مذكرة رقم:9

تحضير مذكرة تعليمية

السنة الدراسية	Yousfi Math	اعداد الاستاذ
2014/2013	Yousfisifou804@yahoo.fr	يوسفي عبد الرحمن

المحورالثاني عشر : التحاكي

المستوى : الثانية رياضيات

الموضوع : التحاكي Transformation

الكفاءة المستهدفة

- استعمال خواص التحاكي لإثبات استقامية نقط.
- توظيف التحويلات النقطية في حل مسائل هندسية.
- تعيين محل هندسي .
- حل مسائل حول الإنشاءات الهندسية.

المكتسبات القبلية

- التحويلات النقطية المدروسة سابقا

مخطط الدرس	التوقيت
نشاط :	
1: تعاريف وخواص التحويلات النقطية .	
2: التحاكي تعاريف وخواص	
3: صورة مستقيم .دائرة. مثلث بواسطة تحاكي	
4: خواص التحاكي	
5:توظيف تحويل نقطي في حل مسائل هندسية	
6:المحل الهندسي	

وثائق التحضير	الوسائل البيداغوجية	نقد ذاتي
• دليل الأستاذ • الكتاب المدرسي • المنهاج + التوزيع السنوي 2 ريا • الهباج في الرياضيات • الجديد في الرياضيات	• السبورة • جهاز داتاشو • مسطرة	

المؤسســــــة:		المستـــــــوى:	الثانية رياضيات
السنة الدراسية:	2014/2013	ميـــدان التعلم:	هندسة
التاريـــــــخ:		الوحدة التعلمية:	التحويلات النقطية التحاكي
توقيت الحصة :		موضوع الحصة :	تذكير بالتحويلات

الكفاءات القاعديـــــــة : التحويلات النقطية

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (ســـير الحصة)	التعليمات والتوجيهات
نشاط مقترح		

1/ التحويلات النقطية تعاريف:

1/1 التناظر المحوري

تعريف: (Δ) مستقيم ثابت، **التّناظر المحوري** بالنّسبة إلى المستقيم (Δ) هو التّحويل الذّي يرفق بكل نقطة M من المستوى النّقطة 'M حيث:

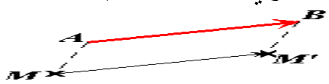
- إذا كانت M لا تنتمي إلى المستقيم (Δ) فإنّ (Δ) محور قطعة المستقيم [MM'].
- إذا كانت M تنتمي إلى المستقيم (Δ) فإنّ M' = M.

2/1 التناظر المركزي

تعريف: O نقطة ثابتة ، **التّناظر المركزي** بالنّسبة إلى النّقطة O هو التّحويل الذّي يرفق بكل نقطة M من المستوى النّقطة 'M حيث: O منتصف قطعة المستقيم [MM'].

3/1 الانسحاب

تعريف: v شعاع ثابت ، **الانسحاب** الذّي شعاعه v هو التّحويل الذّي يرفق بكل نقطة M من المستوى النّقطة 'M حيث: MM' = v

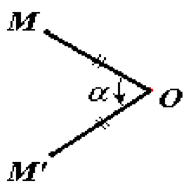


1/ 4 الدوران

تعريف: O نقطة ثابت من مستوي موجّه ، و α زاوية معلومة. **الدّوران** الذّي مركزه النّقطة O وزاويته α في الاتجاه المباشر هو التّحويل الذّي يرفق بكل نقطة M من المستوى النّقطة 'M حيث:

إذا كانت M = O فإنّ M' = O

إذا كانت M ≠ O فإنّ OM = O M' و $\widehat{MOM'} = \alpha$ والثلاثية (O , M , M') مباشرة



2/ خواص التحويلات

1/2 النقط الصامدة

تعريف: نقول عن نقطة إنّها صامدة بتحويل نقطي، إذا كانت منطبقة على صورتها بواسطة هذا

أمثلة:

التّناظر المحوري الذي محوره مستقيم (⍰) يقبل كلّ نقط هذا المستقيم نقطا صامدة.

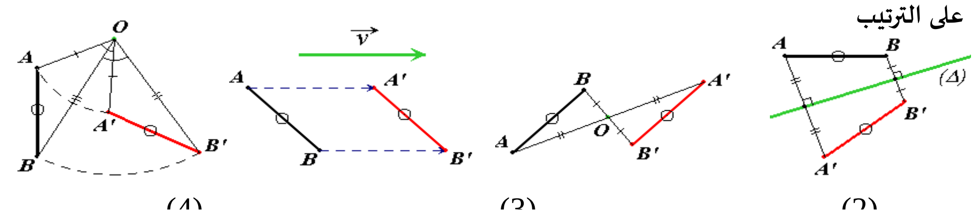
- التّناظر المركزي الذي مركزه نقطة A يقبل نقطة صامدة وحيدة هي A نفسها.
- الانسحاب الذي شعاعه غير معدوم لا يقبل نقط صامدة.
- الدّوران الذّي مركزه نّقطة O وزاويته ⍰ حيث($\alpha \neq 2k\pi$ و k عدد صحيح نسبي) يقبل نقطة صامدة وحيدة هي مركزه O.

2/2 حفظ المسافات (التقايس)

تعريف: كلّ من التّناظر المحوري، والتّناظر المركزي، والانسحاب، والدّوران يحافظ على المسافات.

يسمّي التّحويل الذّي يحافظ على المسافات تقايسا.

مثال: في الأشكال (1)،(2)،(3)،(4) [A'B'] صورة [AB] بتناظر محوري، بتناظر مركزي، بانسحاب، بدوران على الترتيب



لدينا في كلّ حالة ممّا سبق AB = A'B'

3/2 حفظ الاستقامية

مبرهنة

اذا كانت A ، B ، C ثلاث نقط في استقامية فإنّ صوّرها A' ، B' ، C' بتقايس تكون في استقامية.

نتيجة: صورة مستقيم بتقايس (تناظر محوري، تناظر مركزي، انسحاب، دوران) هو مستقيم.

4/2 حفظ اقياس الزوايا

مبرهنة

صورة زاوية بتقايس هي زاوية تقايسها.

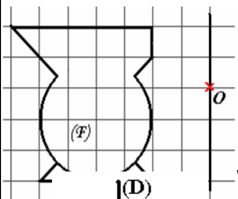
يمكن إثبات هذه المبرهنة باستعمال تقايس المثلثات، ونستنتج منها:

- إذا كان مستقيمان متوازين فإنّ صورتيهما بتقايس متوازيان أيضا.
- إذا كان مستقيمان متعامدين فإنّ صورتيهما بتقايس متعامدان أيضا.

