ثانوية عبد المجيد علاهم.	الأستاذ: ياحي رشيد
الميدان:تحليل	المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية
الوحدة التعليمية: الدوال العددية.	التاريخ:2014/09/15
الموضوع: اتجاه تغير والتمثيل البياني للدوال المرجعية.	الزمن: 3سا
الكفاءات المستهدفة(المراد تحقيقها)	الوسائل التعليمية: الكوس .

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي (كل الحصة عبارة عن تطبيقات)	المدة	توجيهات وتعليقات

تطبيق 01:

1. ذكر باتجاه تغير دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$. 60د
2. ذكر باتجاه التغير والتمثيل البياني للدوال المرجعية التي درستها في السنة أولى ثانوي.

حل التطبيق01

1. اتجاه تغير دالة معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$.

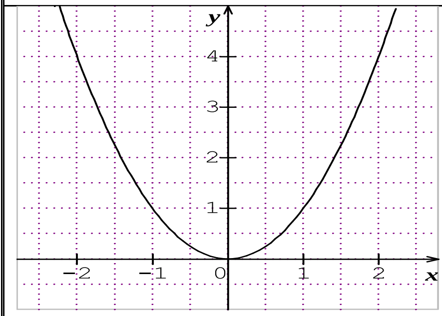
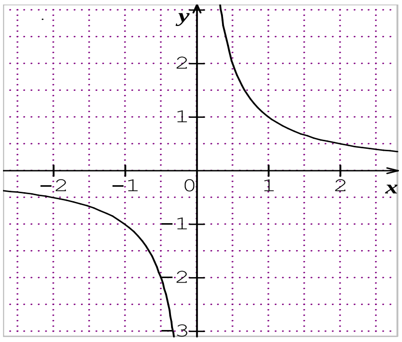
f دالة معرفة على مجال مجال I من $\mathbb{R}$.

- f متزايدة تماما على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I ، إذا كان $x_1 < x_2$ فإن: $f(x_1) < f(x_2)$. 60د
- f متناقصة تماما على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I ، إذا كان $x_1 < x_2$ فإن: $f(x_1) > f(x_2)$.
- f ثابتة على I يعني أنه من أجل كل عددين حقيقيين x_1 و x_2 من I ، $f(x_1) = f(x_2)$.

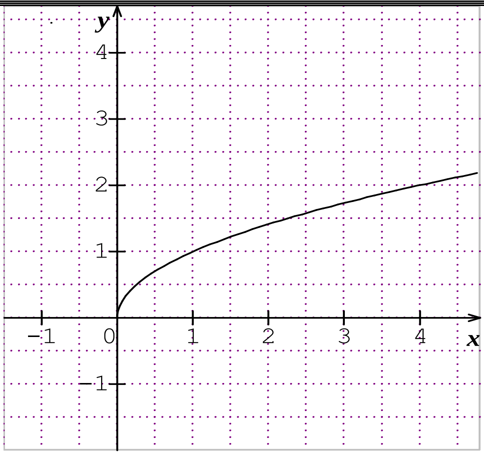
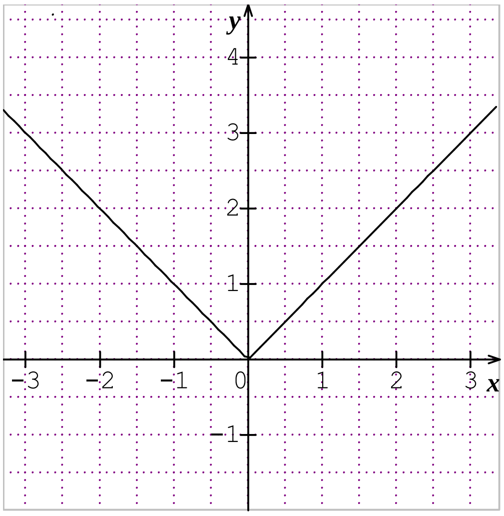
ملاحظة: إذا كانت الدالة f متزايدة آو متناقصة على مجال I نقول أنها رتيبة على هذا المجال.

2. التذكير باتجاه التغير والتمثيل البياني للدوال المرجعية التي درستها في السنة أولى ثانوي.

60د

الدالة	اتجاه التغير	التمثيل البياني
الدالة مربع $f : x \mapsto x^2$	f متناقصة تماما على المجال $]-\infty,0]$ إذا كان $x_1 < x_2 \le 0$ ، فإنَ $x_1^2 > x_2^2$. f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ إذا كان $0 \le x_1 < x_2$ ، فإنَ $x_1^2 < x_2^2$.	
الدالة مقلوب $f : x \mapsto \frac{1}{x}$	f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$ إذا كان $x_1 < x_2 < 0$ ، فإنَ $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$ f متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ إذا كان $0 < x_1 < x_2$ ، فإنَ $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$	

rachid2011yahi@gmail.com

دالة الجذر تربيعي $f:x\mapsto\sqrt{x}$	f متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ إذا كان $x_1<x_2$ ، فإن $\sqrt{x_1}<\sqrt{x_2}$	
دالة القيمة المطلقة $f:x\mapsto\|x\|$	f متناقصة تماما على المجال $]-\infty,0]$ إذا كان $x_1<x_2\leq 0$ ، فإنَ $\|x_1\|>\|x_2\|$. f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ إذا كان $0\leq x_1<x_2$ ، فإنَ $\|x_1\|<\|x_2\|$.	
الدالة التآلفية $f:x\mapsto ax+b$	إذا كان $a<0$ فإنَ f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ إذا كان $a>0$ فإنَ f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ إذا كان $a=0$ فإنَ f ثابتة تماما على $\mathbb{R}$	التمثيل البياني للدالة التآلفية في معلم هو مستقيم معامل توجيهه a .

تطبيق02:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2+6x+2$.

1. أحسب صور الأعداد 1، -2 و $\sqrt{3}$ بالدالة f .
2. أوجد سوابق العددين 2 و -7 بالدالة f .
3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=(x+a)^2-7$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه. هل يقبل العدد (-8) سوابق بالدالة f ؟.

rachid2011yahi@gmail.com

4. أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $[-3;+\infty[$ ، $]-\infty;-3]$.

حل التطبيق 02

1. حساب صور الأعداد 1، -2 ، $\sqrt{3}$ بالدالة f .

$f(\sqrt{3})=11+6\sqrt{3}\ ;\ f(-2)=-4\ ;\ f(1)=9$.

2. إيجاد سوابق العددين 2 و -7 بالدالة f .

- إيجاد سابقة العدد 2. من أجل ذلك نحل المعادلة $f(x)=2$ ، تكافئ $x^2+6x=0$ و منه $x=0$ أو $x=-6$ إذا سوابق العدد 2 هي 0 و -6 .
- إيجاد سابقة العدد -7. من أجل ذلك نحل المعادلة $f(x)=-7$ ، تكافئ $x^2+6x+9=0$ تكافئ $(x+3)^2=0$ و منه $x=-3$ إذا سوابق العدد -7 هي -3 .

3. تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=(x+a)^2-7$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.

لدينا: $f(x)=x^2+6x+2=(x+3)^2-3^2+2=(x+3)^2-7$

ومنه $a=-7$

العدد (-8) يقبل سوابق بالدالة f إذا قبلت المعادلة $f(x)=-8$ حلول في $\mathbb{R}$. $f(x)=-8$ تكافئ $(x+3)^2-7=-8$ و هذا يكافئ $(x+3)^2=-1$ وبما أنه لا يوجد عدد حقيقي مربعه عدد سالب فإن المعادلة $f(x)=-8$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$ وعليه لا توجد سوابق للعدد (-8) بالدالة f .

4. دراسة اتجاه تغير الدالة على كل من المجالين $]-\infty;-3]$ ، $[-3;+\infty[$.

- على المجال $]-\infty;-3]$

ليكن x_1 ، x_2 عددان حقيقيان من المجال $]-\infty;-3]$ حيث $x_1<x_2\le-3$ بإضافة 3 نجد $x_1+3<x_2+3\le0$ وبم أنَ الدالة مربع متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ فإنَ: $(x_1+3)^2>(x_2+3)^2$ بإضافة -7 لطرفي المتباينة نجد: $(x_1+3)^2-7>(x_2+3)^2-7$

أي: $f(x_1)>f(x_2)$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;-3]$.

- على المجال $[-3;+\infty[$

ليكن x_1 ، x_2 عددان حقيقيان من المجال $[-3;+\infty[$ حيث $-3\le x_1<x_2$ بإضافة 3 نجد $0\le x_1+3<x_2+3$ وبم أنَ الدالة مربع متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ فإنَ: $(x_1+3)^2<(x_2+3)^2$ بإضافة -7 نجد: $(x_1+3)^2-7<(x_2+3)^2-7$

أي: $f(x_1)<f(x_2)$ ومنه الدالة f متزايدة تماما على المجال $[-3;+\infty[$.

تطبيق03:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{3x-5}{x-2}$

1. تحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$, يكون: $f(x)=\dfrac{1}{x-2}+3$

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]2;+\infty[$ و $]-\infty;2[$.

حل التطبيق 03:

1. التحقق أنه من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$, يكون: $f(x)=\frac{1}{x-2}+3$

من أجل كل x من $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ لدينا: $\frac{1}{x-2}+3=\frac{1+3(x-2)}{x-2}=\frac{3x-5}{x-2}=f(x)$.

2. دراسة اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;2[$ ، $]2;+\infty[$.

- على المجال $]-\infty;2[$

ليكن x_1 ، x_2 عددان حقيقيان من المجال $]-\infty;2[$ حيث $x_1<x_2<2$ بإضافة -2 نجد $x_1-2<x_2-2<0$ وبم أنَ الدالة مقلوب متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$ فإنَ:

$\frac{1}{x_1-2}>\frac{1}{x_2-2}$ بإضافة 3 لطرفي المتباينة نجد: $\frac{1}{x_1-2}+3>\frac{1}{x_2-2}+3$

أي: $f(x_1)>f(x_2)$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;2[$.

- على المجال $]2;+\infty[$

ليكن x_1 ، x_2 عددان حقيقيان من المجال $]2;+\infty[$ حيث $2<x_1<x_2$ بإضافة -2 نجد $0<x_1-2<x_2-2$ وبم أنَ الدالة مقلوب متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ فإنَ:

$\frac{1}{x_1-2}>\frac{1}{x_2-2}$ بإضافة 3 لطرفي المتباينة نجد: $\frac{1}{x_1-2}+3>\frac{1}{x_2-2}+3$

أي: $f(x_1)>f(x_2)$ ومنه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]2;+\infty[$.

ثانوية عبد المجيد علاهم	الأستاذ:ياحي رشيد
الميدان:تحليل	المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية
الوحدة التعليمية: الدوال العددية.	التاريخ: 2014/09/17/
الموضوع: عمليات على الدوال.	الزمن: 2سا
• الكفاءات المستهدفة(المراد تحقيقها)	الوسائل التعليمية: الكوس –الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات

التشخيص و الإكتشاف البناء و الترسيخ	نشاط: نعتبر الدالتين f و g حيث : $f(x)=\frac{x^2+3x+2}{x+2}$ و $g(x)=x+1$ 1. أوجد مجموعة تعريف كلا من الدالتين f و g . 2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن : $(x+2)(x+1)=x^2+3x+2$. 3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن : $f(x)=x+1$. 4. أحسب $g(-2)$ ، هل يمكن حساب صورة -2 بالدالة f (برر جوابك) 5. هل الدالتين f و g متساويتان؟ 6. نعتبر الدوال f_1 ، f_2 ، f_3 و f_4 المعرفة على المجال $\mathbb{R}-\{-2\}$ كما يلي: $f_1(x)=f(x)+g(x)$ ، $f_2(x)=f(x)\times g(x)$ ، $f_3(x)=-2f(x)$ و $f_4(x)=g(x)+1$ - عين بدلالة x عبارة كل من $f_1(x)$ ، $f_2(x)$ ، $f_3(x)$ و $f_4(x)$. إنجاز النشاط **1.** إيجاد تعريف كلا من الدالتين f و g - الدالة f معرفة تكافئ $x+2\neq0$ أي $x\neq-2$ ومنه $D_f=\mathbb{R}-\{-2\}$. - بم أنه لا توجد قيمة ممنوعة للدالة g فإن: $D_g=\mathbb{R}$. **2.** تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن : $(x+2)(x+1)=x^2+3x+2$. - من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ لدينا : $(x+2)(x+1)=x^2+x+2x+2=x^2+3x+2$. **3.** تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f فإن : $f(x)=x+1$. - من أجل كل عدد حقيقي x من D_f لدينا : $f(x)=\frac{x^2+3x+2}{x+2}=\frac{(x+2)(x+1)}{x+2}=x+1$. **4.** حساب $g(-2)$ ، $g(-2)=-1$. لا يمكن حساب صورة -2 بالدالة f لأنَ الدالة f غير معرفة عند -2 . **5.** الدالتين f و g غير متساويتان لأنه ليس لهما نفس مجموعة التعريف. **6.** التعبير بدلالة x عن عبارة كل من $f_1(x)$ ، $f_2(x)$ ، $f_3(x)$ و $f_4(x)$	35د 40د	
الإكتشاف	**عمليات على الدوال** 1. **تساوي دالتين** **تعريف:** القول عن دالتين f و g أنهما متساويتان يعني أن لهما نفس مجموعة التعريف D و أن من أجل كل عدد حقيقي x من D لدينا: $f(x)=g(x)$ و نكتب: $f=g$	20د	

35د

.2 العمليات الجبرية على الدوال

f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب. λ و k عددان حقيقيان.

العملية	الرمز	التعريف	مجموعة التعريف
مجموع f و k	$f+k$	$(f+k)(x)=f(x)+k$	D_f
مجموع f و g	$f+g$	$(f+g)(x)=f(x)+g(x)$	$D_f \cap D_g$
جداء f بالعدد λ	λf	$(\lambda f)(x)=\lambda f(x)$	D_f
جداء f و g	$f\times g$	$(f\times g)(x)=f(x)\times g(x)$	$D_f \cap D_g$
حاصل قسمة f على g	$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$	$\{x\in D_f\cap D_g : g(x)\neq 0\}$

التقييم

مثال: f و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x^2$ و $g(x)=x+2$

- الدوال $f+3$ ، $f+g$ ، $-2f$ ، $f\times g$ هي الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$(f+3)(x)=x^2+3$ ، $(f+g)(x)=x^2+x+2$ ، $(-2f)(x)=-2x^2$ ،

$(f\times g)(x)=x^2(x+2)$

- الدالة $\frac{f}{g}$ هي الدالة المعرفة على $]-\infty,-2[\cup]-2,+\infty[$ بـِ: $\left(\frac{f}{g}\right)(x)=\frac{x^2}{x+2}$.

نشاط : نعتبر الدالتين f و g حيث : $f(x)=x-5$ و $g(x)=\sqrt{x}$.

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 5$ فإن $f(x)\in D_g$.
2. أحسب $g[f(x)]$.

إنجاز النشاط

1. تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 5$ فإن $f(x)\in D_g$.

- من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 5$ لدينا $x-5\geq 0$ أي $f(x)\geq 0$ ومنه $f(x)\in D_g$.

.2 حساب $g[f(x)]$ ، $g[f(x)]=g(x-5)=\sqrt{x-5}$.

مركب دالتين.

تعريف: f و g دالتان معرفتان على D_f و D_g على الترتيب. مركب الدالة f متبوعة بالدالة g هي الدالة التي نرمز إليها بالرمز $g\circ f$ و المعرفة على: $D_{g\circ f}=\{x / f(x)\in D_g$ æ $x\in D_f\}$ بـِ:

$$(g\circ f)(x)=g\left[f(x)\right]$$

مثال: لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـِ: $f(x)=-x+3$ و لتكن g الدالة الجذر التربيعي $(x\mapsto\sqrt{x})$ الدالة $g\circ f$ معرفة إذا كان: $f(x)\in D_g$ أي يكون $-x+3\geq 0$ ومنه $x\leq 3$ إذا مجموعة تعريف الدالة $g\circ f$ هي: $D=]-\infty,3]$ و لدينا:

rachid2011yahi@gmail.com

$\left(g\circ f\right)\left(x\right)=\sqrt{-x+3}$

تمرين محلول 6 ص 15.

نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\left]1;+\infty\right[$ و $\left[0;+\infty\right[$ على الترتيب بـ: $f(x)=2x^2+1$ و $g(x)=\sqrt{x-1}$

1. أكتب كلا من f و g على شكل مركب دالتين مرجعيتين يطلب تحديدهما.
2. عرف الدالتين $f\circ g$ و $g\circ f$.

