مذكرة رقم 02

الميدان: التحليل — **الأستاذ: عبد الله علي** — **ثانـــوية** :محمد بونعامة (تيسمسيلت)

الوحدة التعليمية: المتتاليات — **المستـــوى:** 2ر,2ت ر ,2 ع ت .

موضوع الحصة: التمثيل البياني لمتتالية عددية .. — **تاريـــخ:**

الوسائل المستخدمة: الكتاب المدرسي ،السبورة ، المسطرة — **المـــــدة:**

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: التمثيل البياني لمتتالية عددية

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	الزمن	توجيهات -تعاليق
المعارف	(انظر أدناه)		ندرج الترميز بالدليل u_n ونسجل أنّ الإشارة إلى الترميز $u(n)$ (المستخدم في الحاسبات البيانية) وتوظيفه في بعض الأحيان يساعد التلميذ على استخدام هذه الحاسبات، حيث تظهر عندئذ المتتالية كدالة

التمثيل البياني لمتتالية عددية.

يمكن تمثيل كل متتالية عددية تمثيلا بيانيا في مستو منسوب الى معلم وذلك كما هو الشان بالنسبة الى الدوال العددية .بناء على ذلك فان التمثيل البياني للمتتالية (u_n) المعرفة بحدها العام u_n هو مجموعة النقط M_n من المستوي التي احداثياتها $(n;u_n)$ حيث n عدد طبيعي .

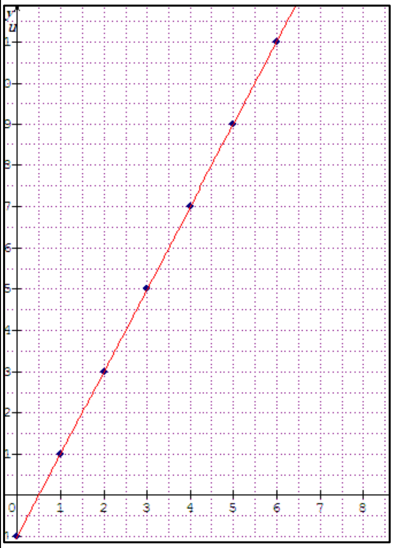
ملاحظة : اذا كانت المتتالية (u_n) معرفة بعلاقة تراجعية من الشكل $u_{n+1}=f(u_n)$ ، فان التمثيل البياني لها هو مجموعة النقط M_n التي احداثياتها $(u_n;u_{n+1})$

مثال :متتالية معرفة بحدها العام :

التمثيل البياني للمتتالية (u_n) حيث : $u_n=2n-1$ هو

مجموعة النقط $M_n(n;u_n)$ الناتجة من جدول القيم التالي :

n	0	1	2	3	4	....
u_n	-1	1	3	5	7	....



النقط السابقة هي نقط من المستقيم وليست نقط المستقيم

مثال 2 : متتالية معرفة بعلاقة تراجعية

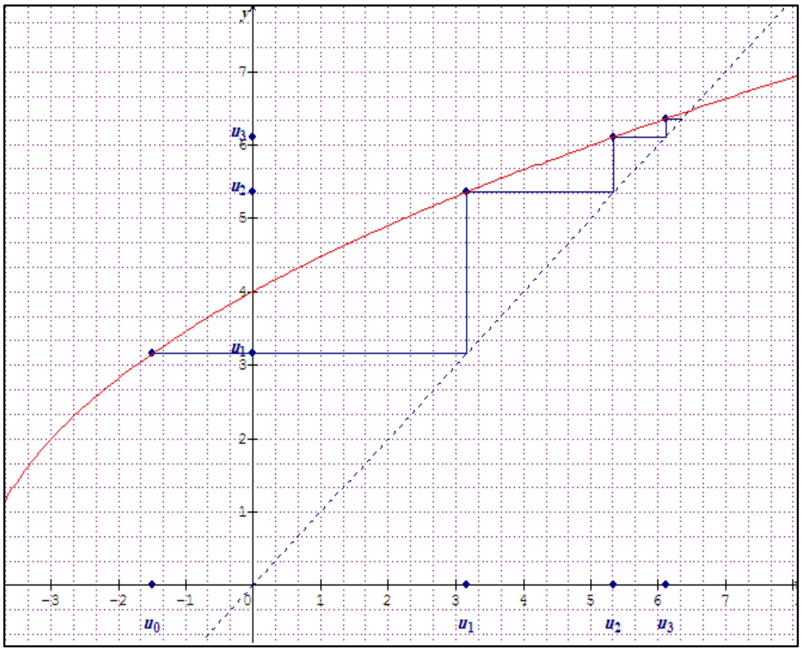
(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0=-\frac{3}{2} \\ u_{n+1}=2\times\sqrt{4+u_n} \end{cases} \quad n\epsilon\mathbb{N}$$

