مذكرات دروس السنة الثانية ثانوي

الأستـاذ:

معزوز ميـــلود أستاذ تعليم ثانوي

تم رقن هذا العمل ببرنامج بـ: ArabTEX

المستـــــوى: 2 علوم تجريبية ميـــــدان التعلّم: لتقويم التشخيصي
الموضــــوع: / . الكفاءات المستهدفة: / .
المـدة الزمنية: سا الوسائل التعليميــة: الكتاب المدرسي - منتديات التعليم.

التمرين الأول:

نعتبر الدالة f العرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

1 - أكتب $f(x)$ على الشكل النموذجي.

2 - عين ترابط 3 دوال تسمح بالمرور من x إلى $f(x)$.

3 - حلّ؛ في $\mathbb{R}$ ؛ كلّ من المعادلة و المتراجحة الاتية بيانيا و حسابيا : $x^2 + 4x + 1 = 0$
$x^2 + 4x + 1 < 1$.

4 - (γ) هو التمثيل البياني لدالة المربع و (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f في معلم.

- عين شعاع الإنسحاب الذي يسمح بالمرور من (γ) إلى (C_f) .

التمرين الثاني:

A و B نقطتان متمايزتان من المستوي، M نقطة من المستوي حيث : $\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$.

⋆ عبر عن الشعاع $\overrightarrow{AM}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{AB}$ ثم بدلالة الشعاع $\overrightarrow{BA}$ ، أنشء النقطة M .

التمرين الثالث:

1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $\left(\sin x + \cos x\right)^2 = 1 + 2\sin x \cos x$.

2) علّم على دائرة مثلثية النقط I, j, I', J', A, B و C صور الأعداد الحقيقية $0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ على الترتيب.

بِالتَّوفِيق

المستـــــوى: 2 علوم تجريبية + هندسة كهربائية ميـــــــدان التعّلم : عموميات على الدّوال العدّدية
الميــــدان: تـحليل الكفاءات المستهدفة: التعرف على دّالة كثير الحدود و على درجتها.
المــدة الزمنية: سا الوسائـل التعليميــة: الكتاب المدرسي - منتديات التعليم .

النشاط الرابع (ص 09) (بتصرف):

$I-1$) العمليات الجبرية على الدّوال :

أ) تساوي دّالتين:

تعريف:

نقول عن دّالتين g, f أنهما متساويتان إذا كان وفقط إذا كان :

1) للدّالتين g, f نفس مجموعة التعريف D .

2) من أجل كلّ x من D فإنّ : $f(x) = g(x)$.

أمثلة:

1. g, f دّالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \sqrt{x^2}$ ، $g(x) = |x|$.

لدينا : $f = g$.

2. g, f دّالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = \sqrt{x^2}$ ، $g(x) = |x|$.

لدينا : $f \neq g$ لأنّ من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ فإنّ $f(x) = g(x)$ خاطئة. (نأخذ $x = -2$).

3. f دّالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2$ ، g دالة معرفة على $\mathbb{R}^\star$ بـ : $g(x) = \frac{x^3}{x}$.

المستـــــوى: 2 علوم تجريبية + هندسة كهربائية   ميـــــــدان التعلّم : عموميات على الدّوال العدّدية
الميــــدان: تـحليل   الكفاءات المستهدفة: العمليات على الدّوال .
المــدة الزمنية: سا   الوسائـل التعليميـــة: الكتاب المدرسي - منتديات التعليم .

ب) العمليات الجبرية :

g, f دالتان معرفتان على الترتيب؛ على D_g, D_f وَ λ, K ثابتان حقيقيان.

- مجموع دالتين f وَ g هو الدّالة التي رمزها $f+g$ و المعرفة على $D_f \cap D_g$ كمايلي :
$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$.

- مجموع دالة وثابت هو الدّالة التي رمزها $f+K$ و المعرفة على D_f كمايلي :
$(f+K)(x) = f(x) + K$.