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: الدوال العددية. الموضوع: اتجاه تغير الدوال من الشكل $f+k$ ، λf ، $f\circ g$. الكفاءات المستهدفة (المراد تحقيقها) :	الأستاذ: المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية التاريخ: الزمن: 2سا الوسائل التعليمية: الكوس –الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص	التذكير باتجاه تغير كل من الدالة مربع، الدالة مقلوب ، دالة الجذر تربيعي و الدالة التآلفية.	د02	
الاكتشاف	نشاط: h و g دالتان معرفتان على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x)=x^2$ و $g(x)=h(x)+2$ - أدرس اتجاه تغير كل من الدالتين h و g على المجال $[0;+\infty[$. ماذا تلاحظ ؟ انجاز النشاط: اتجاه تغير الدالة h : الدالة h هي الدلة مربع اذا هي متناقصة تماما على المجال $]-\infty,0]$ و متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ اتجاه تغير الدالة g : الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=h(x)+2=x^2+2$. - على المجال $]-\infty,0]$ ليكن x_1 ، x_2 عددان حقيقيان من المجال $]-\infty,0]$ حيث $x_1<x_2\leq 0$ وبم أنَ الدالة مربع متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ فإنَ: $x_1^2>x_2^2$ بإضافة 2 لطرفي المتباينة نجد: $x_1^2+2>x_2^2+2$ أي: $g(x_1)>g(x_2)$ ومنه الدالة g متناقصة تماما على المجال $]-\infty,0]$. - على المجال $[0;+\infty[$ ليكن x_1 ، x_2 عددان حقيقيان من المجال $[0;+\infty[$ حيث $0\leq x_1<x_2$ وبم أنَ الدالة مربع متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ فإنَ: $x_1^2<x_2^2$ بإضافة 2 لطرفي المتباينة نجد: $x_1^2+2<x_2^2+2$ أي: $g(x_1)<g(x_2)$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$. للدالتين h و g نفس اتجاه التغير على $\mathbb{R}$.	د10 د13 د10	
البناء **و** **الترسيخ**	اتجاه التغير الدالة: $f+k$ مبرهنة: f دالة رتيبة تماما على مجال I (متناقصة تماما أو متزايدة تماما) و k عدد حقيقي. للدالتين f و $f+k$ نفس اتجاه التغير على المجال I . مثال: نعتبر الدالتين f و g المعرفة على $]-1;+\infty[$ كالآتي: $f(x)=\frac{1}{x+1}$ ، $g(x)=\frac{1}{x+1}-1$. لدينا $g=f-1$ ومنه للدالتين f و g نفس إتجاه التغير على المجال $]-1;+\infty[$.	د15	
الإكتشاف	نشاط: h و g دالتان معرفتان على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=-2h(x)$ - أدرس اتجاه تغير كل من الدالتين h و g على المجال $[0;+\infty[$. ماذا تلاحظ. انجاز النشاط:	د20	

rachid2011yahi@gmail.com

البناء و الترسيخ	اتجاه تغير الدالة h: الدالة h هي دالة الجذر تربيعي اذا هي متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$. اتجاه تغير الدالة g: الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-2h(x)=-2\sqrt{x}$. - على المجال $[0;+\infty[$ ليكن x_1، x_2 عددان حقيقيان من المجال $[0;+\infty[$ حيث $0\le x_1<x_2$ وبم أنّ دالة الجذر تربيعي متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ فإنّ: $\sqrt{x_1}<\sqrt{x_2}$ بضرب طرفي المتباينة في العدد (-2) نجد: $-2\sqrt{x_1}>-2\sqrt{x_2}$ أي: $g(x_1)<g(x_2)$ ومنه الدالة g متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ _ _	15د	
التق الإكتشاف البناء	للدالتين h و g نفس اتجاه التغير على المجال $[0;+\infty[$. اتجاه تغير الدالة: λf مبرهنة: f دالة رتيبة تماما على مجال I و λ عدد حقيقي غير معدوم. - إذا كان $\lambda>0$ يكون للدالتين f و λf نفس اتجاه التغير على المجال I. - إذا كان $\lambda<0$ يكون اتجاها تغير الدالتين f و λf متعاكسين على المجال I. مثال: نعتبر الدالتين f و h المعرفتين على $]0;+\infty[$ كالآتي: $f(x)=\frac{1}{x}$ ، $h(x)=\frac{5}{x}$ لدينا $h=5f$ ومنه للدالتين f و g نفس إتجاه التغير على $]0;+\infty[$. ملاحظة: : لا يمكن إعطاء قواعد عامة تمكن من استنتاج اتجاه تغير الدالتين $(f+g)$ و $(f\times g)$ في كل الحالات إلا أن ذلك يكون ممكنا إذا أضيفت شروط على الدالتين f و g.	15د 20د	
	تطبيق. أدرس اتجاه تغير كل من الدوال التالية: 1. f هي الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{x}-3$ 2. g هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-2x^2$ 3. g هي الدالة المعرفة على $]-\infty;0[$ بـ: $g(x)=\frac{-3}{x}+1$		
و الترسيخ التقييم	نشاط نعتبر الدالتين u و v المعرفتين على $[1.5;+\infty[$ و $]-\infty;0]$ على الترتيب بـ: $v(x)=x^2$ و $u(x)=-2x+3$ - أدرس أتجاه تغير كل من الدالتين u و v . - عرف الدالة g حيث $g=v\circ u$ ثم أدرس اتجاه تغيراتها. انجاز النشاط دراسة اتجاه تغير الدالة u: الدالة u هي الدلة مربع اذا هي متزايدة تماما على المجال $[1.5;+\infty[$ () $[0;+\infty[$ دراسة اتجاه تغير الدالة v: الدالة v هي دالة تآلفية وبما $-2<0$ فإن الدالة v متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ بـ :		

لدينا من أجل كل x من $[1;+\infty[$: $g(x)\geq 0$ أي $g(x)\in[0;+\infty[$ ومنه الدالة $f\circ g$ معرفة على $[1;+\infty[$

الدالة معرفة اذا كان من أجل كل عدد حقيقي

اتجاه تغير الدالة: $g\circ f$

مبرهنة: f دالة رتيبة تماما على مجال I و g دالة رتيبة تماما على مجال J حيث:من أجل كل x من I، $f(x)$ ينتمي إلى J.

- إذا كان للدالتين f و g نفس اتجاه التغير تكون الدالة $g\circ f$ متزايدة تماما على I.
- إذا كان اتجاها تغير الدالتين f و g متعاكسين تكون الدالة $g\circ f$ متناقصة تماما على I.

تطبيق: أدرس اتجاه تغير كل من الدالتين الآتيتين:

1) f هي الدالة المعرفة على $]-\infty;1]$ بِـ: $f(x)=\sqrt{-x+1}$

2) g هي الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[$ بِـ: $g(x)=\dfrac{1}{x+1}$

ثانوية عبد المجيد علاهم

الميدان: تحليل

الوحدة التعليمية: الدوال العددية.

الموضوع: التمثيل البياني للدوال من الشكل: $x \mapsto f(x+a)+b$ ، λf ، $|f|$.

الكفاءات القاعدية: تمثيل دالة بيانيا باستعمال الدوال المرجعية عندما يكون ذلك ممكنا.

الأستاذ:

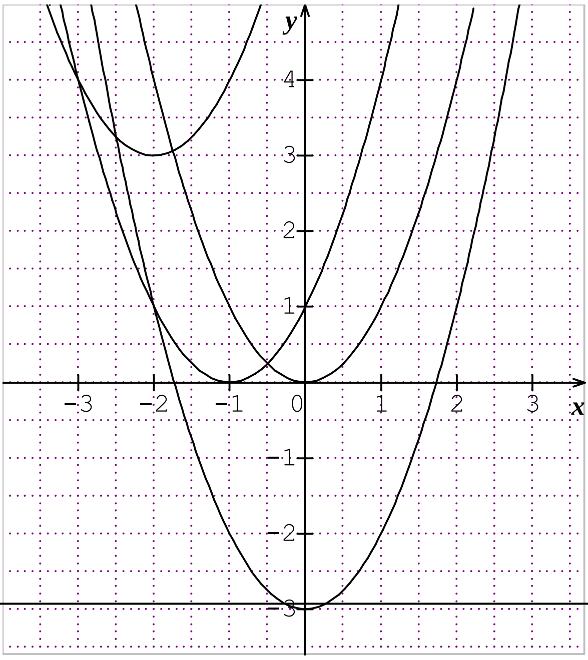
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية

التاريخ:

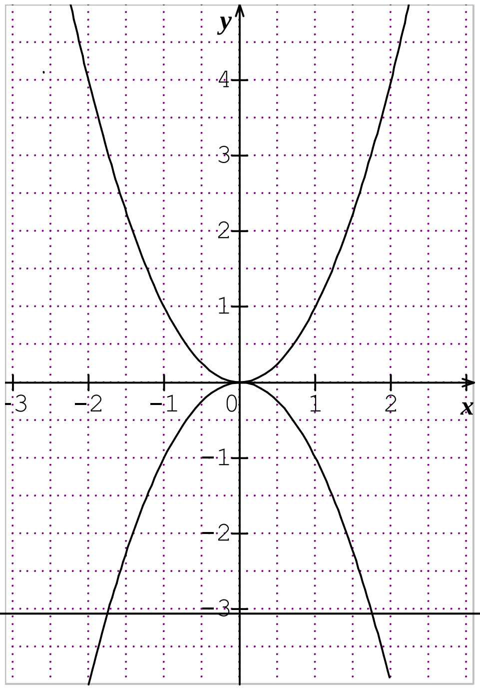
الزمن: 3 سا و 30د .

الوسائل التعليمية: الكوس –الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	**المحتوى المعرفي**	**المدة**	**توجيهات وتعليقات**

التشخيص **و** **الإكتشاف**	نشاط: نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـِ: $f(x)=x^2$ و $g(x)=(x+2)^2+1$ و ليكن (C_f) ، (C_g) تمثيليهما البيانيين على الترتيب . 1. استعن بجدول قيم مساعدة لإنشاء (C_f) و (C_g). 2. لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x ولتكن M' نقطة من (C_g) فاصلتها $x-2$.	25د	نمثل بيانيا الدوال $x\mapsto f(x+b)+k$ ، λf
البناء **و** **الترسيخ**	- بين أن الشعاع $\overrightarrow{MM'}$ ثابت ثم أوجد العلاقة بين (C_f) و (C_g) . التمثيل البياني للدالة: $x\mapsto f(x+b)+k$ لتكن f و g دالتين معرفتين على D حيث: من أجل كل x من D لدينا: $g(x)=f(x+b)+k$ حيث b و k عددان حقيقيان معلومان.نرمز بـِ: (C_f) و (C_g) إلى تمثيليهما البيانيين على الترتيب في معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-b\vec{i}+k\vec{j}$. حالات خاصة 1. إذا كانت $b=0$ فإن: (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $k\vec{j}$. 2. إذا كانت $k=0$ فإن: (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $-b\vec{i}$. مثال: نعتبر الدوال f ، g ، h ، المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x+2)^2+3$ ، $g(x)=x^2-3$ ، $h(x)=(x+1)^2$. (C_f) هو صورة منحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $-2\vec{i}+3\vec{j}$ (C_g) هو صورة منحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $-3\vec{j}$ (C_h) هو صورة منحنى الدالة مربع بالانسحاب الذي شعاعه $-\vec{i}$ 	45د	
التشخيص **و** **الإكتشاف**	نشاط: f و g دالتان معرفتان على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=2\sqrt{x}$ 1. إستعن بجدول قيم مساعدة لإنشاء (C_f) و (C_g). 2. لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x ولتكن M' نقطة من (C_g) فاصلتها x	25د	
	- قارن بين ترتيبتي النقطتين M و M' ثم أوجد العلاقة بين (C_f) و (C_g) .		

rachid2011yahi@gmail.com

البناء و الترسيخ	التمثيل البياني للدالة: λf مبرهنة: ليكن (C_f) و $(C_{\lambda f})$ التمثيلين البيانيين في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ للدالتين f و (λf) على الترتيب حيث λ عدد حقيقي غير معدوم. و لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x. نحصل على نقطة من $(C_{\lambda f})$ ذات الفاصلة x بضرب ترتيب النقطة M في العدد λ. ملاحظة: إذا كان $\lambda=-1$ يكون المنحنيان (C_f) و (C_{-f})، المرسومان في معلم متعامد، متناظرين بالنسبة لمحور الفواصل. مثال: نعتبر الدالتين f ، g المعرفتين على $\mathbb{R}$ كالآتي: $f(x)=x^2$ ، $g(x)=-x^2$ و لتكن (C_f)، (C_g) تمثيليهما البيانيين في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ لدينا $g=-f$ ومنه (C_f) و (C_g) متناظران بالنسبة لمحور الفواصل 	45د	
التشخيص و التقييم	نشاط: – ذكر بالقيمة المطلقة لعدد حقيقي x. – نعتبر دالة f معرفة على مجال I من $\mathbb{R}$. أكتب العدد $\lvert f(x)\rvert$ دون رمز القيمة المطلقة. – أكمل مايلي: إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f(x)\le 0$ فإن (C_f) يقع .... إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x من I : $f(x)\ge 0$ فإن (C_f) يقع .... تمرين محلول 10 ص 19. نعتبر الدالتين f و g المعرفتين على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^2-4$ و $g(x)=\lvert f(x)\rvert$. نسمي (C_f) و (C_g) تمثيلاهما البيانيان على الترتيب في معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. 1. ارسم المنحني (C_f) انطلاقا من (C_h) التمثيل البياني للدالة $h:x\mapsto x^2$ (h هي الدالة " مربع ") 2. بين كيف يمكن استنتاج (C_g) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه. 3. إقترح طريقة لرسم التمثيل البياني للدالة $\lvert f\rvert$. تمرين 50 ص 30.	20د 35د 20د	

ثانوية عبد المجيد علاهم

الميدان:تحليل

الوحدة التعليمية: دوال كثيرات الحدود.

الموضوع: التعرف على دالة كثير حدود ودرجتها.

الكفاءات القاعدية:

الأستاذ:

المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية

التاريخ:

الزمن: 2 سا.

الوسائل التعليمية: الكوس –الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات

rachid2011yahi@gmail.com

الاكتشاف	نشاط : 1. بسط ثم رتب العبارة $f(x)$ حيث: $f(x)=3x+2x^5-3(2x+x^2+1)$. 2. ما هو الحد الأعلى درجة في العبارة $f(x)$ وحدد معامل هذا الحد و درجته.	10د	
البناء و الترسيخ	الدالة كثير حدود تعريف: – نسمي دالة كثير حدود كل دالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0$ حيث n عدد طبيعي و a_0، a_1، ... ، a_n أعداد حقيقية ثابتة. – يسمى العدد الطبيعي n درجة كثير الحدود f ، تسمى الأعداد a_0، a_1، ... ، a_n معاملاته و يسمى $a_p\,x^p$ الحد الذي درجته p . أمثلة: ■ كل دالة ثابتة: $x\mapsto a_0$ ($a_0\neq 0$) هي كثير حدود درجته 0. ■ كل دالة تآلفية: $x\mapsto ax+b$ ($a\neq 0$) هي كثير حدود درجته 1. ■ كل دالة: ($a\neq 0$) $x\mapsto ax^2+bx+c$ هي كثير حدود درجته 2 (تسمى أيضا ثلاثي حدود من الدرجة الثانية) تطبيق: عين الصيغة العامة لكثير حدود من الدرجة الثالثة، من الدرجة الرابعة. تساوي كثيري حدود مبرهنة: يكون كثيرا حدود ، غير معدومين، متساويين إذا و فقط إذا كانا من نفس الدرجة و كانت معاملات الحدود من نفس الدرجة متساوية.	35د	
التقييم	مثال : إذا كان لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $ax^3+bx^2+cx+d=2x^3-x+3$ فإن: $a=2$ ، $b=0$ ، $c=-1$ و $d=3$.	25د	
البناء و الترسيخ	تمرين : f دالة كثير حدود معرفة بـ: $f(x)=x^3+x^2-4x-4$ – عين بطريقتين مختلفتين الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$ جذر كثير حدود تعريف: ليكن f كثير حدود درجته أكبر من أو تساوي 1 و α عدد حقيقي. العدد α جذر لكثير الحدود f يعني $f(\alpha)=0$. مثال: ليكن f كثير الحدود المعرف بـ: $f(x)=x^3-x^2-x-2$. لدينا: $f(2)=0$ ومنه 2 هو جذر لكثير الحدود f تحليل كثير حدود باستعمال العامل $(x-\alpha)$ مبرهنة: ليكن f كثير حدود درجته أكبر من أو تساوي 1 و α عدد حقيقي. – إذا كان $f(\alpha)=0$ (α جذر لكثير الحدود f) فإنه يوجد كثير حدود g بحيث من أجل كل عدد	25د	
	حقيقي x لدينا: $f(x)=(x-\alpha)g(x)$	25د	

rachid2011yahi@gmail.com

التقييم	<u>مثال</u>: ليكن f كثير الحدود المعرف بـ: $f(x)=x^3-x^2-4x+4$ لدينا $f(2)=0$ ، إذا يوجد كثير حدود g من الدرجة الثانية أي $g(x)=ax^2+bx+c$ حيث $f(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$. تمرين 24 ص 53.		