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس ، نقوم برسم التمثيل البياني للدالة f حيث :

$f(x)=2\sqrt{4+x}$ ورسم المستقيم الذي معادلته $y=x$

نتطلق من الفاصلة u_0 ، ترتيب النقطة من المنحنى الموافق لهذه الفاصلة يعطينا u_1

إعادة الاستثمار	لتعيين u_2 حيث : $u_2 = f(u_1)$ ، نقوم بنقل العدد u_1 الى محور الفواصل من اجل هذا نستعمل المستقيم الذي معادلته $y = x$ ومنه u_2 هو ترتيب النقطة من المنحنى ذات الفاصلة u_1 نواصل تعيين u_3 ، u_4 ، ... باتباع نفس الطريقة نما يوضحه الشكل التالي :  **التمرين رقم 23 ، 28 ، 31 الصـــــــــــفحة 167 ، 168**		ندرج الترميز بالدليل u_n ونسجل أنّ الإشارة إلى الترميز $u(n)$ (المستخدم في الحاسبات البيانية) وتوظيفه في بعض الأحيان يساعد التلميذ على استخدام هذه الحاسبات، حيث تظهر عندئذ المتتالية كدالة

ملاحظات واقتراحات من اجل تحسين الاداء التربوي...
....

مذكرة رقم 03	**الميدان:** التحليل **الوحدة التعليمية:** المتتاليات **موضوع الحصة:** المتتاليات الحسابية .. **الوسائل المستخدمة:** الكتاب المدرسي ،السبورة **المكتسبات القبلية:** **الكفاءات القاعدية:** التعرّف على متتالية حسابية .حساب الحد العام لمتتالية حسابية بدلالة n	**الأستاذ: عبد الله علي**	**ثانـــوية :** محمد بونعامة (تيسمسيلت) **المستـــوى:** 2ر،2ت ر ،2 ع ت . **تاريــــخ:** **المــــــدة:**

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	الزمن	توجيهات -تعاليق
الإنطلاق	**النشاط 01 الصـــــــــفحة 144** **تعريف** : نقول عن متتالية عددية (u_n) انها متتالية حسابية اذا وجد عدد حقيقي r بحيث : من اجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = u_n + r$ ✓ يسمى العدد الحقيقي r اساس المتتالية ✓ تعرف المتتالية الحسابية اذا عرف حدها الاول واساسها ✓ ننتقل من حد الى الحد الذي يليه باضافة نفس العدد الثابت r **امثلة** : 1) اذا كان $u_0 = 0$ و $r = 1$ تشكل الحدود $0, 1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots$ مجموعة الاعداد الطبيعية 2) اذا كان $u_0 = 0$ و $r = 2$ تشكل الحدود $0, 2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots$ مجموعة الاعداد الزوجية 3) اذا كان $u_0 = 1$ و $r = 2$ تشكل الحدود $1, 3, 5, 7, 9, \dots, 2n+1, \dots$ مجموعة الاعداد الفردية		نعرف متتالية حسابية بواسطة حدّها الأول و عدد يسمى r حقيقي أساس المتتالية. يمكن اقتراح تطبيقات من الحياة العملية لتنمية قدرة التلميذ على نمذجة الوضعيات
المعارف	**التمرين رقم 67 الصـــــــــفحة 171** **الحد العام لمتتالية حسابية** : **مبرهنة (تقبل دون برهان):** (u_n) متتالية حسابية حدها الاول u_0 واساسها r الحد العام للمتتالية الحسابية (u_n) هو $u_n = u_0 + nr$ من اجل كل عدد طبيعي n **ملاحظات** : بصفة عامة اذا كان u_p الحد الاول فان عبارة الحد العام $u_n = u_p + (n-p)r$ تعيين الحد العام يعود الى كتابة u_n بدلالة n **تمرين رقم 70 الصـــــــــفحة 171**		

مجموع حدود متتابعة من متتالية حسابية :

مبرهنة : (u_n) متتالية حسابية حدها الاول u_0 واساسها r. ليكن المجموع : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1} + u_n$

من اجل كل عدد طبيعي n : $S = (n+1)\left(\frac{u_0+u_n}{2}\right)$

S يساوي عدد الحدود مضروب في نصف مجموع الحد الاول والحد الاخير

البرهان :

ليكن p عدد طبيعي اصغر من n ، لدينا $u_p = u_0 + pr$ و $u_{n-p} = u_0 + (n-p)r$

ومنه $u_p + u_{n-p} = u_0 + u_0 + pr = u_0 + u_n$

نكتب S بطريقتين ثم نجمع المساوتين طرف بطرف

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1} + u_n$$
$$S = u_n + u_{n-1} + \cdots + u_1 + u_0$$

ومنه : $2S = u_0 + u_n + u_1 + u_{n-1} + \cdots + u_{n-1} + u_1 + u_n + u_0$

اي : $S = (n+1)\left(\frac{u_0+u_n}{2}\right)$

تمرين رقم 69 الصـــــــــــفحة 171

نعرف متتالية حسابية بواسطة حدّها الأول و عدد يسمى r حقيقي أساس المتتالية.