- جداء دالتين f وَ g هو الدّالة التي رمزها $f \times g$ و المعرفة على $D_f \cap D_g$ كمايلي :
$(f+g)(x) = f(x) \times g(x)$.

- جداء الدّالة f بالعدد λ هو الدّالة التي رمزها λf و المعرفة على D_f كمايلي :
$(\lambda f)(x) = \lambda f(x)$.

- نسبة الدالة f إلى الدّالة g هو الدّالة التي رمزها $\frac{f}{g}$ و المعرفة على المجموعة $\{x : x \in D_f \cap D_g وَ g(x) \neq 0\}$ كمايلي :
$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

أمثلة: f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x) = -x^2$ وَ $g(x) = x+3$.

- $f+g$ هي الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ أي : $(f+g)(x) = -x^2 + x + 3$.
- $f-2$ هي الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $(f-2)(x) = f(x) - 2$ أي : $(f-2)(x) = -x^2 - 2$.

- $f \times g$ هي الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$ أي : $(f \times g)(x) = -x^3 - 3x^2$.
- $-2g$ هي الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $(-2g)(x) = -2g(x)$ أي : $(-2g)(x) = -2x - 6$.
- $\frac{f}{g}$ هي الدّالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{3\}$ كمايلي : $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ أي : $(\frac{f}{g})(x) = \frac{-x^2}{x+3}$.

بِالْتَوْفِيقْ

المستـــــوى: 2 علوم تجريبية + هندسة كهربائية ميـــــــدان التعلّم: عموميات على الدّوال العدّدية

الميــــدان: تـحليل الكفاءات المستهدفة: تفكيك دّالة باستعمال الدّوال المرجعية.

المــدة الزمنية: سا الوسائـل التعليميـــة: الكتاب المدرسي - منتديات التعليم.

نشاط مقترح:

1) f هي الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x-2)^2$.

◦ عين ترابط دالتين مرجعيتين يسمح بالمرور من x إلى $f(x)$.

2) g هي الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 - 3$.

◦ عين ترابط دالتين مرجعيتين يسمح بالمرور من x إلى $g(x)$.

$I-2$) تركيب دالتين :

f وَ g دّالتان معرفتان على الترتيب : على المجموعتين D_g, D_f .

تعريف مركب الدّالة f متبوعة بالدّالة g هو الدّالة التي رمزها gof وَ المعرفة على المجموعة : $\{x : x \in D_f$ وَ $f(x) \in D_g\}$. كمايلي : $\big(gof\big)(x) = g[f(x)]$.

أمثـــلة

1. f وَ g الدّالتان؛ المعرفتان على $\mathbb{R}$ ؛ كمايلي : $f(x) = x-3$ وَ $g(x) = 3x+2$.

مجموعة تعريف الدّالة المركبة gof هي D_1 حيث : $D_1 = \{x : x \in D_f$ وَ $f(x) \in D_g\}$ أي : : $D_1 = \{x : x \in \mathbb{R}$ وَ $f(x) \in \mathbb{R}\}$ أي : $D_1 = \mathbb{R}$.

من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $\big(gof\big)(x) = g[f(x)]$ أي : $\big(gof\big)(x) = g(x-3)$ أي : $\big(gof\big)(x) = 3x-7$.

2. f الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x-1$.

g الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}^\star$ بـ : $g(x) = \dfrac{1}{x}$.

مجموعة تعريف الدّالة المركبة gof هي D_2 حيث : $D_2 = \{x : x \in D_f$ وَ $f(x) \in D_g\}$ أي : : $D_1 = \{x : x \in \mathbb{R}$ وَ $f(x) \in \mathbb{R}^\star\}$ أي : $D_1 = \{x : x \in \mathbb{R}$ وَ $(x-1) \in \mathbb{R}^\star\}$ اذن : $D_2 = \mathbb{R} - \{1\}$.

من أجل كل x من D_2 فإن : $\big(gof\big)(x) = g[f(x)]$ أي : $\big(gof\big)(x) = g(x-1)$ أي : $\big(gof\big)(x) = \dfrac{1}{x-1}$. 3. f الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -2x+1$. g الدّالة المعرفة على المجال $[0;4]$ بـ : $g(x) = \sqrt{x}$.