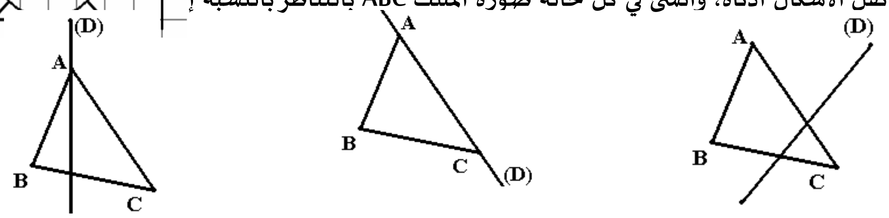
تمارين

التّحويلات النّقطية

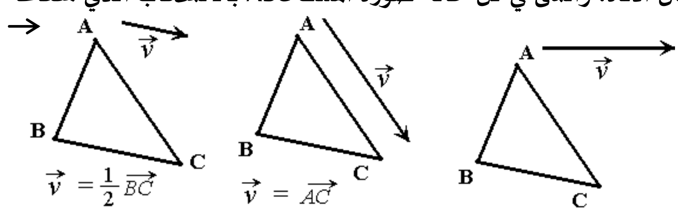
1. أنجز مثيلا للشكل المقابل على ورقة مسطرة، ثمّ أنشئ الشّكل (F_1) نظير الشّكل (F) بالنّسبة إلى النّقطة O والشكل (F_2) نظير
2. الشّكل (F) بالنّسبة إلى المستقيم (D).
3. أيّ الثنائيتين $[(F) , (F_1)]$ أم $[(F) , (F_2)]$ فيها الشكلان متقايسان مباشرة ؟



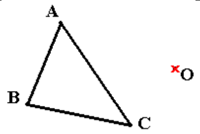
1. انقل الأشكال أدناه، وأنشئ في كلّ حالة صورة المثلّث ABC بالتّناظر بالنسبة إ



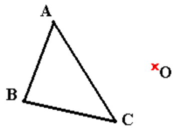
2. انقل الأشكال أدناه، وأنشئ في كلّ حالة صورة المثلّث ABC بالانسحاب الذي شعاعه v :



3. أنشئ صورة المثلّث ABC بالدّوران الذي مركزه النّقطة O وزاويته 60°.



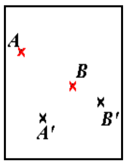
4. ABC مثلّث قائم في B ، M نقطة من وتره [AC] النّقطتان L و N نظيرتا النّقطة M بالنّسبة إلى (AB) و(BC) على التّرتيب. ماذا تمثّل النّقطة B بالنّسبة إلى [LN].



4. أنشئ صورة المثلث ABC بالدّوران الذي مركزه النّقطة O وزاويته 60°.

5. ABC مثلّث قائم في B ، M نقطة من وتره [AC] النّقطتان L و N نظيرتا النّقطة M بالنّسبة إلى (AB) و(BC) على التّرتيب. ماذا تمثّل النّقطة B بالنّسبة إلى [LN].

6. ABCD متوازي أضلاع، E ، F ، G ، H نقط من [AB] ، [BC] ، [CD] ، [AD] على التّرتيب حيث AE=CG و AH=CF .

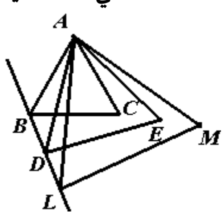


أ) ما هو التّحويل النقطي الذّي يحوّل A إلى C و B إلى D ؟

ب) ما هي طبيعة الرّباعي EFGH ؟

7. علّم أربع نقط A ، B ، A' B' كما في الشّكل المقابل. اشرح كيف يمكن إنشاء مركز الدّوران الذّي يحوّل A إلى A' ويحوّل B إلى B' وأنشئه.

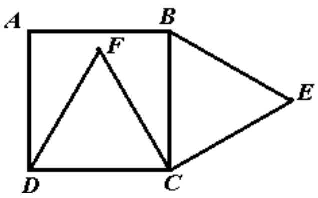
8. يمثل الشّكل المقابل ثلاثة مثلّثات ABC ، ADE ، ALM كلّ منها متقايس الأضلاع حيث النّقط B ، D ، L في استقامية. بيّن أنّ النّقط C ، E ، M في استقامية.



9. يمثل الشّكل مربعا ABCD ، ومثلّثين BCE ، CDF كلّ منهما متقايس الأضلاع.

لإثبات أنّ النّقط A ، F ، E في استقامية باستعمال الدّوران.

أ) علّم النّقطة G بحيث يكون المثلّث ACG متقايس الأضلاع و G ، B من جهتين مختلفتين بالنّسبة إلى (AC).



ب) بيّن أنّ النّقط B ، D ، G في استقامية.

ج) بيّن أنّه يوجد دوران يحوّل النّقط B ، D ، G إلى النّقط A ، F ، E ، ثمّ استنتج.

10. خذ معطيات التّمرين رقم 95 وبيّن باستعمال الدّوران أنّ المستقيمين (BD) و(CE) متعامدان.

11. ABCD مربّع ، M ، N نقطتان من ضلعيه [AB] و[BC] على التّرتيب حيث AM = BN ، H نقطة تقاطع [DM] و [AN].

أ) بيّن أنّه يوجد دوران يحوّل [DM] إلى [AN].

ب) استنتج طبيعة المثلّث AHD.

ج) ما هي مجموعة النّقط H عندما M تمسح [AB] ؟

د) ما هي مجموعة النّقط S منتصف [MN] عندما M تمسح [AB] ؟

12. تركيب تناظرين بالنّسبة إلى نقطتين متمايزتين

A ، B نقطتان ثابتتان ومتمايزتان، علّم نقطة M ، ثمّ أنشئ M_1 نظيرتها بالنّسبة إلى A، و M' نظيرة M_1 بالنّسبة إلى B.

نقول إنّ النقطة M' هي صورة النّقطة M بمركّب التّناظر بالنّسبة إلى A والتّناظر بالنّسبة إلى B.

أ) عبّر عن $\overrightarrow{MM'}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$

ب) استنتج نوع التّحويل النّاتج عن مركّب تناظرين مركزيّين.

13. <u>تركيب تناظرين بالنّسبة إلى مستقيمين متقاطعين</u>

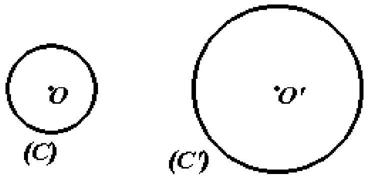
(D) و (D') مستقيمان متقاطعان في نقطة O. علّم نقطة M ، ثمّ أنشئ M_1 نظيرتها بالنّسبة إلى (D)، و M' نظيرة M_1 بالنّسبة إلى (D').