<table>
<tr>
<td>ثانوية عبد المجيد علاهم
الميدان:تحليل
الوحدة التعليمية: دوال كثيرات الحدود.
الموضوع: المعادلات والمتراجحات من الدرجة الثانية.
الكفاءات القاعدية:</td>
<td>الأستاذ:
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية
التاريخ:
الزمن: 2 سا و 30د.
الوسائل التعليمية: الصبورة–الكتاب المدرسي.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<th>مراحل الدرس</th>
<th>المحتوى المعرفي</th>
<th>المدة</th>
<th>توجيهات وتعليقات</th>
</tr>
<tr>
<td>التشخيص</td>
<td>حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: أ) $x^2+x+1=0$ ب) $x^2-4x+4=0$ جـ) $x^2+x-6=0$</td>
<td>10د</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>البناء
و
الترسيخ</td>
<td>1. حل المعادلة: $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$
مبرهنة: نعتبر المعادلة من الدرجة الثانية ذات المجهول x التالية: $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$
<table>
<tr>
<th>إذا كان:</th>
<th>حلول المعادلة $ax^2+bx+c=0$ هي:</th>
<th>يتم تحليل ax^2+bx+c على الشكل:</th>
</tr>
<tr>
<td>$\Delta>0$</td>
<td>$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ، $x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$</td>
<td>$a(x-x_1)(x-x_2)$</td>
</tr>
<tr>
<td>$\Delta=0$</td>
<td>$x_1=x_2=\frac{-b}{2a}$</td>
<td>$a(x-x_1)^2$</td>
</tr>
<tr>
<td>$\Delta<0$</td>
<td>لا توجد حلول</td>
<td>ax^2+bx+c لا يمكن تحليل</td>
</tr>
</table>
</td>
<td>20د</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>التقييم</td>
<td>ملاحظة: إذا كان $\Delta=0$ نقول أن المعادلة $ax^2+bx+c=0$ تقبل حلا مضاعفا.
تمرين33 صفحة 54. في كل حالة من الحالات ، حل المعادلة $f(x)=0$ ثم استنتج تحليلا لـ $f(x)$.
1) $f(x)=x^2-3x+2$
2) $f(x)=3x^2-5x+2$
3) $f(x)=-9x^2-3x+2$</td>
<td>30د</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>التشخيص</td>
<td>4) $f(x)=-5x^2+8x-3$
نشاط:
- ذكر بإشارة العبارة $ax+b$ حيث a و b عددان حقيقيان و $a\neq 0$.</td>
<td>20د</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>البناء
و</td>
<td>- أدرس إشارة العبارات التالية: $3x+1$، $-3x+5$، $-2x-7$.
- حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المتراجحة التالية: $(3x-4)(x-1)\leq 0$
2. المتراجحات من الدرجة الثانية:
تعريف: نسمي متراجحة من الدرجة الثانية، ذات المجهول x ، كل متراجحة يمكن كتابتها على أحد الشكلين التاليين: $ax^2+bx+c\geq 0$ ، $ax^2+bx+c>0$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية ثابتة مع $a\neq 0$.
3. إشارة ثلاثي الحدود: ax^2+bx+c $(a\neq 0)$
الحالة1 : $\Delta>0$</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

rachid2011yahi@gmail.com

الترسيخ 60د

لدينا

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

حيث:

$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$.

بفرض $x_1<x_2$ نحصل على الجدول المقابل

x	x_1 x_2 $+\infty$ $-\infty$
$x-x_1$	- 0 + | +
$x-x_2$	- | - 0 +
	إشارة a 0 إشارة $(-a)$ 0 إشارة a

مثال: أدرس إشارة العبارة: x^2+5x+4 .

الحالة2: $\Delta=0$

لدينا $ax^2+bx+c=a(x-x_1)^2$ حيث: $x_1=\dfrac{-b}{2a}$ ومنه إشارة ax^2+bx+c من إشارة a . ويمكن تلخيصها في جدول كالتالي

x	$-\infty$ x_1 $+\infty$
ax^2+bx+c	إشارة a 0 إشارة a

مثال: أدرس إشارة العبارة: x^2+6x+9 .

التقييم 30د

الحالة3: $\Delta<0$

إشارة ax^2+bx+c ملخصة في الجدول التالي:

x	$-\infty$ $+\infty$
ax^2+bx+c	إشارة a

مثال: أدرس إشارة العبارة: $-2x^2+6x-9$.

تمرين: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

ا) $2x^2+4x-6\leq 0$ ب) $-x^2+10x-25\geq 0$ جـ) $x^2-x+4<0$

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم	الأستاذ:
الميدان:تحليل	المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية
الوحدة التعليمية: الدوال كثيرات الحدود.	التاريخ:
الموضوع: حلّ مسائل تستخدم فيها معادلات و/أومتراجحات من الدرجة الثانية..	الزمن: 1 سا و 30د.
الكفاءات القاعدية:	الوسائل التعليمية: الصبورة–الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	**المحتوى المعرفي**	المدة	توجيهات وتعليقات

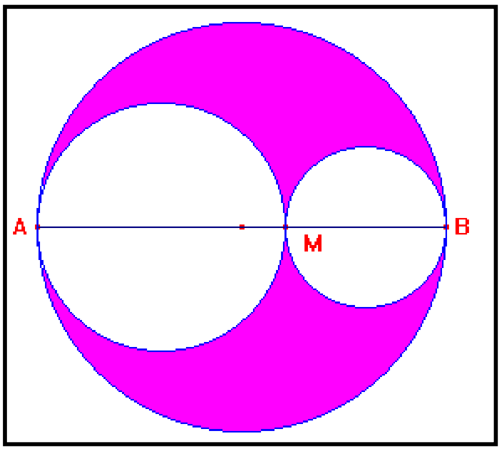
مسألة 1 ص 49 ‏45د

نعتبر دائرة قطرها $[AB]$ حيث $AB=4$. M نقطة من $[AB]$

ننشئ الدائرتين اللتين قطراهما $[AM]$ و $[MB]$.

نرمز بـ S إلى مساحة الحيز الملون و بـ a إلى مساحة القرص الذي قطره $[AB]$. نضع $AM=x$

1. أحسب S بدلالة x .
2. هل توجد وضعية للنقطة M يكون من أجلها: $S=\frac{1}{2}a$ ؟
3. عين قيم x التي يكون من أجلها: $S>\frac{1}{4}a$.



مسألة 2(ص 87) ‏45د

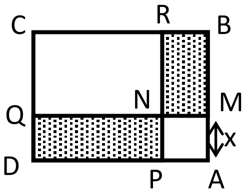
ليكن المستطيل $ABCD$ عرضه $AB=3\ cm$ وطوله $BC=5\ cm$.

النقطة M تتغير على القطعة المستقيمة $[AB]$ ونضع $AM=x$.

نرسم المربع $AMNP$ حيث $P\in[AD]$ والمستطيلين $MBRN$ و $NPDQ$.

1) عين قيم العدد الحقيقي x حتى تكون $S(x)$ مجموع مساحتي المستطيلين $MBRN$ و $NPDQ$ أكبر ما يمكن.

2) من أجل أي قيم للعدد x تكون $S(x)$ تساوي نصف مساحة المستطيل $ABCD$.



نعمل على أن يصبح تحديد إشارة ثلاثي الحدود من الدرجة الثانية آليا عند التلميذ أثناء حلّ هذا النوع من المسائل.

ثانوية عبد المجيد علاهم
الميدان:هندسة
الوحدة التعليمية: المرجع في المستوي.
الموضوع: مرجح نقطتين.
الكفاءات القاعدية: إنشاء مرجح نقطتين -استعمال المرجح لإثبات استقامية نقط _ تعيين مجموعات نقطية بإستعمال المرجح.

الأستاذ:ياحي رشيد
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية
التاريخ:2013/10/24م
الزمن: 6 سا.
الوسائل التعليمية: الكوس– المدور – الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص الإكتشاف	نشاط 1: - أذكر متى تكون نقط C ، B ، A في استقامة واحدة . - A و B نقطتان من المستوي ولتكن G نقطة من المستوي تحقق: $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ حيث α و β عددين حقيقيين ثابتين. أنشئ النقطة G في الحالات التالية: (1 $\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ (2 $-2\overrightarrow{GA}+5\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ (3 $5\overrightarrow{GA}-2\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ نشاط 2: (1 صفحة 178)		توظيف نظرية طاليس في إنشاء مرجح نقطتين.
البناء و الترسيخ	تعريف: لتكن A و B نقطتين متمايزتين و ليكن α و β عددين حقيقيين حيث $\alpha+\beta\neq 0$.نسمي مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب النقطة G حيث .: $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ ملاحظات: 1. إذا كانت نقطة A مرفقة بالعدد الحقيقي α الثنائية (A,α) تسمى نقطة مثقلة . 2. الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ تسمى جملة نقطتين مثقلتين و النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$. 3. إذا كانت A منطبقة على B فإن A منطبقة على G. 4. إذا كان $\alpha=\beta$ نحصل على $\overrightarrow{GA}=-\overrightarrow{GB}$ (أي النقطة G منتصف القطعة $[AB]$) تسمى عندئذ G مركز المسافتين المتساويتين للنقطتين A و B.وفي هذه الحالة نأخذ $\alpha=\beta=1$. مبرهنة : إذا كانت النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب فإن النقطة G وحيدة. برهان: $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ معناه $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ ومنه $(\alpha+\beta)\overrightarrow{GA}=-\beta\overrightarrow{AB}$ بما أن		
التقييم	$\alpha+\beta\neq 0$ فإن: $\overrightarrow{AG}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\overrightarrow{AB}$. A و B نقطتان ثابتتان إذا G وحيد . تطبيق 1 A و B نقطتان متمايزتان من المستوي. – أنشئ النقطة G مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 3 و 1 على الترتيب . – أنشئ النقطة H مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين 4- و 3 على الترتيب . – لتكن النقط K حيث أن: $\overrightarrow{AK}=-\frac{8}{3}\overrightarrow{AB}$. – أثبت أن K مرجح النقطتين A و B مرفقتين بمعاملين صحيحين يطلب تعيينهما – أثبت أن كل نقطة من المستقيم (AB) هي مرجح للنقطتين A و B مرفقتين بمعاملين يطلب تعيينهما .		

تطبيق 2

✓ بين أنه إذا كانت النقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$ فإن:

- G مرجح الجملة المثقلة $\{(A,k\alpha);(B,k\beta)\}$. حيث k عدد حقيقي غير معدوم .
- النقط A ، B و G على استقامة واحدة .
- من أجل كل نقطة M من المستوي فإن: $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{MG}$.

تمرين 29 ص 194 (إستعمال المرجح لأثبات إستقامية نقط) ليكن ABC مثلثا .

B' مرجح $(A,-2)$ و $(C,1)$

A' مرجح $(A,2)$ و $(B,-3)$

C' مرجح $(C,-1)$ و $(B,3)$

التشخيص

1. أنشئ الشكل.
2. بين انه مهما كانت النقطة M من المستوي:

$$-\overrightarrow{MA'}-\overrightarrow{MB'}+2\overrightarrow{MC'}=\vec{0}$$

3. استنتج أن النقط A' ، B' و C' في استقامية.

التقييم

نشاط: A ، B نقطتان متمايزتان من المستوي، لتكن M نقطة من المستوي .

1. ما هي مجموعة النقط M التي تحقق: $MA=3cm$.
2. ماهي مجموعة النقط M التي تحقق: $MA=MB$.

3) عين وأنشئ المجموعة (Γ_1 مجموعة النقط) حيثM

$$\left\{M\in(P)/\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|\right\}$$

4) عين وأنشئ المجموعة (Γ_2 مجموعة النقط) حيثM

$$\left\{M\in(P)/\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=AB\right\}$$

5) نفس السؤال (Γ_3)

$$\left\{M\in(P)/\left\|-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|\right\}$$

تطبيق 66 ص 199 (تعيين مجموعات نقطية باستعمال المرجح)

A ، B نقطتان متمايزتان من المستوي حيث $AB=3cm$. نعرف النقطة K بالعلاقة $\overrightarrow{AK}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

1) أثبت أن K مرجح للنقطتين A و B بمعاملات يطلب تعيينها.

2) عين ثم أنشئ المجموعة E_1 ، مجموعة النقط M من المستوي حيث $\left\|5\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|=AB$.

3) عين ثم أنشئ المجموعة E_2 ، مجموعة النقط M من المستوي حيث

$$\left\|5\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|=2MB$$

تمرين 03: (إحداثيي مرجح نقطتين)

المستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$. لتكن النقطة G مرجح الجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta)\}$. نضع $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ و $G\ (x_G;y_G)$

تقترح أمثلة يوظف فيها المرجح لدراسة مجموعات نقطية وتعيبيها و إنشائهاو (تحديد وضبط المجموعات النقطية التي تدرس وهي : الدائرة ، ، المستقيم محور قطعة ، مستقيمة مجموعة عددا تضم منته من النقط).

– بين أن: $\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}=(\alpha+\beta)\overrightarrow{OG}$ ثم أوجد إحداثيي النقطة G.

تطبيق 04:

المستوي منسوب إلى معلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.لتكن النقط $A(1;2)$ ، $B(-1;4)$.

1) عين إحداثيات النقطة G منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.

2) عين إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\{(A,-3);(B,1)\}$.

ثانوية عبد المجيد علاهم

الميدان:هندسة

الوحدة التعليمية: المرجح في المستوي.

الموضوع: مرجح ثلاث نقط.

الكفاءات القاعدية: إنشاء مرجح ثلاث نقاط . استعمال المرجح لإثبات تلاقي مستقيمات.

الأستاذ: ياحي رشيد

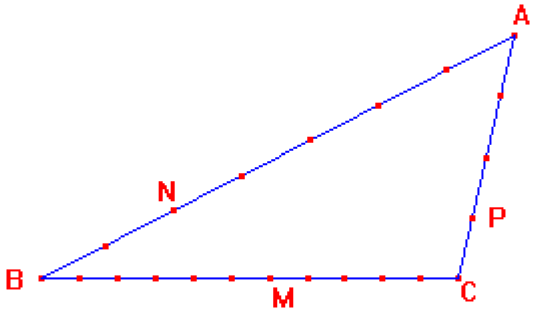
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية

التاريخ:2013/11/10 م

الزمن: 3 سا .

الوسائل التعليمية: المدور–الكوس–الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات

التشخيص و الإكتشاف	نشاط 02 ص 178.	20د	.
البناء و الترسيخ	مرجح ثلاث نقط 1. تعريف مرجح ثلاث نقط تعريف: A ، B ، و C ثلاث نقط و α ، β و γ ثلاثة أعداد حقيقية حيث $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$. نسمي مرجح النقط A ، B ، و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب النقطة G حيث: $\alpha\overrightarrow{GA}+\beta\overrightarrow{GB}+\gamma\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ ملاحظة: إذا كانت المعاملات متساوية و غير معدومة يسمى G مركز المسافات المتساوية للنقط A ، B ، و C ونأخذ في هذه الحالة المعاملات مساوية لـ 1 ،عندئذ و إذا كانت النقط ليست على استقامة واحدة النقطة G هي مركز ثقل المثلث ABC ، مبرهنة1: إذا كانت النقطة G مرجحا للنقط A ، B ، و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب فإن النقطة G وحيدة. 2. خاصية التجميع مبرهنة: G مرجح النقط A ، B ، و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب إذا كان $\alpha+\beta\neq 0$ و كانت D مرجح النقطتين A و B المرفقتين بالمعاملين α و β على الترتيب. فإن النقطة G مرجح النقطتين D و C المرفقتين بالمعاملين $\alpha+\beta$ و γ على الترتيب.	40د	
التقييم	تمرين 01 : A ، B ، و C ثلاث نقط من المستوي . أنشئ النقطة G مرجح النقط A ، B ، و C المرفقة بالمعاملات -1 ، 1 و 2 على الترتيب . تمرين 33 ص 195 (إستعمال المرجح لأثبات تلاقي مستقيمات) ABC مثلث . M ، N و P نقاط من $[BC]$ ، $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب كما هو مبين في الشكل  1) عبر عن M كمرجح للنقطتين B و C و عن N كمرجح للنقطتين A و B وعن P كمرجح للنقطتين A و C. 2) بين أن المستقيمات (AM) ، (NC) و (BP) متقاطعة في نقطة واحدة. تمرين 03: المستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.لتكن النقطة G مرجح النقط A ، B و C المرفقة بالمعاملات α ، β و γ على الترتيب.نضع $A(x_A;y_A)$ ، $B(x_B;y_B)$ و $C(x_C;y_C)$ و $G\ (x_G;y_G)$ 1. بين أنه من أجل كل نقطة M من المستوي فإن ، $\alpha\overrightarrow{MA}+\beta\overrightarrow{MB}+\gamma\overrightarrow{MC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{MG}$. 2. استنتج أن: $\alpha\overrightarrow{OA}+\beta\overrightarrow{OB}+\gamma\overrightarrow{OC}=(\alpha+\beta+\gamma)\overrightarrow{OG}$ ثم أوجد إحداثيي النقطة G. تمرين 04: المستوي منسوب إلى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.لتكن النقط $A(1;2)$ ، $B(-1;4)$ و $C(-3;3)$. 3) أثبت أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة .	120د	

rachid2011yahi@gmail.com

4) عين إحداثيات مركز ثقل المثلث ABC .

5) عين إحداثيات النقطة H مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,-3);(C,2)\}$.

