حيث n عدد عناصر Ω إذا كانت A حادثة تحوي m عنصرا تكون احتمالها $P(A)$ حيث: $P(A) = m \times \frac{1}{n}$ أي أن: $P(A) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } \Omega}$ **تطبيق** **تمارين 18 – 19 من الصفحة 390**	25د	
التقويم	**تطبيق1** نرمي قطعة نقود متوازنة ثلاث مرات متتالية . نعتبر الحادثة A " الحصول على ظهرين و وجه " (في أي ترتيب كان) و نرمز للظهر بـ P و للوجه F 1) أنشئ مخططا يوضح كل الحالات (شجرة الإمكانيات) 2) استنتج احتمال الحادثة A **تطبيق2: 30 صفحة 391** **تطبيق3: يحتوي كيس على 6 كرات لا نفرق بينها باللمس منها 3حمراء و2بيضاء و1خضراء** • نسحب بصفة عشوائية على التوالي كرتان دون إرجاع 1. شكل شجرة الإمكانيات 2. أحسب احتمالات الحوادث التالية : A. الحصول على كرتين من نفس اللون B. الحصول على كرة حمراء واحدة على الأقل C. الحصول على كرتين مختلفين في اللون (بطريقتين)	20 د 20 د 30 د	

مذكرة تقنية رقم: 08

المحور: الاحتمالات

الموضوع: المتغير العشوائي

التاريخ : 2018/11/11

القسم: 2تر+2عت3

المدة: ساعة + ساعة

الأستاذ: علي قير

الكفاءات المستهدفة:تعيين قانون الاحتمال لمتغير عشوائي

الوضعية	سير الدرس	المدة	ملاحظات
التشخيص والاكتشاف	**نشاط** نعتبر كثير الحدود $P(x)$ حيث $P(x) = x^6 - 14x^4 + 49x^2 - 36$ I. حل في $\mathbb{R}$، المعادلة $P(x) = 0$ II. نرمي زهرة نرد غير مزيف وجوهها هي حلول المعادلة السابقة مرتين متتاليتين ونهتم بالوجه العلوي في كل مرة 1. شكل شجرة الإمكانيات الخاصة بهذه التجربة 2. ما احتمال الحصول على رقمين متعاكسين ؟ 3. ما احتمال الحصول على رقمين مجموعهما أكبر من أو يساوي 4؟ 4. ما احتمال الحصول على رقمين مجموعهما أصغر من 4؟ 5. أكمل الجدول التالي ثم أحسب $\sum_{i=1}^{4} X_i$ X_i | $\|x\| < 2$ | $2 \leq \|x\| < 4$ | $4 \leq \|x\| < 6$ | $\|x\| \geq 6$ $P(X_i)$ | | | |	25 د	
البناء و الترسيخ	**المتغير العشوائي** **المتغير العشوائي** **مثال تمهيدي:** **تعريف:** Ω مجموعة المخارج لتجربة عشوائية . نسمي متغيرا عشوائيا X كل دالة عددية معرفة على Ω **قانون الاحتمال لمتغير عشوائي:** **تعريف:** قانون احتمال لمتغير عشوائي X هو الدالة المعرفة على I (مجموعة قيم X) و التي ترفق بكل قيمة x_i من I العدد $p(X = x_i)$ مثال عند رمي زهرة نرد غير مزيف . عند ظهور الرقم 1 أو 2 نربح (10نقاط) وعند ظهور 3أو4 نخسر(10نقاط) وعند ظهور 5أو 6 لا نربح شيئا • ما هي قيم المتغير العشوائي في هذه التجربة • عين قانون احتماله **الأمل الرياضياتي و التباين و الانحراف المعياري لمتغير عشوائي** **تعريف:** 1) الأمل الرياضياتي للمتغير عشوائي X هو العدد $E(X)$ حيث: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P_i$ 2) التباين للمتغير عشوائي X هو العدد $V(X)$ حيث: $V(X) = \sum_{i=1}^{n} (x_i - E(X))^2 P_i$ 3) الانحراف المعياري للمتغير عشوائي X هو العدد $\sigma(X)$ حيث: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$	25د	

التقويم	تطبيق1 يحتوي كيس على 3 كريات بيضاء و 4 حمراء و 10 كريات سوداء لا نفرق بينها عند اللمس . نسحب عشوائيا كرية من الكيس فيربح الساحب دينارا واحدا اذا كانت الكرية سوداء و يربح 3 دنانير اذا كانت حمراء و 10 دنانير اذا كانت بيضاء . نعرف المتغير العشوائي X الذي يأخذ قيمة الربح المحتمل في اللعبة. 1) عين القيم الممكنة للمتغير X 2) أعط قانون الاحتمال للمتغير X 3) أحسب الأمل الرياضي للمتغير X أحسب الانحراف المعياري له	20 د	
	تطبيق2	20 د	
	تطبيق3	20 د	