أ) بيّن أنّ $OM = OM'$ ، وأنّ الزّاوية $\widehat{MOM'}$ ثابتة.

ب) استنتج نوع التّحويل النّاتج عن مركّب تناظرين بالنّسبة إلى مستقيمين متقاطعين.

14. الهدف من التّمرين هو إنشاء مماس مشترك خارجيا لدائرتين.

لتكن (C) و (C') دائرتان مركزاهما O و O' ونصفا قطريهما r و r' على التّرتيب ، حيث $r'>r$ كما في الشّكل.



أ) ارسم دائرة (δ) مركزها O' ونصف قطرها $(r' - r)$

ب) أنشئ مماسا للدائرة (δ) يشمل النّقطة O . سمِّ A النّقطة المشتركة بين الدّائرة (δ) وهذا المماس.

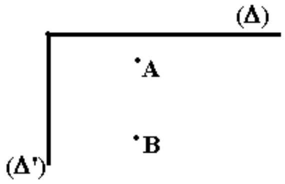
ج) نصف المستقيم [O'A) يقطع الدّائرة (C') في النّقطة B . أنشئ المستقيم (T) صورة (OA) بالانسحاب الذّي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

د) تحقّق من أنّ المستقيم (T) مماس مشترك خارجيا للدائرتين (C) و (C') .

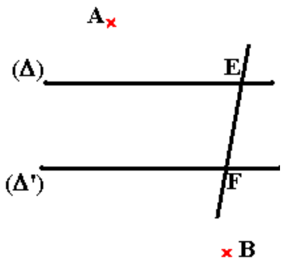
15. ارسم دائرتين (C) و (C') كما في التّمرين السّابق، وأنشئ مماسا مشتركا داخليا لهما.

16. A ، B نقطتان متمايزتان ومن نفس الجهة بالنسبة إلى مستقيم (□) ، علّم على (□) نقطة C بحيث يكون $AC + CB$ أصغر ما يمكن.

17. انقل الشّكل أدناه ، وعلّم نقطتين C ، D من (□) ، (□') على التّرتيب، بحيث يكون $AC + CD + DB$ أصغر ما يمكن.



18. انقل الشّكل أدناه ، وعلّم نقطتين C ، D من المستقيمين المتوازيين (□) و (□') على التّرتيب، بحيث يكون $AC + CD + DB$ أصغر ما يمكن و(CD) يوازي (EF) .



المؤسســـــــــة:		المستــــــــــوى:	الثانية رياضيات
السنة الدراسية:	2014/2013	ميـــدان التعلم:	هندسة
التاريـــــــــــخ:		الوحدة التعلمية:	التحويلات النقطية التحاكي
توقيت الحصة :		موضوع الحصة :	التحاكي

الكفاءات القاعديــــــــة : مفهوم تحاكي : الخواص : اثبات استقامية نقط في وجود تحاكي

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (سيـــر الحصة)	التعليمات والتوجيهات

نشاط مقترح

نشاط1: (التحاكي)

A، W نقطتان معلومتان في المستوي.

1/ أنشئ A، W، ثم A' حيث: $\overrightarrow{WA'} = 3\overrightarrow{WA}$.

2/ نفرض أن المستوي منسوب إلى معلم ونَ: $A(2,-1)$، $W(0,3)$. أوجد إحداثيتي A'.

نشاط2: (الخاصية المميزة)

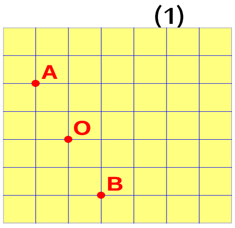
h التحاكي الذي مركزه O، ونسبته k ولتكن A'، B' صورتي A، B على التوالي بـ h.

بين أن: $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB}$، وقارن بين الطولين: $A'B'$، AB.

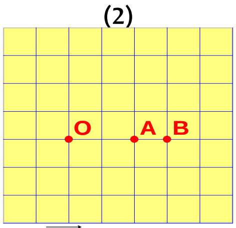
النشاط 1 ص 312

عين العدد الحقيقي k (في حالة وجوده) و الذي يحقق $\overrightarrow{OB} = k\,\overrightarrow{OA}$

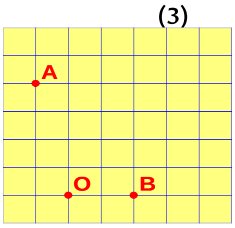
(1)



(2)

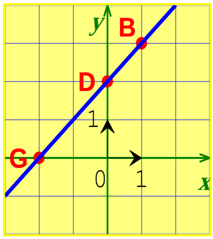


(3)

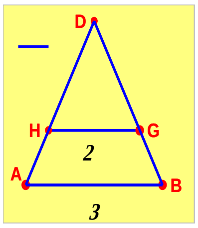


عين العدد الحقيقي k (في حالة وجوده) و الذي يحقق $\overrightarrow{GD} = k\,\overrightarrow{GB}$

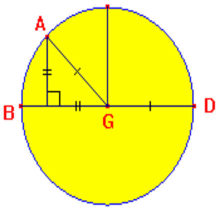
(1)



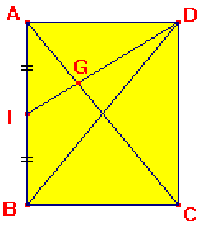
(2)



(3)



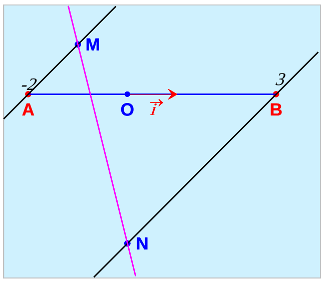
(4)



في الشكل (5) نعتبر المستقيمين المتوازيين (d_1) و (d_2) ، عين العدد الحقيقي k

حتى تكون النقطة O مرجحاً للجملة { (M , 1) ، (N , k)

(



2/ تعاريف وخواص

1/2 تعاريف

تعريف

O نقطة من المستوي ، k عدد حقيقي غير معدوم

نسمي تحاكيا h مركزه O و نسبته k ، و نرمز له بالرمز $h(O,k)$ ، التحويل النقطي الذي يرفق

بكل نقطة M من المستوي النقطة M' من المستوي حيث $\overrightarrow{OM'} = k.\overrightarrow{OM}$

النقطة M' هي صورة M بالتحاكي : $M' = h(M)$ أو $M \xrightarrow{h} M'$

نتائج : ✍ النقط O , M , M' على استقامة واحدة و $OM' = |k|.OM$

✍ صورة النقطة O هي النقطة نفسها (O نقطة صامدة)

2/2 الخاصية المميزة

مبرهنة

H تحاكي مركزه O و نسبته k ، A و B نقطتان. A' و B' صورتاهما على

الترتيب بالتحاكي h . لدينا : $\overrightarrow{A'B'} = k\,\overrightarrow{AB}$

التعليمات والتوجيهات:

- لا تخصص دروس للتحويلات التي درست سابقا (التناظر المركزي، التناظر المحوري، الانسحاب، الدوران)، بل تتم معالجتها من خلال حلّ بعض المسائل بتوظيف الخواص التالية:
  - الحفاظ على الاستقامية، المرجح، الزوايا الموجهة.
  - الحفاظ على الأطوال وعلى المساحات.

