مذكرة رقم: 01

التاريخ: جمادى الأولى 1438هـ

الموافق لـ فيفري 2017م

المحور رقم 08: الزوايا الموجهة –حساب المثلثات .

المدة: 02 ساعة

القسم: 02ع تج +02تر +02ر

الموضوع: الزوايا الموجهة .

الأستاذ: بوعزة مصطفى

الكفاءات المستهدفة:

○ تعيين أقياس زاوية موجهة لشعاعين .

المراحل	سير الدرس	المدة	الملاحظات

الانطلاق

بناء المفاهيم

التقويم

حل النشاط الأول ص210 . (التحويل من وإلى الدرجة والراديان)

قيس زاوية بالدرجة متناسب مع قيسها بالراديان. $\boxed{\dfrac{\alpha°}{180°}=\dfrac{\beta rad}{\pi rad}}$

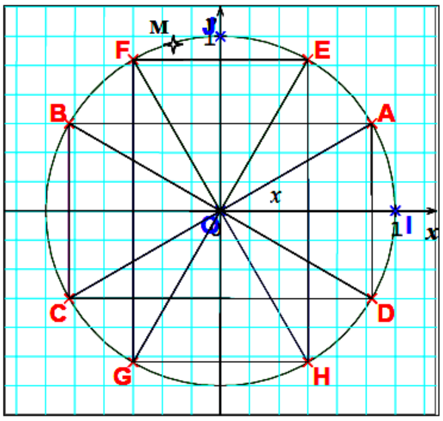
باستعمال جدول التناسبية . نقل وإكمال الجدول:

القيس بالدرجة	15	22.5	36	105	120	67.5	75	52.5	10.5	142.5
القيس بالراديان	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{24}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{19\pi}{24}$

حل النشاط الثاني ص 210 . (تعيين صو ر أعداد على دائرة مثلثية)

في الرسم المقابل (C) الدائرة الموجهة التي مركزها O و نصف قطرها 1 الاتجاه الموجب المعاكس لاتجاه دوران عقارب الساعة . x هو قيس بالراديان للزاوية $\widehat{IOA}$.

بعبارة أخرى A هي صورة x على الدائرة المثلثية.



1) C نظيرة A بالنسبة للنقطة O
2) B نظيرة A بالنسبة للمستقيم (OJ)
3) D نظيرة A بالنسبة للمستقيم (OI)
4) E نظيرة A بالنسبة للمنصف الاول
5) F نظيرة E بالنسبة للمستقيم (OJ)
6) G نظيرة E بالنسبة للنقطة O
7) H نظيرة E بالنسبة للمستقيم (OI)
8) النقط المرفقة هي:

قيس الزاوية	$\pi-x$	$\frac{\pi}{2}+x$	$-x$	$\frac{3\pi}{2}-x$	$\pi+x$	$\frac{\pi}{2}-x$	$x-\frac{\pi}{2}$
النقطة المرفقة	B	F	D	G	C	E	H

9) M هي نقطة تقاطع (C) مع منصف الزاوية $\widehat{IOJ}$

1. زاوية موجهة لشعاعين غير معدومين:

تمهيد :

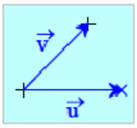
-يُوجه المستوي توجيها مباشرا(أو توجيها موجبا) ويسمى الاتجاه الآخر الاتجاه غير المباشر (أو الاتجاه السالب)

⊲اصطلاحا نختار الاتجاه المباشر الاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة.

⊲في المستوي الموجه نسمي دائرة مثلثية كل دائرة موجهة في الاتجاه المباشر والتي نصف قطرها 1 .

في كل ما يأتي نعتبر المستوي الموجه.

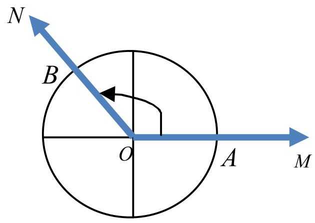
تعريف:



في المستوي الموجه ليكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين غير معدومين.

الثنائية $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$ تسمى زاوية موجهة لشعاعين.

2. قيس زاوية موجهة:



ليكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين غير معدومين، ولتكن (C) دائرة مثلثية مركزها O

ولتكن M و N النقطتين من المستوي حيث: $\overrightarrow{OM}=\vec{u}$ و $\overrightarrow{ON}=\vec{v}$.

المستقيم (OM) يقطع (C) في A و المستقيم (ON) يقطع (C) في B .

قيس الزاوية الموجهة $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$ بالراديان هو كذلك قيس للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{OM};\overrightarrow{ON}\right)$ بالراديان.

تعريف:

في المستوي الموجه ليكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ شعاعين غير معدومين.

⊲إذا كان x قيسا للزاوية الموجهة $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$ فإنّ كل الأعداد من الشكل $x+2\pi k$ هي أقياس أيضا للزاوية $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$ حيث $(k\in\mathbb{Z})$.

حل التمرين 19 ص 228 .

خاصية:

من بين أقياس الزاوية الموجهة $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$ يوجد قيس وحيد ينتمي الى المجال $]-\pi;\pi]$ يسمى القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$.

نتائج: 1)القيس الرئيسي للزاوية المعدومة $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$ هو 0 .

2)القيس الرئيسي للزاوية المستقيمة $\left(\vec{u};-\vec{u}\right)$ هو π .

3)القيس الرئيسي للزاوية القائمة المباشرة هو $\frac{\pi}{2}$.

4)القيس الرئيسي للزاوية القائمة غير المباشرة هو $-\frac{\pi}{2}$.

5)إذا كان x هو القيس الرئيسي للزاوية الموجهة $\left(\vec{u};\vec{v}\right)$ فإنّ $|x|$ هو قيس الزاوية الهندسية المكونة من $\vec{u}$ و $\vec{v}$.

تمرين محلول رقم 02 ص213 من الكتاب المدرسي.

حل التمرين 27 ص 228 .

طريقة:

إذا كان عدد حقيقي α قيس لزاوية موجهة $(\vec{u};\vec{v})$ فإنه يوجد عدد صحيح وحيد k حيث:
$-\pi < \alpha + 2\pi k \leq \pi$ يكفي إيجاد k إنطلاقا من هذا الحصر لإيجاد القيس الرئيسي لزاوية موجهة $(\vec{u};\vec{v})$.

3. علاقة شال:

مبرهنة:

من أجل كل ثلاثة أشعة غير معدومة $\vec{u}$، $\vec{v}$ و $\vec{w}$ لدينا: $(\vec{u};\vec{v})+(\vec{v};\vec{w})=(\vec{u};\vec{w})$.

نتائج: من أجل كل شعاعين غير معدومين $\vec{u}$ و $\vec{v}$.

لدينا: 1) $(\vec{v};\vec{u})=-(\vec{u};\vec{v})$.

2) $(-\vec{u};\vec{v})=(\vec{u};\vec{v})+\pi$.

3) $(\vec{u};-\vec{v})=(\vec{u};\vec{v})+\pi$.

4) $(-\vec{u};-\vec{v})=(\vec{u};\vec{v})$.

حل التمرين 09، 10، 11، 12 ص 227 .

تمارين 17، 18، 20، 21، 22، 23 ص 227–228 .

ملاحظات حول سير الحصة: ....

....

انتهى.