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان:تحليل الوحدة التعليمية: الإشتقاقية. الموضوع: العدد المشتق. الكفاءات القاعدية: حساب العدد المشتق لدالة عند عدد حقيقي.	الأستاذ: ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية التاريخ:2013/11/24م الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
الإكتشاف	نشاط 1 ص 62	30د	يمكن مقاربة العدد المشتق بيانيا بعدة طرق، ونقترح كمثال على ذلك، المرور من السرعة المتوسطة إلى السرعة اللحظية في الحركات المستقيمة حيث نبدأ بتلك التي معادلاتها الزمنية للحركة من الدرجة الثانية ● نعرف العدد المشتق للدالة f عند x_0 بأنّه النهاية المنتهية للدالة : $h \mapsto \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ لمّا يؤول h إلى 0 نقول عندئذ إنّ f قابلة للاشتقاق عند x_0 ونرمز للعدد المشتق للدّالة f بالرمز $f'(x_0)$. .
البناء و الترسيخ	**1. نهاية حقيقية لدالة عند الصفر** تعريف D_f مجال من مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ يشمل الصفر . القول أن العدد الحقيقي l هو نهاية للدالة f عند العدد 0 معناه عندما يأخذ x قيما قريبة من 0 بالقدر الكافي فإن العدد $f(x)$ يأخذ قيما قريبة من l بالقدر الذي نريد . و نكتب $\lim_{x\to 0} f(x)=l$ **2. دالة قابلة للإشتقاق عند عدد.** تعريف: f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$. x_0 عدد من D_f. القول أن الدالة f قابلة للإشتقاق عند العدد x_0 معناه الدالة: $h \mapsto \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$: g تقبل نهاية حقيقية l عند 0 . أي $\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=l$. يسمى l العدد المشتق للدالة f في العدد x_0 . و نرمز له بـ $f'(x_0)$ أي $f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}=l$ ملاحظة: العدد $\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ يسمى نسبة تزايد الدالة f بين العددين x_0 و x_0+h مثال نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^2+3$. –أحسب العدد المشتق للدالة g عند $x_0=0$ ؛ $x_0=-2$ **3. الدالة المشتقة لدالة f .** **تعريف:** f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$. نقول أن الدالة f قابلة للاشتقاق على D_f إذا وفقط إذا كانت قابلة للاشتقاق عند كل عدد من D_f . تسمى الدالة التي ترفق بكل x من D_f العدد المشتق $f'(x)$ الدالة المشتقة للدالة f على D_f . ويرمز لها بـ f' .. و نكتب $f':x\mapsto f'(x)$	60د 15د	
التقييم	تمرين محلول2 صفحة65. f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x^2+2$. أثبت أن الدالة f قابلة للاشتقاق على$\mathbb{R}$ وعيّن دالتها المشتقة f' .	15د	

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم

الميدان:تحليل

الوحدة التعليمية: الإشتقاقية.

الموضوع: التفسير الهندسي للعدد المشتق.

الكفاءات القاعدية: تعيين معادلة مماس دالة عند قيمة .

الأستاذ: ياحي رشيد.

المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.

التاريخ:2013/12/01م.

الزمن: 2 سا.

الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات

<table>
<tr>
<td>التشخيص
و
الإكتشاف</td>
<td>نشاط 1
f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\sqrt{x}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;I,J)$.
1. أنشئ (C_f) على المجال $[0;3]$.
2. A نقطة من (C_f) فاصلتها 1.
– أكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A ومعامل توجيهه هو $f'(1)$.
– أنشئ (Δ) .ماذا تلاحظ؟
3. لتكن الدالة التآلفية g الممثلة بالمستقيم (Δ).
– أعط عبارة $g(x)$.
– بإستعمال آلة حاسبة أعط قيمة مقربة للعدد $f(1,001)$ إلى 10^{-4} .
– أحسب $g(1,001)$ ماذا تستنتج؟</td>
<td>35د</td>
<td rowspan="3">● تفسّر قابلية الاشتقاق للدالة f بوجودُ مماس لتمثيلها البياني، معامل توجيهه هو $f'(x_0)$. ثمّ يتم إجراء التقريب الخطي لهذه الدّالة بجوار القيمة x_0 بواسطة الدالة التآلفية :
$x \mapsto f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$
أي :
$f(x)\approx f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$</td>
</tr>
<tr>
<td>البناء
و
الترسيخ</td>
<td>التفسير الهندسي للعدد المشتق.
1. معادلة المماس لمنحنى دالة عند نقطة.
تعريف: f دالة معرفة على مجال D_f من $\mathbb{R}$. x_0 عدد من D_f حيث f قابلة للإشتقاق عند x_0 و $f'(x_0)$ العدد المشتق عند العدد x_0 . ليكن (C_f) رسمها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$. مماس المنحنى (C_f) عند النقطة $A(x_0, f(x_0))$ هو المستقيم الذي يشمل A و معامل توجيهه $f'(x_0)$. معادلته هي: $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.
مثال
f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x^2+2$. ليكن (C_f) رسمها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$
● عين معادلة لِـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة A التي فاصلتها 1 .
2. التقريب التآلفي لدالة عند قيمة.
في التعريف السابق لدينا $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ إذن (T) هو التمثيل البياني لدالة تآلفية g حيث: $g(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.
الدالة التآلفية g تسمى تقريبا تآلفيا للدالة f بجوار العدد x_0 ونقبل أنها هي أحسن تقريب تألفي للدالة f بجوار x_0 ونكتب $f(x)\approx f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.</td>
<td>60د</td>
</tr>
<tr>
<td>التقييم</td>
<td>تمرين محلول 4 ص 67.</td>
<td>25د</td>
</tr>
</table>

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان:تحليل الوحدة التعليمية: الإشتقاقية. الموضوع: الدالة المشتقة. الكفاءات القاعدية مشتقات دوال مألوفة .	الأستاذ: ياحي رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2013/12/04م. الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.

rachid2011yahi@gmail.com

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص و الإكتشاف	نشاط أحسب مشتقات الدوال التالية $f:x\mapsto ax+b$ (حيث a و b عددان حقيقيان و $a\neq 0$) على $\mathbb{R}$؛ $f:x\mapsto x^2$ على $\mathbb{R}$؛ $f:x\mapsto\sqrt{x}$ على المجال $]0;+\infty[$ ؛ $f:x\mapsto\frac{1}{x}$ على $\mathbb{R}^*$.	20د	●نجعل التلميذ يستعمل الرمزين f' ، $f'(x)$ و يميّز بينهما. ●نلاحظ أنّ مجموعة قابلية الاشتقاق مطابقة لمجموعة التعريف في كل أنواع الدوال المقررة في هذا المستوى ماعدا دالة الجذر التربيعي. ●نجد في استخراج قواعد حساب مشتقات هذه الدوال فرصة يمارس فيها التلميذ البرهان.
البناء و الترسيخ	مبرهنة1: الدالة التآلفية $f:x\mapsto ax+b$ حيث a و b عددان حقيقيان ، قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto a$ حالة خاصة * إذا كان $a=0$ نستنتج أن الدالة $f:x\mapsto b$ (الدالة الثابتة)قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto 0$ مثال:أحسب مشتقات الدوال التالية $f:x\mapsto -2x+3$ ؛ $f:x\mapsto 2x$ ؛ $f:x\mapsto x$ ؛ $f:x\mapsto 5$. مبرهنة 2: الدالة $f:x\mapsto x^n$ (n عدد طبيعي غير معدوم) قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto nx^{n-1}$ مثال f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^5$. أحسب دالتها المشتقة. مبرهنة 3: الدالة $f:x\mapsto\frac{1}{x}$ قابلة للإشتقاق على $]-\infty,0[$ و على $]0,+\infty[$ و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto -\frac{1}{x^2}$. مبرهنة 4:الدالة $f:x\mapsto\sqrt{x}$ قابلة للإشتقاق على $]0,+\infty[$ و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto\frac{1}{2\sqrt{x}}$ مبرهنة5:(تقبل بدون برهان) الدالة $f:x\mapsto\sin x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto\cos x$ مبرهنة 6:(تقبل بدون برهان) الدالة $f:x\mapsto\cos x$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة هي : $f':x\mapsto -\sin x$	40د	

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان:تحليل الوحدة التعليمية: الإشتقاقية. الموضوع: عمليات على المشتقات. • الكفاءات القاعدية: حساب مشتقات الدوال $f+g$ ، $f\times g$ ، $\frac{f}{g}$ ، $x\mapsto f(ax+b)$.	الأستاذ: ياحي رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2013/12/08م. الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص و الإكتشاف	نشاط . نعتبر الدالتان f و g المعرفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{2}x+1$ ؛ $g(x)=-x+2$ 1. قارن بين $f'(x)+g'(x)$ و $(f+g)'(x)$. 2. قارن بين $f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$ و $(f\times g)'(x)$. 3. قارن بين $\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g(x)^2}$ و $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$.	30د	
البناء و الترسيخ	عمليات على الدوال المشتقة: مبرهنة: u و v دالتان قابلتان للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$. 1. الدالة $(u+v)$ قابلة للإشتقاق على D ودالتها المشتقة هي: $(u+v)'=u'+v'$ 2. الدالة $(u.v)$ قابلة للإشتقاق على D و دالتها المشتقة هي : $(u.v)'=u'.v+u.v'$ 3. الدالة (λu) (حيث λ عدد حقيقي) قابلة للإشتقاق على D و دالتها المشتقة هي : $(\lambda u)'=\lambda u'$ 4. الدالة $\left(\frac{u}{v}\right)$ قابلة للإشتقاق على D و دالتها المشتقة هي : $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$ حيث $v(x)\neq 0$ 5. الدالة $\left(\frac{1}{v}\right)$ قابلة للاشتقاق على D ودالتها المشتقة هي : $\left(\frac{1}{v}\right)'=-\frac{v'}{v^2}$ حيث $v(x)\neq 0$. مثال: أحسب مشتق الدالة f في كل حالة ممايلي $f(x)=4x+8$ ، $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x$ ، $f:x\mapsto\frac{-2}{x}$ ، $f(x)=2(x^4-1)$ ، $f:x\mapsto\frac{-x+1}{x+2}$ ، $f:x\mapsto 2x+1-\frac{x+1}{x-3}$ ، $h(x)=\frac{1}{x-1}$ ، $f:x\mapsto\frac{2x^2+3x-1}{x^2-3}$ ، $f(x)=\frac{-6}{3}\sqrt{x}$ ، $f(x)=(x^3-1)(x^6+1)$ ، $f(x)=\frac{-6}{3}\sqrt{x}$ ، $f(x)=2\cos x+3.\sin x$. مشتقة الدالة: $f:x\mapsto u(ax+b)$ مبرهنة:(تقبل بدون برهان) u دالة قابلة للإشتقاق على مجال D من $\mathbb{R}$. a و b عددان حقيقيان. E مجموعة الأعداد الحقيقة x حيث $ax+b$ ينتمي إلى D . الدالة $f:x\mapsto u(ax+b)$ قابلة للإشتقاق على E و دالتها المشتقة f' هي : $f':x\mapsto au'(ax+b)$. حيث u' مشتقة الدالة u على D .	70د	

rachid2011yahi@gmail.com

التقييم	تمرين 68 ص87.	20د	

ثانوية عبد المجيد علاهم

الميدان :تحليل

الوحدة التعليمية: تطبيقات الإشتقاقية.

الموضوع: اتجاه تغير دالة والقيم الحدية المحلية.

الكفاءات القاعدية الربط بين إشارة المشتق واتجاه التغيّر .

الأستاذ: ياحي رشيد.

المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.

التاريخ: 2014/01/29م.

الزمن: 2 سا.

الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات

rachid2011yahi@gmail.com

الإكتشاف	نشاط 2ص 62	20د	تختار أمثلة ندرس فيها اتجاه تغير دالة كثير حدود أو دالة ناطقة. تقترح أنشطة تهدف إلى استنتاج حصر دالة على مجال بثوابت أو دوال بسيطة تعالج مسائل ''الاستمثال'' التي نبحث فيها عن القيم المُثلى التي تحقق المطلوب.
البناء و الترسيخ	1. اتجاه تغير دالة: مبرهنة: لتكن دالة f معرفة و قابلة للإشتقاق على مجال D_f و f' دالتها المشتقة . • إذا كانت f' موجبة تماما(يمكن أن تكون f' معدومة من أجل قيم منعزلة من D_f) على المجال D_f فإن الدالة f متزايدة تماما على المجال D_f . • إذا كانت f' سالبة تماما(يمكن أن تكون f' معدومة من أجل قيم منعزلة من D_f) على المجال D_f فإن الدالة f متناقصة تماما على المجال D_f . • إذا كانت f' معدومة على المجال D_f فإن الدالة f ثابتة على المجال D_f .	20د	
التقييم	تمرين: أدرس اتجاه تغير الدالة f .المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f: x\mapsto \frac{x+2}{x-1}$.	10د	
الإكتشاف و التشخيص	نشاط 02 أسئلة إضافية (تابع للنشاط 01) 7) ماذا تمثل القيمة 1 بالنسبة للدالة g على المجال $\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$ 8) بين أن الدالة تنعدم f' عند 1 مغيرة إشارتها . 9) ما هو التخمين الذي يمكن أن تدلي به فيما يخص العلاقة الموجودة بين القيم الحدية المحلية لدالة f والدالة f' .	10د	
البناء و الترسيخ	2. القيم الحدية المحلية لدالة: مبرهنة لتكن دالة f معرفة و قابلة للإشتقاق على مجال I و f' دالتها المشتقة . • إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند قيمة c من I مغيرة إشارتها فإنه يوجد مجال مفتوح I' محتوى في I يشمل c تقبل فيه f قيمة حدية $f(c)$. تسمى $f(c)$ قيمة حدية محلية . ملاحظات: • يمكن وجود عدة قيم حدية محلية على I . • إذا انعدمت الدالة المشتقة f' عند قيمة c من I فإن الرسم البياني للدالة f يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها c .	15د	
التقييم	تمرين لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbf{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-2x+1$. – أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها. – عين مجالات من $\mathbf{R}$ تقبل فيها f قيما حدية محلية يطلب تعيينها. مسألة محلولة ص101		

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان:تحليل الوحدة التعليمية: تطبيقات الإشتقاقية. الموضوع: حصر دالة. الكفاءات القاعدية:	الأستاذ: ياحي رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/02/01م. الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص و الإكتشاف	**نشاط :** لتكن الدالة f المعرفة على $[-3,1]$ كما يلي : $f: x\mapsto x^2+2x-3$. 1. أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها. 1. عين حصرا للعدد $f(x)$ على كل من المجالين $[-3,-1]$ و $[-1,1]$.	20د	تقترح أنشطة تهدف إلى استنتاج حصر دالة على مجال بثوابت أو دوال بسيطة.
البناء و الترسيخ	**حصر دالة:** **نتائج:** لتكن دالة f معرفة و قابلة للإشتقاق على مجال $[a,b]$ و f' دالتها المشتقة . • إذا كانت الدالة f متزايدة تماما على المجال $[a,b]$ فإن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[a,b]$ $f(a)\leq f(x)\leq f(b)$ • إذا كانت الدالة f متناقصة تماما على المجال $[a,b]$ فإن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[a,b]$ $f(b)\leq f(x)\leq f(a)$	20د	
التقييم	تمرين 43 ص 106.	20د 20د	

ثانوية عبد المجيد علاهم	الأستاذ: ياحي رشيد.
الميدان:تحليل	المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.
الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية.	التاريخ:2014/02/03م.
الموضوع. مفهوم متتالية عددية.	الزمن: 2 سا.
● الكفاءات القاعدية: وصف ظاهرة بواسطة متتالية.	الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص و الإكتشاف	نشاط 01 1. نعتبر الدالة f المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كالتالي: $f(n)=2n+5$. - أحسب صور كل من 0، 3، 12، 100، 140 بالدالة f . 2. لتكن A مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأصغر من 16. - أوجد العدد الذي رتبته 1 والعدد الذي رتبته 2 والعدد الذي رتبته 6 في المجموعة A .	30د	
البناء و الترسيخ	1. مفهوم متتالية تعريف: نسمي متتالية عددية كل دالة معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية أو جزء منها نحو مجموعة الأعداد الحقيقية. اصطلاحات وترامیز - يرمز لمتتالية بأحد الرموز T، U، H، (u_n)، (v_n) . - يرمز لصورة عدد طبيعي n بالمتتالية (u_n) بالرمز $u(n)$ أو u_n ويسمى n دليل الحد u_n . - الحد u_n هو الحد الذي دليله n ويسمى أيضا الحد العام للمتتالية (u_n). أمثلة: نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=2n+5$ - أحسب الحدود u_2، u_9، u_{40}. - أحسب الحد الذي دليله 15. ملاحظات 1. نرمز لمتتالية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية بـ: (u_n) وحدها الأول في هذه الحالة هو u_0 ما لم يذكر عكس ذلك (لم يصرح بالحد الأول) 2. يمكن لمتتالية أن تكون معرفة انطلاقا من دليل معين n_0 نرمز لها في هذه الحالة بالرمز $(u_n)_{n\geq n_0}$ وحدها الأول هو u_{n_0}. أمثلة: - نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_n=3^n$. حدها الأول هو: $u_0=2^0=1$. - نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 4}$ المعرفة بـ: $u_n=\sqrt{n-4}$. حدها الأول هو $u_4=\sqrt{4-4}=0$. العلاقة بين رتبة حد ودليله في متتالية. نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq n_0}$ والتي حدها الأول هو u_{n_0}.وليكن u_p هو الحد الذي دليله p إذا رتبة الحد u_p هي $p-n_0+1$. مثال: نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n=2n+5$ و v_2 هو حدها الأول. 1. أحسب الحد الذي دليله 10 ثم أحسب رتبته.	70د 20د	

rachid2011yahi@gmail.com

التقييم

2. أحسب رتبة الحد الذي قيمته 13.

تطبيق: نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n = 4n-3$ و v_0 حدها الأول .

1. أحسب v_0 ، v_3 ، v_{10} ، v_{15} ، v_{18} .
2. أجب بصحيح أوخطأ مع التعليل
   - رتبة الحد الذي دليله 5 هي 5 .
   - الحد الذي قيمته 21 دليله هو 6 .

   الحد الذي قيمته 37 رتبته هي 11.