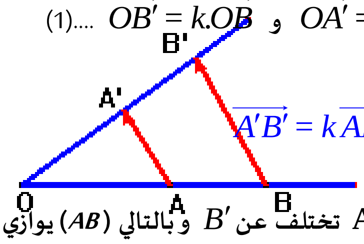
الخواص المتعلقة بصور بعض الأشكال الهندسية (مستقيم، قطعة مستقيم، دائرة).

البرهان :

$h(A)=A'$ و $h(B)=B'$ أي $\overrightarrow{OA'}=k.\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB'}=k.\overrightarrow{OB}$ ....(1)

لكن : $\overrightarrow{A'B'}=\overrightarrow{OB'}-\overrightarrow{OA'}$

(1) معناه $\overrightarrow{A'B'}=k(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA})$ أي $\overrightarrow{A'B'}=k\overrightarrow{AB}$



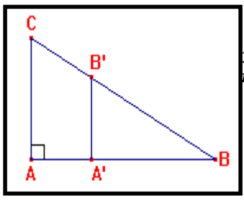
نتائج :

❶ بما أن $k\neq 0$ فإنه إذا كانت A تختلف عن B فإن A' تختلف عن B' وبالتالي (AB) يوازي $(A'B')$

❷ من أجل كل نقطتين A و B يكون $A'B'=|k|AB$

❸ إذا كان G مرجح الجملة $\{(A,\alpha)$ و $(B,\beta)\}$ فإن صورته بالتحاكي هي G' مرجح الجملة $\{(A',\alpha)$ و $(B',\beta)\}$.

✍ برهان النتيجة ❸ :



$\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ لكن $\overrightarrow{G'A'}=k\overrightarrow{GA}$ و $\overrightarrow{G'B'}=k\overrightarrow{GB}$

و منه : $\alpha\overrightarrow{G'A'}+\beta\overrightarrow{G'B'}=k(\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB})=\vec{0}$

(نقول أن التحاكي يحافظ على المرجح لجملة)

تطبيق:

I ، N ، N' نقط من المستوي حيث N' صورة N بالتحاكي $h(I,-2)$.

1- أكتب العلاقة الشعاعية .

2- A مرجح الجملة $(C,1)$ و $(B,-k)$ حيث k عدد حقيقي غير معدوم يختلف عن 1

① تحقق أن C صورة B بتحاك يطلب تعيين عناصره المميّزة (المركز و النسبة)

② بيّن أن B صورة C بتحاك يطلب تحديد عناصره .

الحـل:

1- العلاقة الشعاعية هي : $\overrightarrow{IN'}=-2\,\overrightarrow{IN}$

المركز الصورة النسبة المركز النقطة

لماذا يوجد بالضرورة تحاك k مركزه A يحول B إلى C عندما تكون النقط A,B,C على استقامة واحدة؟

لأن : استقامية النقط تعني وجود k وحيد غير معدوم يحقق $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$ (k وحيد ، h وحيد)

2- ① A مرجح الجملة $(C,1)$ و $(B,-k)$ يعني $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AB}$

ليكن h التحاكي الذي مركزه A و نسبته k . نضع $B'=h(B)$ أي $\overrightarrow{AB'}=k\overrightarrow{AB}$ و منه $B'=C$

نستنتج أن C صورة B بالتحاكي h الذي نسبته h و مركزه A (استنتج حلا للسؤال ②)

تطبيق

O ، A ، A' ثلاث نقط على استقامة واحدة . h التحاكي الذي مركزه O و يحوّل A الى A' .

أنشئ M' صورة النقطة M بالتحاكي h في كل حالة من الحالتين :

1- M لا تنتمي الى المستقيم (OA) -2- M نقطة من (OA) تختلف عن O و عن A.

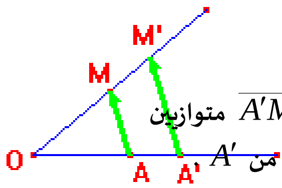
الحـل:

-1 $M'=h(M)$ و منه M' نقطة من (OM)

لكن $\overrightarrow{A'M'}=k\overrightarrow{AM}$ (حسب الخاصية المميزة)

و حسب النتيجة (1) من المبرهنة (1) يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\overrightarrow{A'M'}$ متوازيان

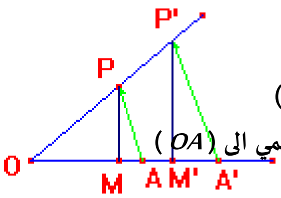
و منه M' نقطة من (OM) المستقيم الموازي لـ (AM) و المرسوم من A'



-2 M نقطة من (OA) للحصول على M'

نعتبر نقطة P لا تنتمي الى المستقيم (OA) ننشئ P' صورة P بالتحاكي (P' نقطة تقاطع (OP) مع الموازي لـ (AP) المرسوم من A')

ثم نرسم الموازي لـ (PM) من النقطة P' نحصل على النقطة M' تنتمي الى (OA)



1/2/2 صورة مستقيم بواسطة تحاكي

مبرهنة

مستقيم (CD) هو مجموعة النقط M مرجحات (C, 1-α) و (D, α)
لما تأخذ α كل القيم على $\mathbb{R}$ مجموعة الأعداد الحقيقية .