مجموعة تعّريف الدالة المركبة (gof) هي : D_3 حيث $D_3 = \{x : x \in \mathbb{R}$ وَ $f(x) \in [0;4]\}$ اذن : $D_3 = [-\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}]$.

من أجل كلّ x من D_3 فإنّ : $\big(gof\big)(x) = g(-2x+1)$ أي : أيّ : $\big(gof\big)(x) = -2x+1$. **التقويم:**

تمرين مقترح: f الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = 2x^2-1$.

g الدّالة المعرفة على : $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{1}{x-1}$.

1 - فكك؛ كلا من f وَ g ؛ إلى مركب دالتين مرجعيتين ، يطلب تعيينهما.

2 - عرف كلا من gof وَ fog . ماذا تستنتج ؟

بِٱلتَّوْفِيقْ

المستـــــوى: 2 علوم تجريبية + هندسة كهربائية　　ميـــــــدان التعّلم : عموميات على الدّوال العدّدية

الميـــــدان: تـحليل　　الكفاءات المستهدفة: دراسة اتـجاه تغير دّالة باستعمال الدّوال المرجعية..

المـدة الزمنية:　سا　　الوسائـل التعليميـــة: الكتاب المدرسي - منتديات التعليم .

$I - 3$) اتـجاه التغـــير:

نشاط مقترح: f دّالة رتيبة تماما على المجال I وَ g دّالة رتيبة تماما على المجال $f(I)$ ، K ، λ ثابتين حقيقيين.

1. بين أنه إذا كانت f متزايدة تماماعلى مجال I فإن : الدّالة $f+K$ كذلك.
2. بين أنه إذا كانت f متناقصة تماماعلى مجال I فإن : الدّالة $f+K$ كذلك.
3. • نفرض أنّ : $\lambda > 0$.

أ) برهن أنه إذا كانت f متزايدة تماماعلى مجال I فإن : الدّالة λf كذلك.

ب) بين أنه إذا كانت f متناقصة تماماعلى مجال I فإن : الدّالة λf كذلك.

• نفرض أنّ : $\lambda < 0$.

أ) برهن أنه إذا كانت f متزايدة تماماعلى مجال I فإن : الدّالة λf متناقصة.

ب) بين أنه إذا كانت f متناقصة تماماعلى مجال I فإن : الدّالة λf متزايدة.

4.) • برهن أنه اذا كان للدالتين نفس اتـجاه تغير فإنّ الدّالة المركبة متزايدة تماما على المجال I .

• برهن أنه اذا كان للدالتين اتـجاها تغير متعاكسيين فإنّ الدّالة المركبة متناقصة تماما على المجال I .

أ) اتـجاه تغير الدّالة $(f+K)$:

مبرهنة 1 :

f دّالة رتيبة تماما على مجال I وَ K ثابت حقيقي، للدالتين f وَ $f+K$ نفس اتجاه تغير على المجال I .

أمثلة :

1. f دّالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^2 - 3$.

لدينا : $f(x)=g(x)-3$ حيث g دّالة المربع . إذن : الدّالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ و متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

2. f دّالة معرفة على $\mathbb{R}_+$ بـ : $f(x)=\sqrt{x}-\frac{2}{3}$.

لدينا : $f(x)=g(x)-\frac{2}{3}$ حيث g دّالة الجذر التربيعي . إذن : الدّالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

ب) اتجاه تغير الدّالة (λf) :

مبرهنة 2 :

f دّالة رتيبة تماما على مجال I وَ λ ثابت حقيقي غير معدوم .

- اذا كان $\lambda>0$ فإن للدالتين f وَ λf نفس اتجاه تغير على المجال I .
- اذا كان $\lambda<0$ فإن للدالتين f وَ λf اتجاه تغير متعاكسين على المجال I .