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان:تحليل الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: توليد متتالية عددية. • الكفاءات القاعدية:	الأستاذ: ياحي رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/02/03م. الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص و الإكتشاف	**نشاط 01** 1. لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي : $u_n=\frac{1}{2^n}$. – أحسب u_0 ؛ u_1 ؛ u_2 . 2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_0=2$ و $v_{n+1}=v_n+5$ من أجل كل عدد طبيعي n . – أحسب v_1 ؛ v_2 ؛ v_3 .	30د	
البناء و الترسيخ	**1. طرق توليد متتالية عددية** **1. بإعطاء عبارة الحد العام :** يمكن تعريف متتالية بعبارة صريحة (دستور) تسمح بحساب كل حد بدلالة n مباشرة. مثال: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي : $u_n=2n+5$ . . أحسب u_0 ؛ u_3 ؛ u_6 . ملاحظة: يمكن التعبيرعن الحد العام لمتتالية (u_n) باستعمال دالة f و نكتب $u_n=f(n)$ وتسمى الدالة f الدالة المرافقة للمتتالية (u_n). مثال الدالة المرافقة للمتتالية (u_n) المعرفة بحدها العام $u_n=3n+5$ هي $f:x\mapsto 3x+5$. **2. بعلاقة تراجعية:** يمكن تعريف متتالية بإعطاء: - الحد الأول . - وعلاقة تسمح بتعيين كل حد إنطلاقا من الحد السابق له مباشرة. مثال: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=2$ و $u_{n+1}=u_n+3$ من أجل كل عدد طبيعي n . – أحسب u_1 ؛ u_2 ؛ u_3. **2. اتجاه تغير متتالية عددية** تكون متتالية (u_n) متزايدة إذا كان كل حد من حدودها أكبر من الحد السابق لها أي $u_{n+1}\geq u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n. تكون متتالية (u_n) متناقصة إذا كان كل حد من حدودها أصغر من الحد السابق لها أي $u_{n+1}\leq u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n تكون متتالية (u_n) ثابتة إذا كان $u_{n+1}=u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n.	70د	

rachid2011yahi@gmail.com

التقييم

20د

تمرين

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_n = 3n+5$ من أجل كل عدد طبيعي n .

– أحسب u_1 ؛ u_2 ؛ u_3 ؛ u_8 .

– أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

ملاحظة: لدراسة اتجاه تغير متتالية (u_n) يمكن أن:

1) ندرس إشارة $u_{n+1}-u_n$.

2) نقارن بين $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ و 1 (إذا كانت إشارة المتتالية (u_n) ثابتة) .

3) إذا وجدت دالة f حيث من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = f(n)$ ندرس تغيرات الدالة f .

تمرين

أدرس اتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي $u_n = \frac{n+1}{3^n}$ و $v_n = \frac{2n-1}{n+3}$

3. التمثيل البياني لمتتالية عددية.

1.متتالية معرفة بالحد العام

المستوي منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ لتكن المتتالية (u_n) و f الدالة المرافقة لها.مجموعة النقط $M(n, f(n))$ هي التمثيل البياني للمتتالية (u_n) .

تطبيق: المستوي منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي : $u_n = 2n+5$. و f الدالة المرافقة للمتتالية (u_n)

أ. أعط عبارة الدالة f ثم مثلها بيانيا على المجال $[0;+\infty[$.

ب. مثل (u_n) بيانيا من أجل $n \leq 3$.

2.متتالية معرفة بعلاقة تراجعية .

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول u_0 و العلاقة التراجعية $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث f دالة معرفة على $\mathbb{R}$. مجموعة النقط $M(u_n , f(u_n))$ هي التمثيل البياني في المستوي المنسوب إلى معلم للمتتالية (u_n).

تطبيق: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ و العلاقة التراجعية $u_{n+1} = u_n{}^2 + 1$ من أجل كل عدد طبيعي n . لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0;+\infty[$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O,I,J) .

نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$. (Δ) مستقيم معادلته $y = x$. A النقطة من (C_f) التي فاصلتها u_0. المستقيم الذي يشمل النقطة A و يوازي محور الفواصل يقطع (Δ) في النقطة B .

- أعط عبارة الدالة f ثم مثلها بيانيا على المجال $[0;+\infty[$.
- مثل المستقيم (Δ).
- أثبت أن فاصلة B هي u_1 .
- عين بنفس الطريقة النقط C ، D ، E من (C_f) التي فواصلها على الترتيب u_2 ، u_3 ، u_4 دون حساب الحدود u_2 ، u_3 ، u_4.

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان:تحليل الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: المتتاليات الحسابية. ● الكفاءات القاعدية:	الأستاذ: ياحي رشيد. المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/02/10م. الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الكتاب المدرسي.

مراحل الدرس	**المحتوى المعرفي**	المدة	توجيهات وتعليقات

rachid2011yahi@gmail.com

التشخيص و الإكتشاف	نشاط 01 نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=2$ و $u_{n+1}=u_n+5$ من أجل كل عدد طبيعي n . أحسب u_1 ؛ u_2؛ u_3 ؛ u_4. أكتب الحدود u_1 ؛ u_2؛ u_3 ؛ u_4 ، بدلالة u_0 ثم خمن كتابة u_n بدلالة u_0.	30د	
البناء و الترسيخ	مفهوم متتالية حسابية : تعريف:نقول أن المتتالية (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 إذا و فقط إذا وجد عدد حقيقي r بحيث أن من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=u_n+r$. يسمى r أساس المتتالية (u_n). ملاحظة: إذا كان $r=0$ فإن المتتالية (u_n)ثابتة و كل حدودها تساوي الحد الأول u_0 . أمثلة: المتتالية (u_n) حيث أن $u_n=3n+5$ متتالية حسابية حدها الأول $u_0=5$ و أساسها $r=3$.وبالفعل لدينا $u_{n+1}=3(n+1)+5=3n+5+3=u_n+3$. الحد العام لمتتالية حسابية : مبرهنة: (تقبل بدون برهان) (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 أساسها r. الحد العام للمتتالية الحسابية (u_n) هو $u_n=u_0+nr$ من أجل كل عدد طبيعي n . ملاحظات: • إذا كان u_1 الحد الأول فإن عبارة الحد العام هي $u_n=u_1+(n-1)r$. • بصفة عامة إذا كان u_p الحد الأول (p عدد طبيعي أصغر من n) فإن عبارة الحد العام هي: $u_n=u_p+(n-p)r$. • تعيين الحد العام يعود إلى كتابة u_n بدلالة n. • العلاقة $u_n=u_p+(n-p)r$ تسمح بحساب الأساس والحد الأول لمتتالية حسابية انطلاقا من معرفة حدين لهذه المتتالية.	70د	
التقييم	تمرين (u_n)متتالية حسابية حيث: $u_{11}=38$ و $u_{19}=62$ - أحسب الأساس r والحد الأول u_0 . - اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n . - اوجد قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $u_n=305$. هل الحد الذي قيمته 128هو حد من حدود المتتالية (u_n) ؟.	20د	

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: اتجاه تغير متتالية حسابية –حساب مجموع حدود متعاقبة من متتالية حسابية. الكفاءات المستهدفة.	الأستاذ: ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/02/12م الزمن: 1 سا و 10د. الوسائل التعليمية: الصبورة.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص و الإكتشاف	نشاط أدرس اتجاه تغير المتتاليات الحسابية التالية : – المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_n=3n+5$ من أجل كل عدد طبيعي n . – المتتالية (v_n) المعرفة بـ: $v_n=-n-5$ من أجل كل عدد طبيعي n . – المتتالية (w_n) المعرفة بـ: $w_n=5$ من أجل كل عدد طبيعي n .	10د	
البناء و الترسيخ	اتجاه تغير متتالية حسابية : مبرهنة (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r . – المتتالية (u_n) متناقصة تماما اذا وفقط اذا كان $r<0$. – المتتالية (u_n) متزايدة تماما اذا وفقط اذا كان $r>0$. – المتتالية (u_n) ثابتة اذا وفقط اذا كان $r=0$. اعطاء أمثلة	15د	
الإكتشاف	نشاط2. نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=2$ و $u_{n+1}=u_n+5$ من أجل كل عدد طبيعي n أحسب $u_0+u_1+u_2+u_3+u_4+u_5$ ؛ $\frac{6}{2}(u_0+u_5)$ ، قارن بينهما.	15د	
البناء و الترسيخ	مجموع حدود متتابعة من متتالية حسابية : مبرهنة : (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 و أساسها r. ليكن المجموع : $S=u_0+u_1+........+u_{n-1}+u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n : $S=\frac{n+1}{2}(u_0+u_n)$. **وبصفة عامة** وبصفة عامة مجموع حدود **متتابعة** من متتالية حسابية يساوي: $\frac{\text{عدد الحدود}}{2}\times$ (الحد الأول الوارد في المجموع + الحد الأخير) ملاحظة: عدد الحدود يساوي: دليل الحد الأخير – دليل الحد الأول الوارد في المجموع 1+	15د	

التقيم	تطبيق: نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=2$ و $u_{n+1}=u_n-2$ من أجل كل عدد طبيعي n –أحسب المجاميع التالية • $u_0+u_1+\dots+u_{12}$ • $u_1+\dots+u_{18}$ • $u_{45}+\dots+u_{108}$	15د	

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: المتتالية الهندسية. الكفاءات المستهدفة: تعريف متتالية هندسية والتعرّف عليها تبعا لطريقة توليدها ووصفها باستعمال التعبير المناسب.	الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/02/24م الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص و الإكتشاف	نشاط: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي : $u_n = 2\times 3^n$ . . أحسب u_0 ؛ u_1 ؛ u_2 ؛ u_3 ؛ u_4. أكتب الحدود u_1 ؛ u_2 ؛ u_3 ؛ u_4 ، بدلالة u_0 ثم خمن كتابة u_n بدلالة u_0.	15د	
البناء و الترسيخ	**مفهوم متتالية هندسية :** تعريف: نقول أن المتتالية (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 إذا و فقط إذا وجد عدد حقيقي q حيث أن من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = u_n \times q$. يسمى q أساس المتتالية (u_n). ملاحظة: • إذا كان $q = 1$ فإن المتتالية ثابتة جميع حدودها تساوي u_0. • إذا كان $q = 0$ فإن حدود المتتالية معدومة إبتداءًا من الحد الثاني. مثال: المتتالية (u_n) حيث أن $u_n = 3\times 2^n$ متتالية هندسية حدها الأول $u_0 = 3$ أساسها $q = 2$. **الحد العام لمتتالية هندسية :** مبرهنة (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 أساسها q. عبارة الحد العام للمتتالية الهندسية (u_n) هي $u_n = u_0 \times q^n$ من أجل كل عدد طبيعي n . ملاحظات: • إذا كان الحد الأول u_1 عبارة الحد العام $u_n = u_1 \times q^{n-1}$. • بصفة عامة إذا كان u_p (p عدد طبيعي أصغر من n) فإن: $u_n = u_p \times q^{n-p}$.	30د	
التقييم	تطبيق: (u_n) متتالية هندسية حيث $u_6 = 192$ و $u_3 = 24$ أحسب الأساس q والحد الأول u_0 . اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .	15د	

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم
الميدان: تحليل
الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية.
الموضوع: حساب مجموع n حدا متتابعة من متتالية هندسية..
الكفاءات المستهدفة :حساب مجموع n حدا متتابعة لمتتالية هندسية.

الأستاذ:ياحي رشيد
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.
التاريخ:2014/02/24م
الزمن: 1 سا.
الوسائل التعليمية: الصبورة.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات

rachid2011yahi@gmail.com

التشخيص و الإكتشاف	نشاط نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=2$ و $u_{n+1}=3u_n$ من أجل كل عدد طبيعي n . أحسب $u_0+u_1+u_2+u_3+u_4+u_5$ ؛ $2\left(\frac{1-3^6}{1-3}\right)$ ، قارن بينهما.	15د	
البناء و الترسيخ	**مجموع حدود متتابعة من متتالية هندسية :** مبرهنة1 : (u_n)متتالية هندسية حدها الأول u_0 أساسها q . ليكن المجموع : $S=u_0+u_1+........+u_{n-1}+u_n$ • إذا كان $q=1$ فإن $S=(n+1)u_0$ من أجل كل عدد طبيعي n . • إذا كان $q\neq1$ فإن $S=u_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)=u_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)$ من أجل كل عدد طبيعي n . S يساوي الحد الأول مضروب في النسبة $\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$ حيث. $n+1$ هو عدد الحدود . ملاحظة وبصفة عامة مجموع حدود **متتابعة** من متتالية هندسية أساسها يختلف عن 1 $(q\neq1)$ يساوي: $\boxed{\text{الحد الأول الوارد في المجموع}\times\left(\frac{1-q^{\text{عددالحدود}}}{1-q}\right)}$	30د	
التقييم	تطبيق: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول $u_0=2$ وأساسها $q=3$. –أحسب المجموع التالي: • $u_0+u_1+\ldots+u_{12}$ الوسط الهندسي أعمال موجهة صفحة 158.	15د	

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل. الوحدة التعليمية: النهايات. الموضوع: حساب النهاية • الكفاءات القاعدية : حساب نهاية دالة عندما يؤول x إلى x_0 أو إلى $+\infty$ أو $-\infty$..	الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/02/26م الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.

rachid2011yahi@gmail.com

<table>
<tr><th>مراحل الدرس</th><th>المحتوى المعرفي</th><th>المدة</th><th>توجيهات وتعليقات</th></tr>
<tr><td>التشخيص
و
الإكتشاف</td><td>نشاط01: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{(x-3)^2}$
1. أكمل، باستعمال آلة حاسبة، جدول القيم الموالي :
<table><tr><td>x</td><td>2.9</td><td>2.99</td><td>2.999</td><td>2.9999</td><td>3.0001</td><td>3.001</td><td>3.01</td><td>3.1</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>2. ماذا تلاحظ ؟
3. ماذا يمكن القول عن نهاية f لما يؤول x إلى 3.</td><td>10د</td><td></td></tr>
<tr><td>البناء
و
الترسيخ</td><td>1. نهاية غير منتهية عند عدد حقيقي
تعريف: القول أن نهاية دالة f عند عدد حقيقي x_0 هي $+\infty$ يعني أنه يمكن جعل قيم $f(x)$ كبيرة جدا بالقدر الذي نريد شريطة أن يأخذ x قيما قريبة من x_0 بالقدر الكافي ونكتب $\lim_{x\to x_0} f(x)=+\infty$.
مبرهنة: نقبل دون برهان النتيجة التالية: $\lim_{x\to a}\frac{1}{(x-a)^2}=+\infty$
مثال : $\lim_{x\to 5}\frac{1}{(x-5)^2}=+\infty$ ، $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}=+\infty$.</td><td>15د</td><td></td></tr>
<tr><td>التشخيص
و
الإكتشاف</td><td>نشاط 02: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{x-1}$
1. أكمل، باستعمال آلة حاسبة، جدول القيم الموالي :
<table><tr><td>x</td><td>0.9</td><td>0.99</td><td>0.999</td><td>0.9999</td><td>1.0001</td><td>1.001</td><td>1.01</td><td>1.1</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>2. ماذا تلاحظ ؟
3. ماذا يمكن القول عن نهاية g لما يؤول x إلى 1 بقيم أصغر .
4. ماذا يمكن القول عن نهاية g لما يؤول x إلى 1 بقيم أكبر .</td><td>15د</td><td></td></tr>
<tr><td>البناء
و
الترسيخ</td><td>2. النهاية من اليمين والنهاية من اليسار .
تعريف2: القول أن نهاية دالة f عند عدد حقيقي x_0 بقيم صغرى (النهاية من اليسار) هي $-\infty$ يعني أنه يمكن جعل قيم $f(x)$ صغيرة جدا بالقدر الذي نريد شريطة أن يأخذ x قيما قريبة من x_0 بالقدر الكافي ونكتب $\lim_{x\overset{<}{\to}x_0} f(x)=-\infty$.
تعريف3: القول أن نهاية دالة f عند عدد حقيقي x_0 بقيم كبرى (النهاية من اليمين) هي $+\infty$ يعني أنه يمكن جعل قيم $f(x)$ كبيرة جدا بالقدر الذي نريد شريطة أن يأخذ x قيما قريبة من x_0 بالقدر الكافي ونكتب $\lim_{x\overset{>}{\to}x_0} f(x)=+\infty$.
مبرهنة 3: نقبل دون برهان النتيجتين التاليتين: $\lim_{x\overset{<}{\to}a}\frac{1}{(x-a)}=-\infty$ ، $\lim_{x\overset{>}{\to}a}\frac{1}{(x-a)}=+\infty$
أمثلة: $\lim_{x\overset{<}{\to}1}\frac{1}{(x-1)}=-\infty$ ، $\lim_{x\overset{>}{\to}5}\frac{1}{(x-5)}=+\infty$.</td><td>25د</td><td></td></tr>
</table>

التشخيص

و

الإكتشاف

20د

نشاط 03: نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي: $h(x)=\frac{2x+1}{x}$

1. بين أن $h(x)=a+\frac{b}{x}$ حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما.
2. أكمل جدولي القيم الموالين:

x	10	10^2	10^3	-10^4
$h(x)$				

x	-10	-10^2	-10^3	-10^4
$h(x)$				

3. ماذا تلاحظ ؟

ب-ماذا يمكن القول عن نهاية الدالة h لما يؤول x إلى $-\infty$ ، $+\infty$.

البناء

و

الترسيخ

30د

نهاية منتهية عند ما لانهاية

تعريف: القول أن نهاية دالة f عند عدد حقيقي $+\infty$ هي b (عدد حقيقي) يعني أنه يمكن جعل قيم $f(x)$ قريبة جدا من b بالقدر الذي نريد شريطة أن يأخذ x قيما كبيرة جدا بالقدر الكافي ونكتب $\lim_{x\to+\infty} f(x)=b$.

مبرهنة: نقبل دون برهان النتيجة التالية : $\lim_{|x|\to+\infty}\frac{1}{(x-a)}=0$. حيث a عدد حقيقي.