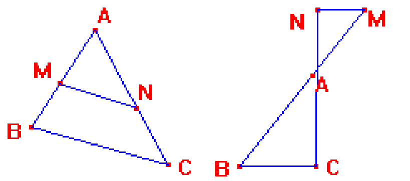
برهان ② : نختار نقطتين A و B على المستقيم (d) بحيث A تختلف عن B .
لتكن A' و B' صورتيهما على الترتيب بالتحاكي h . نعلم أن $(A'B')$ يوازي (AB)
* (d) هي مجموعة النقط (A, 1-α) و (B, α) لما تمسح α مجموعة الأعداد الحقيقية
لكن التحاكي يحافظ على المرجح و منه $h(M) = M'$ هو مرجح لجملة (A', 1-α) و (B', α)
و منه (d') صورة (d) هي مجموعة النقط M' لما تمسح α المجموعة $\mathbb{R}$ فهي المستقيم $(A'B')$
* عندما يكون مركز التحاكي نقطة من (d) فإن (d') هو المستقيم الموازي لـ (d) و الذي يشمل المركز (المركز صامد) و بالتالي (d') هو (d) .

مبرهنة

صورة قطعة مستقيمة [A B] هي قطعة مستقيمة [A′ B′] ($\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{A'B'}$)

البرهان ③: مما سبق [AB] هي مجموعة مرجحات (A , 1-α) و (B , α) لما تمسح α كل قيم المجال [0 , 1] و بالتالي [$A'B'$] هي مجموعة مرجحات (A', 1-α) و (B', α)) لما تمسح α كل قيم المجال [0 , 1] ($\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{A'B'}$)

2/2/2 المثلثات المتماكية



ABC و AMN مثلثان . M نقطة من (AB)
و N نقطة من (AC) حيث (MN) يوازي (BC)
التحاكي h الذي مركزه A و يحوّل B الى M يحوّل كذلك C الى N

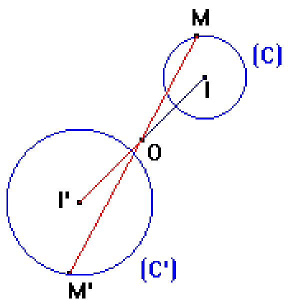
التحاكي h الذي يحوّل B إلى M يحوّل (BC) إلى المستقيم الذي يشمل M و يوازي (BC) .
و منه فإن صورة C هي نقطة من هذا المستقيم و هي نقطة من (AC) فهي إذن N .

3/2/2 صورة دائرة

مبرهنة

صورة دائرة (C) مركزها I و نصف قطرها r بواسطة تحاكي h نسبته k
هي دائرة (C') مركزها $I' = h(I)$ و نصف قطرها $r' = |k| r$.

برهان : لتكن M نقطة من (C) فإن $IM = r$ و لتكن $h(M) = M'$ لدينا $I'M' = |k| IM$ أي $I'M' = |k| r$
و منه M' هي نقطة من (C') التي مركزها I' و نصف قطرها $|k| r$.
و بالعكس : لتكن N' نقطة من (C') .
هل توجد نقطة من (C) حيث $h(N) = N'$ ؟
لتكن N النقطة التي تحقق $\overrightarrow{I'N'} = k\overrightarrow{IN}$ أي $(N) = N'$
واضح أن N تنتمي إلى (C) لأن $I'N' = |k| IN$ أي r



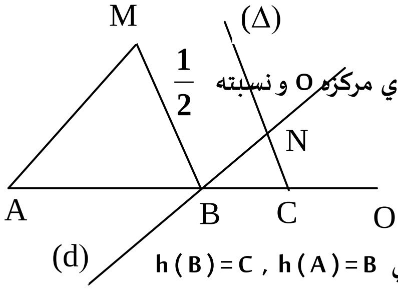
تطبيق:

B هو منتصف القطعة [AO] و C منتصف [BO] ، M نقطة لا تنتمي إلى (AB) .

نرسم من B المستقيم (d) الموازي للمستقيم (AM) و من C المستقيم (Δ) الموازي لـ (BM)

لتكن N نقطة تقاطع (d) مع (Δ)

- بين لماذا تكون النقطة N صورة النقطة M بالتحاكي h الذي مركزه O و نسبته $\frac{1}{2}$



الحل:

B هو منتصف القطعة [AO] وC منتصف [BO] أي h (B) = C , h (A) = B

لأن $\overrightarrow{OB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$

و منه صورة (AM) هو المستقيم (d) و كذلك صورة (BM) هو (Δ)

ملاحظة : ومنه $\overrightarrow{ON}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OM}$. M نقطة تقاطع(AM) و (BM) وN

نقطة تقاطع(d)و (Δ)

تطبيق:

نعتبر الشكل التالي :

(C) دائرة مركزها O و [AB] قطرلها   (d) مماس للدائرة (C) في النقطة B

I نقطة من (C) تختلف عن A و B I' نقطة تقاطع المستقيمين (AI) و (d)

نعتبر التحاكي h الذي مركزه A و يحوّل I الى I'

1- أنشئ O' صورة O بواسطة h .

2- أرسم الدائرة (C') صورة (C) و كذلك المستقيم (d') صورة (d) بواسطة h

الحل:

- صورة المستقيم (OI) بواسطة h هو مستقيم (Δ) يوازي (OI) و شمل I'

لأن I' هي صورة I و بالتالي صورة O هي O' تقع على (Δ)

و من جهة أخرى O' صورة O تقع على المستقيم (AO)

[استقامية النقط A ، O و O']

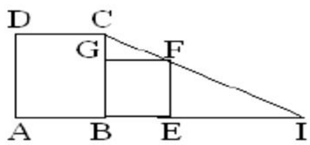
و منه O' هي نقطة تقاطع (Δ) و (AO)

2- بمعرفة المركز O' يمكن إنشاء (C')

A نقطة صامدة كمركزللتحاكي فهي نقطة من (C) و من (C')

B' نظيرة A بالنسبة لـ O' (d') مماس (C') في B'

III/ تطبيقات:



ت1) ABCD مربع و BEFG كذلك، حيث:

AB = 3 ، BE = 2 . (أنظر الشكل).

1/ بين أن: (BF) \\ (AC) (التماثل للزوايا).

2/ عبر عن $\overrightarrow{IB}$ بدلالة $\overrightarrow{IA}$. (طالس).

3/ بين أن صورة G بالتحاكي T الذي مركزه I ونسبته $\frac{3}{2}$ هي D. (علاقة شال).

4/ استنتج أن النقط I، G، D على استقامة واحدة.

ت2) G مرجح الجملة $\{(A,2),(B,1)\}$. h التحاكي ذو المركز G والنسبة k، علما أن B صورة A بـ h حدد k. (الحل: لدينا من جهة: $\overrightarrow{GB}=k\overrightarrow{GA}$.....(1) . ومن جهة أخرى $2\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ ، أي $\overrightarrow{GB}=-2\overrightarrow{GA}$.....(2) . من (1) و(2) نجد: k = -2).