أمثلة :

1. f دّالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x^2$. لدينا : $f(x)=2g(x)$ حيث g دّالة المربع $(\lambda=2>0)$.

إذن : الدّالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ و متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

2. f دّالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-\frac{1}{3}|x|$.

لدينا : $f(x)=-\frac{1}{3}g(x)$ حيث g دّالة القيمة المطلقة وحيث : ($\lambda=-\frac{1}{3}<0$)، إذن : الدّالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;0]$ وَ متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

ج) اتـجاه تغير دّالة مركبة:

مبرهنة 3 :

f دّالة رتيبة تماما على مجال I وَ g دّالة رتيبة تماما على مجال $f(I)$.

1. اذا كان للدّالتين f وَ g نفس اتجاه التغير فإن الدّلة gof المركبة متزايدة تماما على المجال I .

1. اذا كان للدّالتين f وَ g اتجاها تغير متعاكس فإن الدّلة gof المركبة متناقصة تماما على المجال I .

أمثلة :

1. f دّالة معرفة على المجال $I=]-2;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{x+2}$.

لندرس اتجاه تغير f على I .

نلاحظ أن $f = goh$ مع : $\begin{cases} h(x) = x+2 \\ g(x) = \dfrac{1}{x} \end{cases}$.

لدينا $x \in I$ معناه $x \in]-2;+\infty]$ أي : $x \geq -2$ و منه $x+2 \geq 0$ أي : $h(x) \in]0;+\infty]$ و منه $h(I) =]0;+\infty]$. اذن h متزايدة على I وَ g متناقصة على $h(I)$ إذن f متناقصة تماما على I .

تمارين: التمرين 01.

f دالة معرفة على المجال $I =]2;+\infty]$ بـ : $f(x) = -x^2 - 4x + 1$.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x) = -(x+2)^2 + 5$.
2. استنتج اتجاه تغير الدّالة f على كل من المجالين $]-\infty;-2[,]-2;+\infty[$.

التمرين 02. f دالة المعرّفة على المجموعة D حيث : $D =]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = \dfrac{3x-5}{x-2}$.

1. بين أنه من أجل كل x من D لدينا : $f(x) = 3 + \dfrac{1}{x-2}$.
2. استنتج اتـجاه تغير الدّالة f على كل من المجالين $]-\infty;2[,]2;+\infty[$.

بِالْتَوْفِيقْ

المستـــــوى: 2 علوم تجريبية + هندسة كهربائية ميـــــــدان التعَّلم : عموميات على الدّوال العدّدية
الميــــدان: تـحليل الكفاءات المستهدفة: تمثيل بعض الدّوال بيانيا باستعمال الدّوال المرجعية..
المـدة الزمنية: سا الوسائـل التعليميــة: الكتاب المدرسي - منتديات التعليم.

$I-4$) التمثيل البيـــــــــــاني :

أ) التمثيل البياني للدّالة $f+k$: f دّالة وَ k ثابت حقيقي .

(C_f) وَ (C_{f+K}) هما التمثيلين البيانين للدّالتين f وَ $f+k$ على الترتيب في معلم $(o;\vec{i};\vec{j})$.

$M(x,y)$ نقطة من المستوي لدينا :

$M(x,y)\in(C_{f+k})$ معناه : $y=(f+k)(x)$ أي $y=f(x)+k$ أي : $y-k=f(x)$ و منه $N(x,y-k)\in((C_f))$. اذن نمر من (C_f) الى (C_{f+k}) باستعمال الإنسحاب الذي شعاعه $\begin{pmatrix} k \\ 0 \end{pmatrix}$.

مبرهنة:

f دّالة وَ K ثابت حقيقي.

إذا كان (C_f) وَ (C_{f+k}) التمثيلين البيانين في معلم $(o;\vec{i};\vec{j})$ ، f وَ $f+k$ على الترتيب ؛ فإنّ :
(C_{f+k}) هو صورة (C_f) بالإنسحاب الذي شعاعه $(k\vec{j})$.

مثـــال : g,f وَ h دّوال معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=x^2-2, g(x)=x^2+1, f(x)=x^2$.