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{x}+3$

أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ملاحظات:

1. يمكن الحصول على تعاريف لنهايات أخرى. مثال ، $\lim_{x\to a} f(x)=l$ ، $\lim_{|x|\to+\infty} f(x)=+\infty$ ،

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل. الوحدة التعليمية: النهايات. الموضوع: السلوك التقاربي لمنحنى دالة. ● الكفاءات القاعدية : التفسير البياني لنهاية غير منتهية لدالة عندما يؤول x إلى x_0 - معرفة شرط وجود مستقيم مقارب للمنحني يوازي أحد محوري المعلم- تبرير أن مستقيما معلوما هو مستقيم مقارب. ●	الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/03/09م الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص و الإكتشاف	نشاط01: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{(x-3)^2}$ – أحسب $\lim_{x\to3}\frac{1}{(x-3)^2}$. – كيف تفسر هذه النتيجة بيانيا.	10د	
البناء و الترسيخ	1. المستقيم المقارب الموازي لمحور التراتيب تعريف: ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم و ليكن a عدد حقيقي. إذا كانت النهاية للدالة f عند العدد a هي $+\infty$ أو $-\infty$ نقول أن المستقيم الموازي لمحور التراتيب ذو المعادلة $x=a$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f). مثال :نعتبر الدالة f المعرفة على $[-2;-1[\cup]-1;0]$ بـِ: $f(x)=-1+\frac{1}{(x+1)^2}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم. 1. أحسب نهاية الدالة f عند (-1)، ثم فسر النتيجة بيانيا .	25د	
التشخيص و الإكتشاف	نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{1}{x}+3$ – أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$. كيف تفسر هذه النتيجة بيانيا.	10د	
البناء و الترسيخ التقييم	2. مستقيم المقارب الموازي لمحور الفواصل ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم و ليكن b عدد حقيقي. القول أن المستقيم الموازي لمحور الفواصل ذو المعادلة $y=b$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f) عند $+\infty$ (على الترتيب عند $-\infty$) يعني أن $\lim_{x\to+\infty}f(x)=b$ (على الترتيب $\lim_{x\to-\infty}f(x)=b$) مثال: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـِ: $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ يكون: $f(x)=2-\frac{1}{x+1}$.	25د	

rachid2011yahi@gmail.com

	أحسب : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$، ثم فسر النتائج بيانيا. نشاط نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x}$ 1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{0\}$ لدينا: $f(x)=x+1+\frac{1}{x}$ 2. أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)-(x+1)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)-(x+1)$. فسر النتائج بيانيا. 3. المستقيم المقارب المائل تعريف: ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f في معلم و ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y=ax+b$ القول أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب للمنحني (C_f) عند $+\infty$ (على الترتيب عند $-\infty$) يعني أن: $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ (على الترتيب $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$)	60د	
التقييم	تمرين نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$ بـِ: $f(x)=x+2+\frac{1}{x-3}$ ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم. و ليكن في نفس المعلم المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x+2$ بين أن المستقيم (Δ) مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$ و عند $+\infty$.	30د	

ثانوية عبد المجيد علاهم

الميدان: تحليل.

الوحدة التعليمية: النهايات.

الموضوع: عمليات على النهايات.

- الكفاءات القاعدية :

الأستاذ:ياحي رشيد

المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.

التاريخ:2014/03/12م

الزمن: 2 سا.

الوسائل التعليمية: الصبورة.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات

البناء

عمليات على النهايات

1. المبرهنات الأولية على النهايات

f و g دالتان. a يمثل عدد حقيقي أو $+\infty$ أو $-\infty$. نقبل دون برهان المبرهنات التالية:

10د

نهاية مجموع دالتين:

$\lim_{x\to a} f(x)$	$l\in\mathbb{R}$	$l\in\mathbb{R}$	$l\in\mathbb{R}$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x\to a} g(x)$	$l\in\mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{x\to a}\left(f(x)+g(x)\right)$	$l+l'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	$-\infty$

25د

نهاية جداء دالتين:

$\lim_{x\to a} f(x)$	$l\in\mathbb{R}$	$l>0$	$l>0$	$l<0$	$l<0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0	0
$\lim_{x\to a} g(x)$	$\mathbb{R}$ $l'\in$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x\to a}\left(f(x)\times g(x)\right)$	$l\times l'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	ح ع ت

و

10د

نهاية حاصل قسمة دالتين:

$\lim_{x\to a} f(x)$	$l\in\mathbb{R}$	l	l	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{x\to a} g(x)$	$l\in\mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$	$l'>0$	$l'<0$	$l'>0$	$l'<0$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x\to a}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)$	$\frac{l}{l'}$	0	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	ح ع ت	ح ع ت	ح ع ت

25د

الترسيخ

ملاحظة: تسمى الحالات التي لا تسمح فيها النظريات السابقة من استنتاج النهاية بحالات "**عدم التعيين**"

مثال: أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to-\infty} x^2+x+1$ ، $\lim_{x\to-\infty} x^3-x+1$.

نتيجة: نهاية دالة كثير عند $-\infty$ أو $+\infty$ هي نهاية الحد الأعلى درجة.

أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x+8}{x-3}$ ، $\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2+8}{x-3}$.

التقييم	**ملاحظة:** تسمى الحالات التي لا تسمح فيها النظريات السابقة من استنتاج النهاية بحالات "**عدم التعيين** " **مثال:** أحسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x \to -\infty} x^3 - x + 1$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 + x + 1$. **نتيجة:** نهاية دالة كثير عند $-\infty$ أو $+\infty$ هي نهاية الحد الأعلى درجة. أحسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x^2+8}{x-3}$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x+8}{x-3}$. **نتيجة:** نهاية دالة ناطقةعند $-\infty$ أو $+\infty$ هي نهاية حاصل قسمة الحد الأعلى درجة في البسط على الحد الأعلى درجة في المقام. تطبيق: أحسب النهايات التالية:	60د	
التقييم		30د	

rachid2011yahi@gmail.com

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: تحليل. الوحدة التعليمية: المتتاليات العددية. الموضوع: نهاية متتالية . ● الكفاءات القاعدية :	الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/03/23م الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
الإكتشاف	نشاط01 أحسب نهاية كل متتالية هندسية مما يلي: 1) المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = 3\times 2^n$. 2) المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = -5\times 3^n$. 3) المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = 5\times \frac{1}{2^n}$.	15د	تخمين نهاية متتالية عددية حدها العام يؤول إلى ما لا نهاية . يمكن أن .
البناء و الترسيخ	نهاية متتالية هندسية. مبرهنة: (u_n)متتالية هندسية حدها الأول u_0 وأساسها q . ● إذا كان $q > 1$ و $u_0 > 0$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$. ● إذا كان $q > 1$ و $u_0 < 0$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$. ● إذا كان $-1 < q < 1$ فإن $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$. ● إذا كان $q \leq -1$ فإن نهاية المتتالية (u_n) غير موجودة . **أمثلة:** أحسب نهاية كل متتالية هندسية مما يلي إن وجدت : 1) المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$. 4) المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = 3^n$. 3) المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = (-3)^n$.	40د	نختار. كمثال على ذلك نهاية متتالية هندسية أساسها أكبر من 1.

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم
الميدان: هندسية.
الوحدة التعليمية: الزوايا الموجهة وحساب المثلثات.
الموضوع: الزوايا الموجهة.
الكفاءات القاعدية : استعمال خواص الزوايا الموجهة لإثبات تقايس الزوايا.
تعيين أقياس زاوية موجهة لشعاعين.

الأستاذ:ياحي رشيد
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.
التاريخ:2014/03/25م
الزمن: 2 سا.
الوسائل التعليمية: الصبورة.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات

rachid2011yahi@gmail.com

الإكتشاف

و

التشخيص

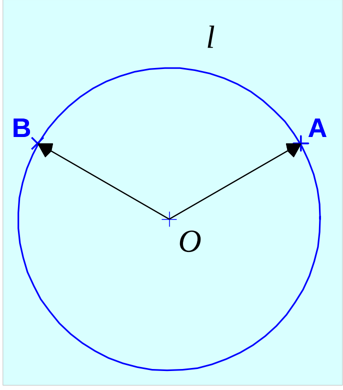
نشاط01

اتمم جدول التناسبية التالي

الراديان	$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$		π	$\frac{3\pi}{2}$	
الدرجة		45^0			120^0			360^0

15د

نشاط02



(C) الدائرة المثلثية التي مركزها O و نصف قطرها 1 الموجهة الاتجاه الموجب المعاكس لإتجاه دوران عقارب الساعة .

لتكن A و B نقطتين من الدائرة (C) (أنظر الشكل المقابل) .

يتحرك A نحو B .في الإتجاه الموجب (للمرة الأولى) تعرف لنا النقطتان A و B قوسا $\widehat{AB}$ طوله l . اصطلاحا نقول ان l قيس بالراديان للزاوية $A\hat{O}B$ المعرفة بالشعاعين $\overrightarrow{OA}$ و $\overrightarrow{OB}$. و نكتب $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)=l$.

وإذا تحركت B نحو A في الإتجاه الغير مباشر نكتب $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA}\right)=-l$.

ضع على الدائرة المثلثية (C) النقط C ، D ، E ، F، G، H، K ، L في الحالات الآتية :

ح1) علما أنّ: $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)=\frac{\pi}{4}$ ، $\left(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}\right)=\frac{\pi}{6}$ ، $\left(\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OE}\right)=\frac{\pi}{2}$ ، $\left(\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OF}\right)=\frac{5\pi}{6}$.

ح2) علما أنّ: $\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}\right)=-\frac{\pi}{3}$ ، $\left(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OD}\right)=-\frac{\pi}{4}$ ، $\left(\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OE}\right)=-\frac{2\pi}{3}$ ، $\left(\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OF}\right)=-\frac{\pi}{6}$

30د

- نبرهن نظرية الزاوية المحيطية.
- نتطرق في هذه الفقرة إلى الزاوية الموجهة لشعاعين غير معدومين وإلى خواصها دون أي توسع نظري. ثمّ نتطرق إلى أقياس زاوية موجهة، خاصة القيس الرئيسي الذي يكون محصورا ضمن المجال $]-\pi;\pi]$.
- الوحدة التي نستعملها لقياس الزوايا هي الراديان.

البناء

و

الترسيخ

الزوايا الموجهة

1. مفاهيم عامة

المستوي الموجه هو المستوي الذي وجهت كل دوائره.

الدائرة الموجهة هي دائرة اختير عليها اتجاها للحركة .

الدائرة المثلثية هي دائرة موجهة نصف قطرها 1، والدائرة المثلثية المرفقة بمعلم هي دائرة مثلثية مركزها مبدأ المعلم المتعامد والمتجانس.

2. قياس الزوايا الموجهة: في كل ما يأتي نعتبر المستوي موجه:

1. الزاوية موجهة:

ليكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين غير معدمين . الثنائية $\left(\vec{u},\vec{v}\right)$ تسمى زاوية موجهة لشعاعين .

إذا كان x قيسا للزاوية الموجهة $\left(\vec{u},\vec{v}\right)$ فإن كل الأعداد من الشكل $x+2k\pi$ هي أقياس للزاوية $\left(\vec{u},\vec{v}\right)$.مع k عدد صحيح

إصطلاح: نقبل التجاوز في التعبير الذي نعبر به على الزاوية و قيس لها في نفس الوقت ونقول الزاوية $\left(\vec{u},\vec{v}\right)$ تساوي x .

2. القيس الرئيسي

من بين أقياس الزاوية الموجهة $\left(\vec{u},\vec{v}\right)$ يوجد قيس وحيد على المجال $]-\pi,\pi]$ يسمى القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $\left(\vec{u},\vec{v}\right)$.

40د

ونلفت انتباه التلاميذ إلى قبول التعبير المجازي الذي نعبر به على الزاوية وقيسها في نفس الوقت كقولنا " الزاوية ... تساوي $\frac{\pi}{3}$ "

مثال 1) القيس الرئيسي للزاوية المعدومة $(\vec{u},\vec{u})$ هو 0 .

2) القيس الرئيسي للزاوية المستقيمة $(\vec{u},-\vec{u})$ هو π .

3) القيس الرئيسي للزاوية القائمة المباشرة هو $\frac{\pi}{2}$.

4) القيس الرئيسي للزاوية القائمة غير المباشرة هو $-\frac{\pi}{2}$.

ملاحظة :قيس الزاوية الموجهة يمكن أن يكون سالبا، وقيس الزاوية الهندسية دوما موجب.

نشاط03.

$\vec{v}$ ، $\vec{u}$ شعاعان من المستوي الموجه حيث $(\vec{v};\vec{u})=\alpha$ مثل كل زاوية مما يلي ثم اذكر قيسا لها بدلالة α .
$(\vec{v};\vec{u})$ ، $(\vec{v};-\vec{u})$ ، $(-\vec{v};\vec{u})$ ، $(-\vec{v};-\vec{u})$ ، $(2\vec{v};3\vec{u})$ ، $(2\vec{v};-3\vec{u})$.

نتائج:

1. علاقة شال:(تقبل بدون برهان) من أجل كل ثلاثة أشعة غير معدومة $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ و $\vec{w}$ لدينا
$(\vec{u},\vec{v})+(\vec{v},\vec{w})=(\vec{u},\vec{w})$
2. من أجل كل شعاعين غير معدومين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ لدينا : $(\vec{v},\vec{u})=-(\vec{u},\vec{v})$ ،
$(\vec{u},-\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})+\pi$ ، $(-\vec{u},\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})+\pi$ ، $(-\vec{u},-\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})$.
3. إذا كان $(\vec{v};\vec{u})=k\pi$ مع k عدد صحيح فإن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا.
4. إذا كان $(\vec{v};\vec{u})=\alpha$ و $(\vec{v'};\vec{u'})=\beta$ فإن $(\vec{u'};\vec{v'})$ و $(\vec{v};\vec{u})$ متقايستين يكافئ وجود عدد صحيح k حيث $\beta-\alpha=2k\pi$. نقول في هذه الحالة أن α و β قيسان لنفس الزاوية أو قيسان لزاويتين متقايستين.
5. k و k' عددين صحيحين إذا كان k و k' من نفس الإشارة فإن $(k\vec{u},k'\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})$.وإذا كانا مختلفين في الإشارة فإن $(k\vec{u},k'\vec{v})=(\vec{u},\vec{v})+\pi$.

تمرين01

لتكن (C) الدائرة المثلثية المرفقة بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. لتكن النقطتين A و B من الدائرة (C) حيث $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OA})=\frac{\pi}{6}$ و $(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OB})=\frac{3\pi}{4}$.

– عين قيسا للزوايا الموجهة : 1) $(\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OA})$. 2) $(\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OB})$. 3) $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})$.

– M نقطة من (C) حيث $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})=\frac{2013\pi}{4}$ أوجد القيس الرئيسي للزاوية $(\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OM})$ ثم أنشئ النقطة M .

ثانوية عبد المجيد علاهم
الميدان: هندسية.
الوحدة التعليمية: الزوايا الموجهة وحساب المثلثات.
الموضوع: جيب و جيب تمام عدد حقيقي.
الكفاءات القاعدية : استعمال خواص الزوايا الموجهة لإثبات تقايس الزوايا.
تعيين أقياس زاوية موجهة لشعاعين.

الأستاذ:ياحي رشيد
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.
التاريخ:2014/03/30م
الزمن: 2 سا.
الوسائل التعليمية: الصبورة.

مراحل الدرس | **المحتوى المعرفي** | **المدة** | **توجيهات وتعليقات**

الإكتشاف

.1

نشاط01

M نقطة من (C) والتي هي صورة x ، باعتبار x ينتمي إلى المجال $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$

1. عبر عن إحداثيتي M *في المعلم* (O ;I, J) *بدلالة* x .

15د

1. اتمم الجدول التالي

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
$\sin x$							
$\cos x$							

البناء

40د

و

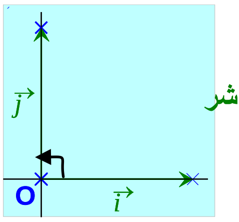
المعلم المتعامد والمتجانس المباشر وغير المباشر

تعريف: إذا كان $(\vec{i},\vec{j})=\frac{\pi}{2}$ نقول أن المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ من المستوى مباشر .

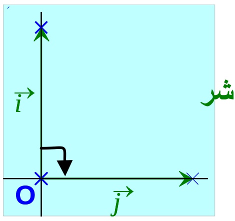
إذا كان $(\vec{i},\vec{j})=-\frac{\pi}{2}$ نقول أن المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ من المستوى غير مباشر .

الترسيخ

معلم متعامد ومتجانس مباشر



معلم متعامد ومتجانس غيرمباشر



جيب وجيب تمام عدد حقيقي:

x عدد حقيقي. M النقطة المرفقة بالعدد x من الدائرة المثلثية .

في المعلم $(O;I,J)$:

- نسمّي جيب تمام العدد الحقيقي x ، فاصلة النقطة M ونرمز إليه بالرّمز $\cos x$. نسمّي جيب العدد الحقيقي x ، ترتيب النقطة M ونرمز إليه بالرّمز $\sin x$.

نتائج من أجل كل عدد حقيقي x لدين، $\left.\begin{matrix}\cos(x+k\times 2\pi)=\cos x\\ \sin(x+k\times 2\pi)=\sin x\end{matrix}\right\}$ ، $\left.\begin{matrix}-1\leq\cos x\leq 1\\ -1\leq\sin x\leq 1\end{matrix}\right\}$

rachid2011yahi@gmail.com

تعريف: • جيب تمام زاوية موجهة $(\vec{u},\vec{v})$ هو جيب تمام أحد أقياسها بالرديان و نرمز له بالرمز $\cos(\vec{u},\vec{v})$

• جيب زاوية موجهة $(\vec{u},\vec{v})$ هو جيب أحد أقياسها بالرديان و نرمز له بالرمز $\sin(\vec{u},\vec{v})$.