المؤسســــــة:		المستـــــــوى:	الثانية رياضيات
السنة الدراسية:	2014/2013	ميـــدان التعلم:	هندسة
التاريــــخ:		الوحدة التعلمية:	التحويلات النقطية التحاكي
توقيت الحصة :		موضوع الحصة :	خواص التحاكي

الكفاءات القاعديـــــــة :

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (ســـير الحصة)	التعليمات والتوجيهات
نشاط مقترح	(انظر أدناه)	● لا تخصص دروس للتحويلات التي درست سابقا (التناظر المركزي، التناظر المحوري، الانسحاب، الدوران)، بل تتم معالجتها من خلال حلّ بعض المسائل بتوظيف الخواص التالية: ○ الحفاظ على الاستقامية، المرجح، الزوايا الموجهة. ○ الحفاظ على الأطوال وعلى المساحات. الخواص المتعلقة بصور بعض الأشكال الهندسية (مستقيم، قطعة مستقيم، دائرة).

3/ خواص التحاكي

1/3 الاطوال و المساحات

التحاكي الذي نسبته العدد الحقيقي k يضاعف الأطوال $|k|$ مرّة و يضاعف المساحات k^2 مرّة

ملاحظة: عندما يكون $|k|>1$ يقوم التحاكي بتكبير الأشكال و عندما يكون $0<k<1$ فإن الشكل يصغر $|k|$ مرّة بالتحاكي

مثال : نعتبر الدائرة (C) التي نصف قطرها 3 و التحاكي h الذي نسبته $\frac{1}{2}$.

- محيط الدائرة (C) هو 6π بينما مساحتها فهي 9π

لتكن الدائرة (C') صورة (C) بواسطة التحاكي h . نعلم أن نصف قطر (C') هو $\frac{1}{2}\times 3=\frac{3}{2}$

و بالتالي فإن محيط الدائرة (C') هو 3π و مساحتها $\frac{9}{4}\pi^2$

2/3 الحفاظ على الاستقامية

إذا كانت A ، B و C ثلاث نقط على استقامة واحدة و كانت A' ، B' و C' صورها على الترتيب بواسطة تحاك h فإن A' ، B' و C' تكون على استقامة واحدة أيضا.

بالفعل ، لأن صورة المستقيم الذي يشمل A ، B و C هو مستقيم يشمل A' ، B' و C'

3/3 الحفاظ على التوازي

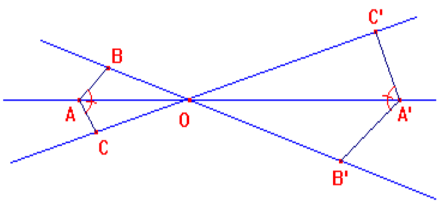
إذا كان المستقيمان (d) و (Δ) متوازيين فإن صورتيهما بواسطة تحاك h هما مستقيمان (d') و (Δ') متوازيان بالفعل ، (d) يوازي (d') و (Δ) يوازي (Δ') و بالتالي (d') يوازي (Δ')

4/3 الحفاظ على التوازي

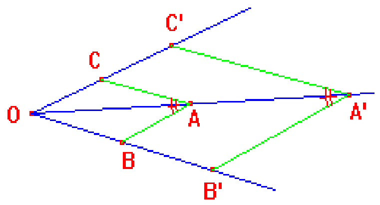
في المستوي الموجه نعتبر النقط A ، B و C صورها بتحاك h هي A' ، B' و C' على الترتيب

لدينا $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)=\left(\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{A'C'}\right)$ و $BAC=B'A'C'$

$k<0$

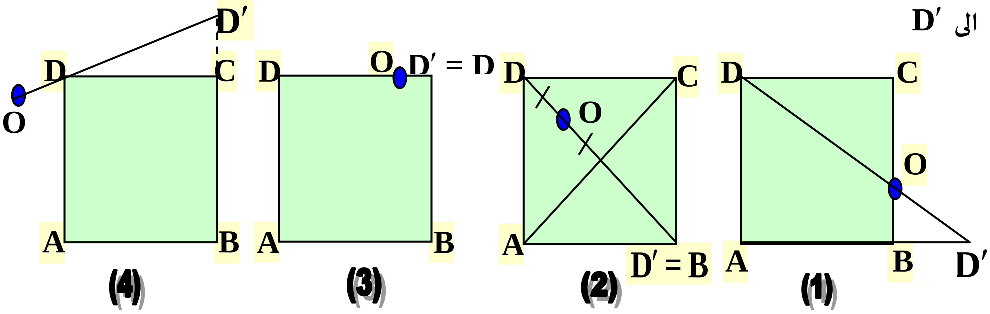


$k>0$



تطبيق

في كل حال من الحالات التالية أنشئ صورة المربع ABCD بواسطة التحاكي الذي مركزه O و يحول D الى D'



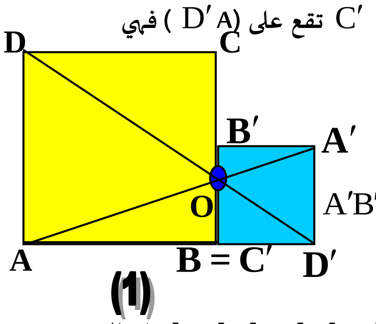
الحل:

الشكل الأول : لإنشاء المربع يكفي إيجاد صورة النقط A ، D و C مثلا (3 نقط) لأننا نعلم أن صورة مربع بتحاك هو مربع (الحفاظ على الشكل و على التعامد)

* صورة النقطة C هي النقطة C' التي تقع على المستقيم (CO) ، صورة المستقيم (DC) هو مستقيم ($D'C'$)

يوازي (DC) و يشمل D' فهو المستقيم ($D'A$) و بالتالي C' تقع على ($D'A$) فهي إذن نقطة تقاطع (CO) و ($D'A$) و D' هي B .

* بالمثل A' صورة A هي نقطة تقاطع المستقيم (AO) مع المستقيم الموازي لـ (AD) و المرسوم من D'



- صورة D هي D' (معطاة) يمكن إنشاء المربع $A'B'C'D'$

" تترك بقية الأشكال للقارئ "

تطبيق:

ABC مثلث مركز ثقله G ، A' ، B' و C' منتصفات القطع [BC] ، [AC] و [AB] على الترتيب H التحاكي الذي مركزه G حيث h (A) = A' ، h (B) = B' و h (C) = C' . نضع h(A') = M و h(B') = N و h(C') = P - قارن بين s و S مساحتي المثلثين MNP و ABC .