- لدينا : $g=f+2$ وَ $h=f-2$ اذن في معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$
  - (C_g) صورة (C_f) بالإنسـحاب الذي شعاعه $(-2\vec{j})$.
  - (C_h) صورة (C_f) بالإنسـحاب الذي شعاعه $(\vec{j})$.

ب) التمثيل البياني للدّالة λf :

مبرهنـــــــة:

f دالة و λ ثابت حقيقي غير معدوم. $(C_{\lambda f}),(C_f)$ هما التمثلين البيانيين للدّالتين f و λf في معلم و M نقطة من (C_f) فاصلتها X .

نحصل على النقطة N من $(C_{\lambda f})$ فاصلتها X بضرب ترتيب النقطة M في العدد λ .

مثـــال : g, f و h دّوال معرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $h(x)=-\frac{1}{x}, g(x)=2\frac{1}{x}, f(x)=\frac{1}{x}$.

- لدينا : $g=2f$ و $h=-f$ و منه

$(C_g),(C_f)$ و (C_h) هي على الترتيب التمثيلات البيانية للدّوال g, f و h في معلم.

ملاحظة : في معلم متعامد منحنى الدّالة f و منحنى معاكسها $(-f)$ متناظران بالنسبة إلى حامل محور الفواصل.

ج) التمثيل البياني للدّالة g حيث : $g(x)=f(x+b)+k$:

f دّالة معرفة على المجال D كمايلي : $g(x)=f(x+b)+k$ حيث k, b ثابتان حقيقيان، $(C_g),(C_f)$ هما على الترتيب التمثيلان البيانيان للدّالتين g, f في معلم $(o;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$.

$M(x,y)$ نقطة من المستوي لدينا :

$M(x,y)\in(C_g)$ معناه : $y=g(x)$ أي : $y=f(x+b)+k$ أي : $y-k=f(x+b)$ أي : $N(x+b, y_K)\in(C_f)$.

اذن نمر من (C_f) إلى (C_g) باستعمال الإنسحاب الذي شعاعه $-b\overrightarrow{i}+k\overrightarrow{j}$ $V\begin{pmatrix}-b\\k\end{pmatrix}$

مبرهنة :

f وَ g دّالتان معرفتان على المجموعة D كمايلي : $g(x) = f(x+b)+k$ ، حيث : k, b ثابتان حقيقيان.

إذا كان $(C_f), (C_g)$ التمثيلين البيانيين على الترتيب، للدّالتين f, g في نفس المعم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ ، فإنّ :
(C_g) صورة (C_f) باستعمال الإنسحاب الذيـ شعاعه $-b\vec{i} + k\vec{j}$.

مثـــال : f هي دالة مربع g الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (x-1)^2 + 1$.

$(C_f), (C_g)$ هما على الترتيب التمثيلين البيانيين ؛ للدّالتين f, g في نفس المعم $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

- نلاحظ أنّ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ لدينا : $g(x) == f(x-1)+1$

اذنّ : (C_g) صورة (C_f) باستعمال الإنسحاب الذيـ شعاعه $1\vec{i} + 1\vec{j}$.

التقويم :

تمارين: تطبيق (للحل) صفحة 20 .

التمرين 50 صفحة 30 .

بِالْتَوْفِيقْ

المستـــــوى: 2 علوم تجريبية + هندسة كهربائية ميـــــــدان التعّلم : عموميات على الدّوال العدّدية
الميـــدان: تـحليل الكفاءات المستهدفة: حل مسائل تستخدم فيها معادلات من الدرجة الثانية.
المـدة الزمنية: سا الوسائـل التعليميــة: الكتاب المدرسي - منتديات التعليم .

$I-5)$ المعادلات وَ التراجحات :

النشاط الثاني (ص 36):

النشاط الثالث (ص 36):

التقويم :

تمارين: تمرين 62 صفحة 57 .
التمرين 63 صفحة 57 .
التمرين 95 صفحة 59 .
مسألة 89 صفحة 59 .