تطبيق

إستعن بالدائرة المثلثية لإثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x و من أجل كل عدد صحيح k لدينا :

$$\left.\begin{matrix}\cos(-x)=\cos x\\ \sin(-x)=-\sin x\end{matrix}\right\} ، \left.\begin{matrix}\cos(\pi-x)=-\cos x\\ \sin(\pi-x)=\sin x\end{matrix}\right\} ، \left.\begin{matrix}\cos(\pi+x)=-\cos x\\ \sin(\pi+x)=-\sin x\end{matrix}\right\} .$$

$$\left.\begin{matrix}\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\sin x\\ \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x\end{matrix}\right\} ، \left.\begin{matrix}\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\cos x\\ \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=\cos x\end{matrix}\right\} .$$

تمرين

بدون استعمال الآلة الحاسبة عين القيم المضبوطة لكل من:

(1 $\cos\frac{9\pi}{4}$.　　(2 $\sin\frac{25\pi}{6}$.

(2 $\sin\left(-\frac{11\pi}{3}\right)$.　　(4 $\cos\left(-\frac{31\pi}{4}\right)$.

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: هندسية. الوحدة التعليمية: الزوايا الموجهة وحساب المثلثات. الموضوع: المعادلات والمتراجحات المثلثية. الكفاءات القاعدية: حلّ المعادلات المثلثية الأساسية. حلّ متراجحات مثلثية بسيطة.	الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/04/06م الزمن: 2 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
الإكتشاف	نشاط 01: a و b عددين حقيقيين. استعن بالدائرة المثلثية لإيجاد علاقة بين a و b في الحالات التالية : 1. $\cos a=\cos b$ 2. $\sin a=\sin b$.	15د	نقصد هنا المتراجحات من النوع : $\cos x<a$ $\sin x<b$ فيما يخص المتراجحات، نكتفي بحلها على مجال طوله 2π على الأكثر ونمثّل مجموعة الحلول على الدائرة المثلثية.
و	**حل معادلات مثلثية بسيطة:** تطبيق 01 حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلات ذات المجهول الحقيقي x التالية ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\sin x=\frac{1}{2}$ ، $\cos(2x+\frac{\pi}{2})=\frac{\sqrt{2}}{2}$.	30د	
التشخيص	تطبيق 02 – حل في المجال $\left[-\pi;\pi\right]$ المعادلة $\cos x=\frac{1}{2}$. ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية – حل في المجال $\left[0;2\pi\right]$ المعادلة $\cos x=\frac{1}{2}$. ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية	15د	
	حل متراجحات مثلثية بسيطة: تطبيق 01: حل في المجموعة $\left[-\pi;\pi\right]$ المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $2\cos x\geq\sqrt{3}$ ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية .	15د	
البناء	تطبيق 02: حل في المجموعة $\left[0,2\pi\right[$ المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $\sin x<-\frac{1}{2}$ ثم مثل الحلول على الدائرة المثلثية.	15د	
و	تمرين: حل في المجموعة $\left[0,2\pi\right[$ المتراجحات ذات المجهول الحقيقي x ثم مثل صور الحلول على الدائرة المثلثية . في كل حالة من الحالات الآتية: (1 $2\cos x<1$. (2 $\sqrt{2}\cos 3x+2\leq 0$. (3. $\sin 4x-\frac{\sqrt{3}}{2}\leq 0$ (4 $\cos 4x-\frac{1}{2}>0$.	30د	

ثانوية عبد المجيد علاهم
الميدان: إحصاء.
الوحدة التعليمية: مؤشرات للتشتت.
الموضوع: المخطط بالعلبة.
الكفاءات القاعدية : تلخيص سلسلة إحصائية بواسطة مخطط بالعلبة.

الأستاذ:ياحي رشيد
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.
التاريخ:2014/04/07م
الزمن: 1 سا.
الوسائل التعليمية: الصبورة.

مراحل	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات

rachid2011yahi@gmail.com

الدرس

وتعليقات

التشخيص

و

الإكتشاف

20د

نشاط01

نعتبر السلسلة الإحصائية التالية

16	13	10	7	4	القيم
1	4	7	5	6	التكرار

1. أكمل قائمة قيم الطبع الإحصائي مرتبة ترتيبا تصاعديا 4,4,4,4,4,4,7,7,7,7,7,10.......,
2. عين وسيط السلسلة
3. عين أول قيمة ترتيبها أكبر أو يساوي ربع التكرار الكلي.
4. عين أول قيمة ترتيبها أكبر أو يساوي ثلاثة أرباع التكرار الكلي.

البناء

و

الترسيخ

25د

الربعيات

الربعي الأول Q_1 لسلسلة إحصائية تكرارها N هو أول قيمة ترتيبها n حيث $n \geq \frac{N}{4}$.

الربعي الثالث Q_3 لسلسلة إحصائية تكرارها N هو أول قيمة ترتيبها n حيث .

الانحراف الربعي لسلسلة إحصائية هو الفرق بين الربعي الأول والربعي الثالث أي $Q_3 - Q_1$.

ملاحظة

1. Q_3 قيمتان من السلسلة بخلاف لوسيط Med الذي يمكن ألا يكون قيمة من السلسلة.
2. الانحراف الربعي هو مؤشر من مؤشرات التشتت

المخطط بالعلب :

نكوّن مخططا بالعلب بالطريقة التالية :

- نضع قيم الطبع على محور (أفقي أو شاقولي)
- نعيّن على هذا المحور القيم min ، max ، Q_1 ، Med و Q_3 . (القيمة الصغرى ، القيمة الكبرى ، الربعيين الأول و الثالث و الوسيط)
- نكون عندئذ مستطيلا (العلبة) بالتوازي مع المحور . (طول المستطيل هو الانحراف الربعي و عرضه كيفي

التقييم

15د

تمرين نعتبر السلسلة الإحصائية التالي

11	10	8	7	5	4	3	x_i
3	4	1	1	3	2	5	n_i

- عين الوسيط Med و الربعيين Q_1 و Q_3 لهذه السلسلة
- أنشئ مخطط العلبة لهذه السلسلة.

ثانوية عبد المجيد علاهم

الميدان: احصاء.

الوحدة التعليمية:

الأستاذ:ياحي رشيد

المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.

التاريخ:2014/03/24

الزمن: 2 سا.

الوسائل التعليمية: الصبورة

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات

rachid2011yahi@gmail.com

الإكتشاف

نشاط01

نعتبر السلسلة الإحصائية التالية

15د

10	7	4	x_i
2	5	3	n_i

1. أحسب التكرار الكلي N لهذه السلسلة.
2. أحسب الوسط الحسابي $\overline{X}$ لهذه السلسلة.
3. أحسب العددين V ، σ حيث: $V=\frac{n_1(x_1-\overline{X})^2+n_2(x_2-\overline{X})^2+n_3(x_3-\overline{X})^2}{N}$ ، $\sigma=\sqrt{V}$.

و

4. علما أن السلسلة السابقة تمثل نتائج تلاميذ في اختبار، قسمها إلى فئات متساوية الطول ابتداء بالفئة من جديد حيث A واحسب العدد من جديد(استعمل مراكز الفئات بدل القيم x_i)
5. أحسب العدد e_m حيث: $e_m=\frac{n_1\left|x_1-\overline{X}\right|+n_2\left|x_2-\overline{X}\right|+n_3\left|x_3-\overline{X}\right|}{N}$.

30د

التشخيص

التباين و الإنحراف المعياري– الوسط الحسابي للإنحرافات المطلقة .

نعتبر السلسلة (x_i, n_i) حيث x_i هي قيم الطبع و n_i تكراراتها مع $i\in\{1,2,3,...,p\}$ ،

1. نسمي تباين السلسلة الإحصائية العدد الحقيقي الذي نرمز له بالرمز V والمعرف بالعلاقة :

$$V=\frac{n_1(x_1-\overline{X})^2+n_2(x_2-\overline{X})^2+...+n_p(x_p-\overline{X})^2}{N} \quad \text{مع} \quad N=n_1+n_2+...+n_p \quad \text{و}$$

$\overline{X}$ الوسط الحسابي للسلسلة.

إذا كانت f_i هي تواترات السلسلة حيث $i\in\{1,2,3,...,p\}$ فإن: $V=f_1\times(x_1-\overline{X})^2+f_2\times(x_2-\overline{X})^2+...+f_p(x_p-\overline{X})^2$

2. يسمى العدد الحقيقي $\sqrt{V}$ الانحراف المعياري و يرمز له بالرمز σ و نكتب $\sigma=\sqrt{V}$.
3. نسمي الوسط الحسابي للإنحرافات المطلقة العدد الحقيقي e_m حيث:

$$e_m=\frac{n_1\left|x_1-\overline{X}\right|+n_2\left|x_2-\overline{X}\right|+n_3\left|x_3-\overline{X}\right|}{N} .$$

البناء

و

ملاحظة:

40د

تمرين

نعتبر السلسلة الإحصائية التالية:

7	6	4	x_i
5	3	2	n_i

1- أحسب تباينها و إنحرافها المعياري .

2- أحسب الوسط الحسابي للانحرافات المطلقة.

الترسيخ

ثانوية عبد المجيد علاهم

الميدان: احصاء.

الوحدة التعليمية: الزوايا الموجهة وحساب المثلثات.

الموضوع: مؤشرات التشتت.

الكفاءات القاعدية :

الأستاذ:ياحي رشيد

المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.

التاريخ:2014/03/24م

الزمن: 2 سا.

الوسائل التعليمية: الصبورة.

rachid2011yahi@gmail.com

توجيهات وتعليقات	المدة	المحتوى المعرفي	مراحل الدرس

مراحل الدرس: الإكتشاف و التشخيص

نشاط01

1. نعتبر السلسلة الإحصائية التالية

10	7	4	x_i
2	5	3	n_i

– أحسب التكرار الكلي N لهذه السلسلة.

– أحسب كل من الوسط الحسابي، التباين الإنحراف المعياري لهذه السلسلة .

15د

2. أكمل قيم السلسلة الإحصائية التالية حيث $y_i = 2x_i + 3$ و $i \in \{1;2;3\}$.

			y_i
2	5	3	n_i

– أحسب كل من الوسط الحسابي، التباين الإنحراف المعياري لهذه السلسلة.

30د

مراحل الدرس: البناء و الترسيخ

التغيير التآلفي :

مبرهنة 4 : إذا كانت (x_i, n_i) A سلسلة إحصائية تباينها V_x و انحرافها المعياري s_x و (y_i, n_i) B سلسلة إحصائية بنفس التكرار V_y و انحرافها المعياري s_y و $y_i = a.x_i + b$ مع $a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}$ من أجل $i \in \{1, 2, 3, ..., p\}$ يكون لدينا $V_y = a^2.V_x$ و $s_y = |a|.s_x$.

1. يقترح مدير شركة على العمال طريقتين لزيادة الأجور

* الطريقة الأولى : رفع الأجور كلها بنسبة% 5 * الطريقة الثانية : زيادة مبلغ 750 DA للجميع

يُفضّل العمال الطريقة التي تتقارب بها الأجور أكثر بعد الزيادة . فإذا علمت أن معدل أجور العمال قبل الزيادة هو 15000 DA و الانحراف المعياري هو 5400 DA. فأي الطريقتين أنسب للعمال ؟

40د

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: هندسة. الوحدة التعليمية: الجداء السلمي في المستوي. الموضوع: الجداء السلمي. الكفاءات القاعدية : حساب الجداء السلمي. لشعاعين غير معدومين− استعمال خواص الجداء السلمي لإثبات علاقات تتعلق بالتعامد.	الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/04/13م الزمن: 2 سا و 30د. الوسائل التعليمية: الصبورة.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص	التذكير بمبرهنة فيثاغورس	1د	
الإكتشاف	نشاط1 ص 280.	20د	
البناء و الترسيخ	**1. الجداء السلمي لشعاعين** تعريف: الجداء السلمي لشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ هو العدد الحقيقي الذي نرمز إليه بالرمز $\vec{u}\cdot\vec{v}$ و المعرف بِـ: • $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$ إذا كان $\vec{u}=\vec{0}$ أو $\vec{v}=\vec{0}$ • $\vec{u}\cdot\vec{v}=\Vert\vec{u}\Vert\Vert\vec{v}\Vert\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)$ إذا كان $\vec{u}\neq\vec{0}$ و $\vec{v}\neq\vec{0}$ حالات خاصة: • إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا و كان لهما نفس الاتجاه فإن $\vec{u}\cdot\vec{v}=\Vert\vec{u}\Vert\Vert\vec{v}\Vert$ لأن $\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)=1$ • إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مرتبطين خطيا و كانا اتجاهاهما متعاكسين فإن $\vec{u}\cdot\vec{v}=-\Vert\vec{u}\Vert\Vert\vec{v}\Vert$ لأن $\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)=-1$ • نرمز إلى الجداء السلمي $\vec{u}\cdot\vec{u}$ بِـ $\vec{u}^2$ و نسميه المربع السلمي للشعاع $\vec{u}$ و هكذا $\vec{u}^2=\Vert\vec{u}\Vert^2$ و بصفة خاصة إذا كانت A و B نقطتين فإن $AB^2=\Vert\overrightarrow{AB}\Vert^2=\overrightarrow{AB}^2$. مبرهنة: إذا كان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين فإن: $\vec{u}\cdot\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\Vert\vec{u}\Vert^2+\Vert\vec{v}\Vert^2-\Vert\vec{u}-\vec{v}\Vert^2\right)$ **2. العبارة التحليلية للجداء السلمي** مبرهنة : إذا كانت، في معلم متعامد و متجانس، إحداثيات $\vec{u}$ هي $\left(x,y\right)$ و كانت إحداثيات $\vec{v}$ هيٍ $\left(x',y'\right)$ فإن: $\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'$ تطبيق01: ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB=AC=BC=3$ و لتكن النقط A'، B' و C' منتصفات القطع المستقيمة $\left[BC\right]$، $\left[AC\right]$ و $\left[AB\right]$ على الترتيب. أحسب الجداءات السلمية الآتية: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}$ ، $\overrightarrow{CC'}\cdot\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{A'B'}\cdot\overrightarrow{AB}$. تطبيق02: في معلم متعامد و متجانس، النقط A ، B و C احداثياتها على الترتيب $(5;2)$ ، $(3;4)$ و $(0;1)$ − احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. **3. الأشعة المتعامدة** تعريف: القول أن الشعاعين غير المعدومين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان يعني أنه إذا كان: $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ و $\overrightarrow{AC}=\vec{v}$ يكون المستقيمان $\left(AB\right)$ و $\left(AC\right)$ متعامدين.	15د 40د	

rachid2011yahi@gmail.com

تطبيق01: ABC مثلث متقايس الأضلاع حيث $AB=AC=BC=3$ و لتكن النقط A' ، B' و C' منتصفات القطع المستقيمة $[BC]$ ، $[AC]$ و $[AB]$ على الترتيب.

أحسب الجداءات السلمية الآتية: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}$ ، $\overrightarrow{CC'}\cdot\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{A'B'}\cdot\overrightarrow{AB}$.

تطبيق02: في معلم متعامد و متجانس، النقط A ، B و C احداثياتها على الترتيب $(5;2)$ ، $(3;4)$ و $(0;1)$

- احسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

4. الأشعة المتعامدة

تعريف: القول أن الشعاعين غير المعدومين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان يعني أنه إذا كان: $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$ و $\overrightarrow{AC}=\vec{v}$ يكون المستقيمان (AB) و (AC) متعامدين.

ملاحظة: نصطلح على أن الشعاع المعدوم عمودي على كل الأشعة.

مبرهنة: القول أن الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متعامدان يعني أن $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$.

تمرين: المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر النقط $A(1;1)$ ، $B(3;4)$ ، $C(3-\alpha;-1)$.

- أحسب $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$ ثم عين قيمة α بحيث يكون المثلث ABC قائم في النقطة A .

5. خواص الجداء السلمي

مبرهنة: من اجل كل ثلاث أشعة $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ و $\overrightarrow{w}$ و من أجل كل عدد حقيقي λ لدينا

$$(1)\quad \vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{v}\cdot\vec{u} \qquad (2)\quad \vec{u}\cdot\left(\vec{v}+\overrightarrow{w}\right)=\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\overrightarrow{w} \qquad (3)\quad \left(\vec{u}+\vec{v}\right)\cdot\overrightarrow{w}=\vec{u}\cdot\overrightarrow{w}+\vec{v}\cdot\overrightarrow{w}$$

$$(4)\quad \left(\lambda\vec{u}\right)\cdot\vec{v}=\lambda\left(\vec{u}\cdot\vec{v}\right) \qquad (5)\quad \vec{u}\cdot\left(\lambda\vec{v}\right)=\lambda\left(\vec{u}\cdot\vec{v}\right)$$

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم الميدان: هندسية. الوحدة التعليمية: الجداء السلمي في المستوي. الموضوع: تطبيقات الجداء السلمي الكفاءات القاعدية استعمال خواص الجداء السلمي لإثبات علاقات تتعلق بالتعامد .	الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/04/21م الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الصبورة.