الحــل:

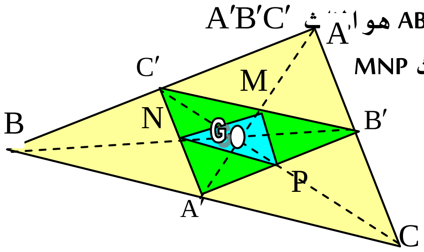
نسبة التحاكي الذي مركزه G و يحوّل A الى A' هي $\left(-\frac{1}{2}\right)$ لأن $\left(\overrightarrow{GA'} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}\right)$

لدينا $h(B) = B'$ و $h(C) = C'$ و منه صورة المثلث ABC هو المثلث $A'B'C'$

لدينا (حسب المعطيات) صورة المثلث $A'B'C'$ هو المثلث MNP

(لأن M ، N و P هي منتصفات أضلاع المثلث $A'B'C'$)

نرمز لمساحة المثلث $A'B'C'$ بالرمز S'



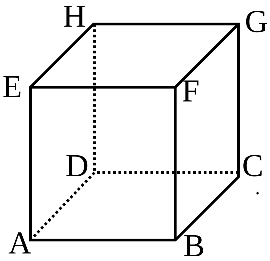
لدينا إذن $S = 4S'$ و $S' = 4s$ و بالتالي $S = 16s$

14 ص 327

(C) دائرة قطرها $12cm$ تحاك نسبته $-\frac{1}{2}$ يحول (C) إلى دائرة (C') . مساحة (C') هي :

(1 $9\pi\, cm^2$. (2 $18\pi\, cm^2$. (3 $36\pi\, cm^2$. (4 $16\pi\, cm^2$

21 ص 327



$ABCDEFGH$ مكعب مركزه O و I منتصف القطعة $[BF]$.

(1 عين صورة النقط A ، B ، C ، D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AE}$

(2 عين صورتي النقطتين H و F بالتحاكي الذي مركزه B و نسبته $\frac{1}{2}$.

31 ص 327

لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,2);(B,-3)\}$

بين أن B هي صورة A بالتحاكي الذي مركزه G يطلب تعيين نسبته.

المؤسســـــــة:		المستــــــــوى:	الثانية رياضيات
السنة الدراسية:	2014/2013	ميــدان التعلم:	هندسة
التاريـــــــخ:		الوحدة التعلمية:	التحويلات النقطية التحاكي
توقيت الحصة :		موضوع الحصة :	التحاكي (حل مسائل)

الكفاءات القاعديـــــــة : استعمال خواص التحاكي لحل مسائل تعيين محل هندسي .حل مسائل حول الإنشاءات الهندسية.

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (ســـير الحصة)	التعليمات والتوجيهات

نشاط مقترح

نشاط مقترح

ت1) ABC مثلث و w نقطة خارجه، و l تحاك مركزه w ونسبته2، h تحاك مركزه w ونسبته3. أنشئ $A_0B_0C_0$ صورة ABC بـ l، و $A'B'C'$ صورة ABC بـ h.

(نسمي $A'B'C'$ صورة ABC بـ hol [تركيب l بـ h])

ت2) ABC مثلث و w نقطة خارجه، و l تحاك مركزه w ونسبته2، h التناظر بالمركز w.

1) أنشئ $A_0B_0C_0$ صورة ABC بـ l، و $A'B'C'$ صورة ABC بـ h.

2) أنشئ صورة ABC بالتحاكي الذي مركزه w ونسبته 2 - . ما استنتاجك؟

ت3) نعتبر التحاكي $l(w(-2,1),2)$، ولتكن: $l(N)=N'$ حيث: $N(x,y)$، $N'(x',y')$.

* عبر عن x'، y' بدلالة: x، y.

4.تعيين محل هندسي

(C) دائرة مركزها O. A، B نقطتان من (C)، M نقطة متغيرة على الدائرة (C) تختلف عن A و B

(أي أن M تأخذ كل الوضعيات على (C) عدا A و B).

I منتصف $[AB]$، G مركز ثقل المثلث ABM (أي أن G مرجح $(A,1)$، $(B,1)$، $(M,1)$)

الهدف : تعيين المحل الهندسي (L) للنقطة G لما تمسح M الدائرة (C) عدا النقطتين A و B .

بعبارة أخرى : تعيين مجموعة النقط G (باعتبار أن G تتغير بتغير M)

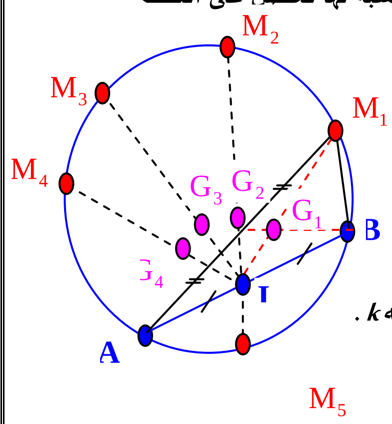
❶ التخمين : العناصر الثابتة هي: الدائرة (C) ذات المركز O . النقطتان A و B و المنتصف I .

نختار عدة وضعيات للنقطة M و نحدّد وضعيات G المناسبة لها نحصل على النقط

$G_5;G_4;G_3;G_2;G_1$

ليست على استقامة واحدة .

تبدو النقط على دائرة (C') أو جزء منها



❷ إثبات التخمين :

نبحث عن العلاقة بين G و M و النقط الثابتة .

النقط I، G، M على استقامة واحدة

1- أثبت أن G صورة M بتحاك h مركزه I يُطلب تحديد نسبته k .

2- تعيين المحل الهندسي (L) للنقطة G

هو تعيين صورة (C) عدا A و B بالتحاكي h .

3- عين عندئذ (L) ، حدد النقط $h(O)$ ثم أنشئ (L)

تعليق: توظيف تحويل نقطي في تعيين مجموعة نقط (محل هندسي) هو طريقة مختصرة إذ يستغني في هذه الطريقة عن دراسة الحالة العكسية .

في حالة عدم توظيف التحاكي :

نعتبر E مجموعة النقط G حيث G مركز ثقل المثلث MAB و M نقطة من (C) تختلف عن A و B .

1) نثبت أن E غير خالية .

2) نثبت أن E جزء من (L).

3) نثبت أن (L) جزء من E (و بالتالي $E=(L)$).

التعليمات والتوجيهات:

• نقترح أنشطة حول إنشاء صور أشكال هندسية بتركيب تحاكيين لهما نفس المركز.

تجدر الملاحظة إلى أن كل تحاك نسبته سالبة هو مركب تحاك نسبته موجبة وتناظر مركزي.

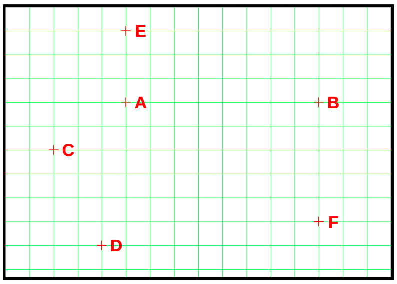
• نذكر بأنّ البحث عن محل هندسي يجرى في أغلب الأحيان إلى إثبات الاحتواء في المرحلة الأولى ثمّ إثبات الاحتواء العكسي في المرحلة الثانية، بينما يمكننا استعمال تحويل نقطي من تجاوز ذلك بالوصول إلى استنتاجات مباشرة.

• نقترح مسائل يبرز فيها التفكير المنطقي في اختيار وإيجاد عدة طرق للحل (هندسية شعاعية، هندسة تحليلية، توظيف التحويلات النقطية....). عند البحث في هذه المسائل نستغل و نثمّن مراحل التجريب والتخمين التي يقوم بها التلميذ، بل ونشجعه

تمرين 32 ص 330 النقط A، B، C، D، E و F ممثلة بالشكل الآتي:

أ) بين أنه يوجد تحاك يحول النقطة A إلى النقطة B والنقطة C إلى النقطة D مطلوب تعيين مركزه و نسبته.

ب) بين أنه يوجد تحاك يحول النقطة A إلى النقطة B والنقطة E إلى النقطة F مطلوب تعيين مركزه و نسبته.



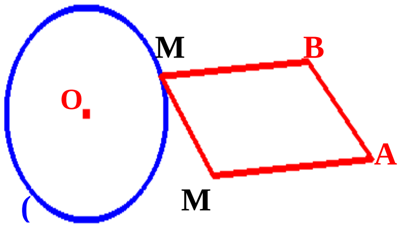
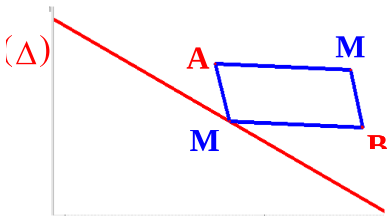
على ذلك. كما يمكن الاستعانة برمجيات الهندسة الديناميكية.

في أغلب الحالات يكون من الأنجع استعمال دساتير تربط النسب المثلثية للزوايا والأضلاع ومساحة المثلث.

تعديل 2008/ 2009: ... وحل مسائل هندسية نكتفي بحل مسائل في الهندسة التحليلية و يمتد العمل عليها إلى السنة الثالثة.

المؤسســــــــة:		المستـــــــــوى:	الثانية رياضيات
السنة الدراسية:	2014/2013	ميــدان التعلم:	هندسة
التاريـــــــــخ:		الوحدة التعلمية:	التحويلات النقطية التحاكي
توقيت الحصة :		موضوع الحصة :	تمارين المحل الهندسي

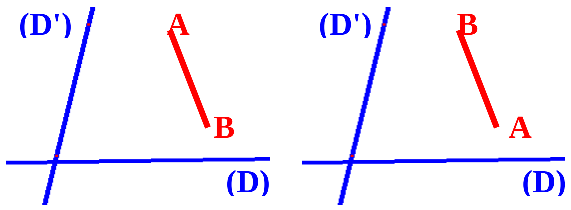
الكفاءات القاعديـــــــــة : تعيين محل هندسي

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (ســـير الحصة)	التعليمات والتوجيهات
نشاط مقترح	**53 ص 333** (C) دائرة ثابتة مركزها O . A و B نقطتان ثابتتان خارج الدائرة (C) . من أجل كل نقطة M من (C) نرسم متوازي أضلاع $AMM'B$.  **54 ص 333** ما هو المحل الهندسي للنقطة M' لما تتغير M على الدائرة (C) ؟ (Δ) مستقيم ثابت . A و B نقطتان ثابتتان لا تنتميان إلى المستقيم (Δ) . من أجل كل نقطة M من المستقيم (Δ) يرسم متوازي أضلاع $AMBM'$.  ما هو المحل الهندسي للنقطة M' لما تتغير M على المستقيم (Δ)؟	• نذكر بأنّ البحث عن محل هندسي يجرنا في أغلب الأحيان إلى إثبات الاحتواء في المرحلة الأولى ثمّ إثبات الاحتواء العكسي في المرحلة الثانية، بينما يمكننا استعمال تحويل نقطي من تجاوز ذلك بالوصول إلى استنتاجات مباشرة.

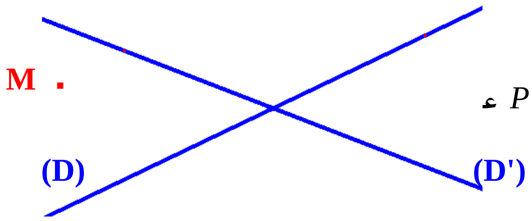
المؤسســـــــة:	المستـــــــــوى: الثانية رياضيات
السنة الدراسية: 2014/2013	ميـــدان التعلم: هندسة
التاريـــــــــخ:	الوحدة التعلمية: التحويلات النقطية التحاكي
توقيت الحصة :	موضوع الحصة : الانشاءات الهندسية

الكفاءات القاعديــــــــة : تعيين محل هندسي

الأنشطة المقترحة وطبيعتها	الإنجاز (ســـير الحصة)	التعليمات والتوجيهات
نشاط مقترح	51 ص 333 في كل حالة من الحالتين التاليتين أنشئ النقطتين C و D على المستقيمين (D) و (D') على الترتيب حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .	• نقترح مسائل يبرز فيها التفكير المنطقي في اختيار وإيجاد عدة طرق للحل (هندسية شعاعية. هندسة تحليلية. توظيف التحويلات النقطية....). عند البحث في هذه المسائل نستغل و نثمّن مراحل التجريب والتخمين التي يقوم بها التلميذ. بل ونشجعه على ذلك. كما يمكن الاستعانة برمجيات الهندسة الديناميكية.



52 ص 333 (D) و (D') مستقيمان متقاطعان . M نقطة لا تنتمي إليهما .



أنشئ نقطة N على المستقيم (D) ونقطة P ع

1) N منتصف $[MP]$.

2) M منتصف $[NP]$.

(C) دائرة ثابتة مركزها O .

في أغلب الحالات يكون من الأنجع استعمال دساتير تربط النسب المثلثية للزوايا والأضلاع ومساحة المثلث.