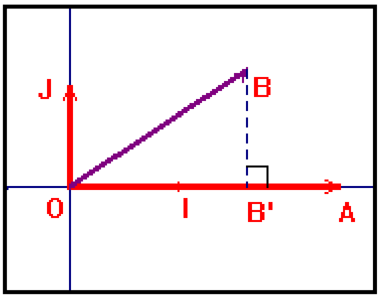
مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات

الإكتشاف

نشاط01

نزود المستوى بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

أحسب كلا من $\overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OA}$ ، $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{OA}$ ثم قارن بينهما



10د

البناء و الترسيخ

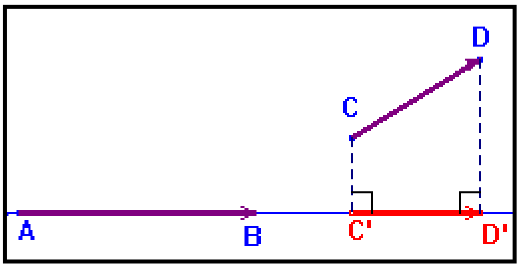
1. الجداء السلمي و الإسقاط العمودي

مبرهنة

ABC مثلث، إذا كانت C' المسقط العمودي للنقطة C على (AB) فإن $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC'}$

نتيجة: إذا كان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ شعاعين غير معدومين و كانتا C' و D' المسقطان العموديان على الترتيب للنقطتين C و D على المستقيم (AB) فإن: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{C'D'}$

10د

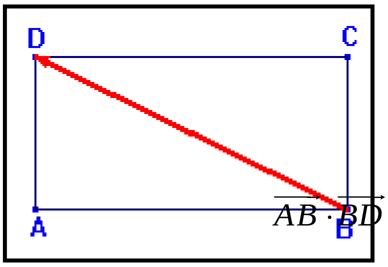


التقييم

10د

مثال: $ABCD$ مستطيلا حيث $AB=5$ و $CB=3$

- احسب كلا من $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BD}$ ، $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BD}$.



الحل:

- $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AB}\cdot\left(-\overrightarrow{AB}\right)=-\overrightarrow{AB}^2=-AB^2=-25$

لأن المسقط العمودي للشعاع $\overrightarrow{BD}$ على الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو $\overrightarrow{BA}$

- $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}^2=3$

لأن المسقط العمودي للشعاع $\overrightarrow{BD}$ على الشعاع $\overrightarrow{BC}$ هو $\overrightarrow{BC}$

ثانوية عبد المجيد علاهم.
الميدان: هندسة.
الوحدة التعليمية: الجداء السلمي في المستوي.
الموضوع: تطبيقات الجداء السلمي.
الكفاءات القبلية : الإرتباط الخطي لشعاعين–الجداء السلمي لشعاعين–تعامد شعاعين

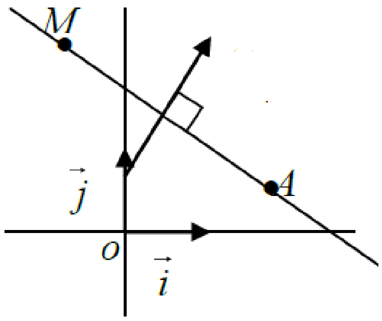
الأستاذ:ياحي رشيد
المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية.
التاريخ:2014/04/23م
الزمن: 1 سا.
الوسائل التعليمية: الكوس –الصبورة.

rachid2011yahi@gmail.com

الكفاءات المستهدفة: كتابة معادلة مستقيم علم شعاع ناظمي له ونقطة منه.	

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص	ذكر بشرط الإرتباط الخطي لشعاعين $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ و$\vec{v}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ في مستو مزود بمعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.	01د	توظيف شرط الإرتباط الخطي لشعاعين لكتابة معادلة مستقيم.
الإكتشاف	نشاط: في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. نعتبر النقطتان $A(3;1)$ و $B(2;4)$. 1. ماذا يمثل الشعاع $\overrightarrow{AB}$ بالنسبة للمستقيم (AB) ؟ 2. $M(x;y)$ نقطة من المستقيم (AB)، ماذا يمكن القول عن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ ؟ 3. اكتب معادلة للمستقيم (AB). 4. ليكن $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ شعاع من المستوي. أ) احسب الجداء السلمي $\vec{n}.\overrightarrow{AB}$ وماذا تستنتج؟ ب) $N(x;y)$ نقطة من المستوي، احسب بدلالة x و y الجداء السلمي $\overrightarrow{AN}.\vec{n}$. ثم استنتج معادلة للمستقيم (AB) باعتبار N نقطة متحركة على المستقيم (AB). حل النشاط 1. الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو شعاع توجيه للمستقيم (AB) . 2. الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ مرتبطان خطيا. 3. كتابة معادلة للمستقيم (AB): بما أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-3\\y-1\end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا فإنّ $3(x-3)-(-1)(y-1)=0$ أي $3x+y-10=0$ و هي معادلة للمستقيم (AB). 4. أ) حساب الجداء السلمي $\vec{n}.\overrightarrow{AB}$: $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=3\times(-1)+1\times3=0$. نستنتج أنّ الشعاعين $\vec{n}$ ، $\overrightarrow{AB}$ متعامدان. ب) حساب بدلالة x و y الجداء السلمي $\overrightarrow{AN}.\vec{n}$: لدينا $\overrightarrow{AN}\begin{pmatrix}x-3\\y-1\end{pmatrix}$ و $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{AN}.\vec{n}=3(x-3)+1(y-1)=3x+y-10$. – استنتاج معادلة للمستقيم (AB) : إذا كانت N نقطة متحركة على المستقيم (AB) ، فهذا يعني أنّ الشعاعين $\overrightarrow{AN}$ و $\overrightarrow{AB}$ مرتبطين خطيا وبالتالي فهما متوازيان وبما أن الشعاعين $\vec{n}$ ، $\overrightarrow{AB}$ متعامدان. فينتج أنّ الشعاعان $\vec{n}$ ، $\overrightarrow{AN}$ متعامدان كذلك ومنه $\overrightarrow{AN}.\vec{n}=0$ أي $3x+y-10=0$ و هي معادلة للمستقيم (AB).	14د	حساب الجداء السلمي لشعاعين بإستعمال العبارة التحليلية. شرط تعامد شعاعين في مستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس.

rachid2011yahi@gmail.com

البناء	1. الشعاع الناظمي لمستقيم تعريف: (D) مستقيم. نسمي شعاع ناظمي للمستقيم (D) كل شعاع غير معدوم عمودي على أحد أشعة توجيه المستقيم (D) . 2. معادلة مستقيم علم شعاع ناظمي له ونقطة منه نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ الشعاع غير المعدوم $\vec{n}(a,b)$ والنقطة $A(x_0,y_0)$ و ليكن (D) المستقيم الذي يشمل A و $\vec{n}$ شعاع ناظمي له.  (D) هو إذن مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي بحيث: $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=0$. لدينا $\overrightarrow{AM}(x-x_0,y-y_0)$ و بالتالي $\overrightarrow{AM}\cdot\vec{n}=a(x-x_0)+b(y-y_0)$ إذن تكون $M(x,y)$ نقطة من (D) إذا وفقط إذا كان $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$ أي $ax+by-(ax_0+by_0)=0$ بوضع $c=-(ax_0+by_0)$ ينتج $(D): ax+by+c=0$ مبرهنة: في معلم متعامد و متجانس يكون لكل مستقيم حيث الشعاع غير المعدوم $\vec{n}(a,b)$ شعاع ناظمي له معادلة من الشكل: $ax+by+c=0$ حيث a، b، c أعداد حقيقية و $(a;b)\neq(0;0)$. ملاحظة: إذا كانت $ax+by+c=0$ معادلة لمستقيم (D) فإن $\vec{u}(-b,a)$ شعاع توجيه له و منه الشعاع $\vec{n}(a,b)$ شعاع ناظمي للمستقيم (D) لأن $\vec{n}$ و $\vec{u}$ متعامدان مادام $\vec{n}\cdot\vec{u}=0$.	02د 11د 02د 02د	
الترسيخ	مثال01: ليكن المستقيم (Δ) الذي معادلة له: $-2x+5y+3=0$ ومنه $\vec{n}(-2;5)$ هو شعاع ناظمي له و $\vec{u}(-5;-2)$ هو شعاع توجيه له مثال02: في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. معادلة للمستقيم (D) الذي يشمل $A(1;2)$ و $\vec{n}(5;4)$ شعاع ناظمي له هي من الشكل $5x+4y+c=0$. حيث $c=-(5\times1+4\times2)=13$. ومنه $5x+4y+13=0$ هي معادلة للمستقيم (D) .	03د 05د	
التقويم	تطبيق: في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. نعتبر النقط $A(-2;0)$ ، $B(2;1)$ و $C(-3;3)$ 1) اكتب معادلة للارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$. 2) اكتب معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل A و يعامد المستقيم (AB). 3) اكتب معادلة للمستقيم (D) الذي يشمل B و يعامد المستقيم ذي المعادلة : $-2y+x+3=0$	20د	

rachid2011yahi@gmail.com

حل التطبيق:

1) كتابة معادلة للارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$.

الإرتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$ هو المستقيم العمودي على (BC) المستقيم ويشمل النقطة $A(-2;0)$ إذا $\overrightarrow{BC}(-5;2)$ هو شعاع ناظمي له ومنه معادلة له هي من الشكل $-5x+2y+c=0$ حيث $c=-(-5\times-2+0\times2)=-10$. ومنه $-5x+2y-10=0$ هي معادلة للارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$.

1) كتابة معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل $A(-2;0)$ و يعامد المستقيم (AB).

$\overrightarrow{AB}(4;1)$ هو شعاع ناظمي لـ (Δ) ومنه معادلة لـ (Δ) هي من الشكل $4x+y+c=0$ حيث $c=-(4\times-2+1\times0)=8$. ومنه $4x+y+8=0$. هي معادلة للمستقيم (Δ) .

2) كتابة معادلة للمستقيم (D) الذي يشمل $B(2;1)$ و يعامد المستقيم ذي المعادلة :

$-2y+x+3=0$

لدينا $\vec{u}(2;1)$ هو شعاع توجيه للمستقيم الممثل بالمعادلة $-2y+x+3=0$ وبالتالي $\vec{u}(2;1)$ هو شعاع ناظمي لـ (D) ومنه معادلة لـ (D) هي من الشكل $2x+y+c=0$ حيث $c=-(2\times2+1\times1)=5$. ومنه $2x+y+5=0$. هي معادلة للمستقيم (D) .

rachid2011yahi@gmail.com

ثانوية عبد المجيد علاهم. الميدان: هندسة. الوحدة التعليمية: الجداء السلمي في المستوي. الموضوع: تطبيقات الجداء السلمي. الكفاءات القبلية : الجداء السلمي لشعاعين–تعامد شعاعين . الكفاءات المستهدفة: استعمال خواص الجداء السلمي لكتابة معادلة دائرة.	الأستاذ:ياحي رشيد المستوى: سنة ثانية علوم تجريبية. التاريخ:2014/04/28م الزمن: 1 سا. الوسائل التعليمية: الكوس–المدور – الصبورة.

مراحل الدرس	المحتوى المعرفي	المدة	توجيهات وتعليقات
التشخيص	ذكر بشرط تعامد شعاعين $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ و $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ في مستو مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.	01د	
الإكتشاف	نشاط: في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. نعتبر النقطتان $A(2;1)$ و $B(0;5)$ I) 5. علم النقطتان A، B. 6. لتكن Ω منتصف القطعة $[AB]$. – احسب إحداثيتي النقطة Ω . 7. لتكن $M(x;y)$ نقطة من الدائرة (C) التي مركزها Ω و نصف قطرها $\frac{AB}{2}$. – عبر بدلالة x و y عن ΩM^2 ثم استنتج معادلة للدائرة (C). II) لتكن $N(x;y)$ نقطة من الدائرة (C) . 1. هل الشعاعان $\overrightarrow{NA}$ و $\overrightarrow{NB}$ متعامدان (برر جوابك)؟ 2. عبر بدلالة x و y عن الجدء السلمي $\overrightarrow{NB}.\overrightarrow{NA}$ ، ثم استنتج معادلة للدائرة (C). حل النشاط الجزء (I) 1. تعليم النقطتين A، B. 2. حساب إحداثيتي النقطة Ω : $\Omega\left(\frac{2+0}{2};\frac{1+5}{2}\right)$ أي $\Omega(1;3)$. 3. التعبير بدلالة x و y عن ΩM^2 : لدينا $\Omega M^2=\left(\sqrt{(x-1)^2+(y-3)^2}\right)^2$ أي $\Omega M^2=(x-1)^2+(y-3)^2...(1)$ – استنتاج معادلة (C) : $M\in(C)$ يعني $\Omega M=\frac{AB}{2}$ ، أي $\Omega M^2=\left(\frac{AB}{2}\right)^2$: ومن (1) نجد: $(x-1)^2+(y-3)^2=\left(\frac{AB}{2}\right)^2$ هي معادلة للدائرة (C). (يمكن حساب الطول $\left(\frac{AB}{2}\right)^2$).	10د	حساب منتصف قطعة مستقيمة شرط تعامد شعاعين في مستوي مزود بمعلم متعامد ومتجانس. حساب الجداء السلمي لشعاعين بإستعمال العبارة التحليلية.

rachid2011yahi@gmail.com

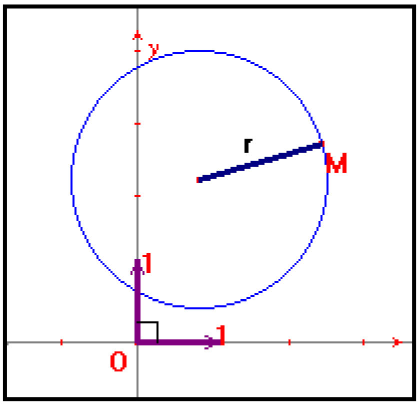
البناء

3. معادلة دائرة

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Ω

أ) معادلة دائرة علم مركزها و نصف قطرها



لتكن (C) الدائرة التي مركزها $\Omega(x_0,y_0)$ و نصف قطرها r.

(C) هي مجموعة النقط $M(x,y)$ حيث: $\Omega M = r$ أي

$$\Omega M^2 = r^2$$

و هذا يعني أن: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$.

مبرهنة: في معلم متعامد و متجانس معادلة الدائرة (C) التي مركزها $\Omega(x_0,y_0)$ و نصف قطرها r هي:

$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$.

10د

و

مثال : $(O;\vec{i},\vec{j})$ معلم متعامد و متجانس.

1. اكتب معادلة للدائرة (C) التي مركزها $\Omega(1;2)$ و نصف قطرها 5.

الترسيخ

02د

الجزء (II)

اكتشاف

- بما أنّ $[AB]$ هو قطر في الدائرة (C) و N نقطة من هذه الدائرة فإن المثلث ANB قائم في النقطة N، ومنه المستقيمان (NA) و (NB) متعامدان.
- التعبر بدلالة x و y عن الجداء السلمي $\overrightarrow{NB}.\overrightarrow{NA}$ لدينا $\overrightarrow{NB}(-x;5-y)$، $\overrightarrow{NA}(2-x;1-y)$

ومنه :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{NA}.\overrightarrow{NB} &= -x(2-x)+(5-y)(1-y)\\ \overrightarrow{NA}.\overrightarrow{NB} &= x^2-2x+y^2-6y+5\\ \overrightarrow{NA}.\overrightarrow{NB} &= x^2+y^2-2x-6y+5\end{aligned}$$

استناج معادلة للدائرة : اذا كانت N تختلف عن A و B ; لدينا (NA) و (NB) متعامدان. ومنه $\overrightarrow{NA}$ و $\overrightarrow{NB}$ متعامدان اذن $\overrightarrow{NB}.\overrightarrow{NA}=0$

اذا كانت N منطبقة على A أو B ; يكون لدينا $\overrightarrow{NB}.\overrightarrow{NA}=0$ ومنه $x^2+y^2-2x-6y+5=0$ هي معادلة للدائرة (C) .

15د

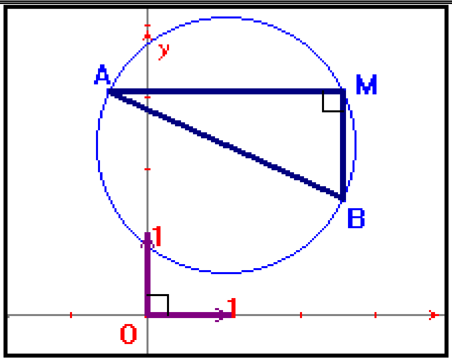
ب) معادلة دائرة علم قطر لها

لتكن (C) الدائرة التي قطرها $[AB]$. (C) باستثناء A و B هي مجموعة النقط M بحيث يكون المثلث AMB قائما في M أي $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$.

لدينا كذلك $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$ إذا كانت M منطبقة على A أو على B.

rachid2011yahi@gmail.com

التقويم



مبرهنة: الدائرة التي قطرها $[AB]$ هي مجموعة النقط M حيث $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$

مثال: في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. نعتبر النقطتان $A(2;6)$ و $B(2;5)$

– اكتب معادلة الدائرة التي قطرها $[AB]$

10د

تطبيق

المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

نعتبر النقط $A(1;1)$ ، $B(3;4)$.

1. أكتب معادلة للدائرة (C) التي مركزها $\Omega(2;\frac{5}{2})$ و نصف قطرها $\sqrt{3}$.
2. أكتب معادلة (C') الدائرة التي قطرها $[AB]$.
3. ناقش تبعا لقيم العدد الحقيقي k طبيعة مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث: $x^2+y^2+2x-4y+5-k=0$.

02د

10د

rachid2011yahi@gmail.com