يمكن اقتراح تطبيقات من الحياة العملية لتنمية قدرة التلميذ على نمذجة الوضعيات

اعــادة الاستثمــار

ملاحظات واقتراحات من اجل تحسين الاداء التربوي...

....

مذكرة رقم 04	**الميدان**: التحليل **الوحدة التعليمية**: المتتاليات **موضوع الحصة**: مجموع p حدًا متعاقبا من متتالية حسابية.. **الوسائل المستخدمة**: الكتاب المدرسي ،السبورة **المكتسبات القبلية**: **الكفاءات القاعدية**: حساب مجموع p حدًا متعاقبا من متتالية حسابية.	**الأستاذ: عبد الله علي** **ثانـــوية** :محمد بونعامة (تيسمسيلت) **المستـــوى**: 2ر,2ت ر ,2 ع ت **تاريـــخ**: **المـــدة**:

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	الزمن	توجيهات -تعاليق
المعارف إعادة الاستثمار	**مجموع حدود متتابعة من متتالية حسابية** : **مبرهنة** : (u_n) متتالية حسابية حدها الاول u_0 واساسها r. ليكن المجموع : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1} + u_n$ من اجل كل عدد طبيعي n : $S = (n+1)\left(\frac{u_0+u_n}{2}\right)$ S يساوي عدد الحدود مضروب في نصف مجموع الحد الاول والحد الاخير **البرهان** : ليكن p عدد طبيعي اصغر من n ، لدينا $u_p = u_0 + pr$ و $u_{n-p} = u_0 + (n-p)r$ ومنه $u_p + u_{n-p} = u_0 + u_0 + pr = u_0 + u_n$ نكتب S بطريقتين ثم نجمع المساوتين طرف بطرف $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1} + u_n$ $S = u_n + u_{n-1} + \cdots + u_1 + u_0$ ومنه : $2S = u_0 + u_n + u_1 + u_{n-1} + \cdots + u_{n-1} + u_1 + u_n + u_0$ اي : $S = (n+1)\left(\frac{u_0+u_n}{2}\right)$ **تمرين رقم 69 الصـــــــــــفحة 171**		نعرف متتالية حسابية بواسطة حدّها الأول و عدد يسمى r حقيقي أساس المتتالية. يمكن اقتراح تطبيقات من الحياة العملية لتنمية قدرة التلميذ على نمذجة الوضعيات

ملاحظات واقتراحات من اجل تحسين الاداء التربوي...

....

الميدان: التحليل | الأستاذ: عبد الله علي | ثانـــوية :محمد بونعامة (تيسمسيلت)

الوحدة التعليمية: المتتاليات | المستـــوى: 2ر,2ت ر ,2 ع ت .

موضوع الحصة: المتتاليات الهندسية. | تاريــخ:

الوسائل المستخدمة: الكتاب المدرسي ،السبورة ، المسطرة | المـــدة:

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: التعرّف على المتتالية الهندسية .حساب الحد العام لمتتالية هندسية بدلالة n.

مذكرة رقم 05

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	الزمن	توجيهات -تعاليق

الانطلاق

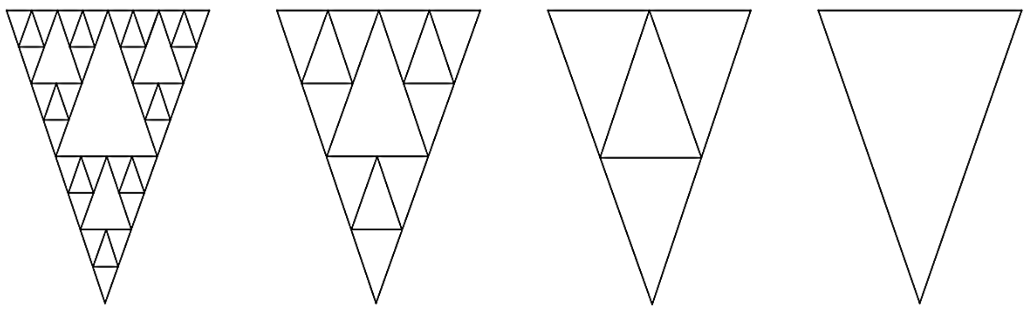
نشاط مقترح :

نريد انشاء اشكال هندسية بواسطة الاعادة باتباع قواعد بسيطة

المرحلة 1 : نعتبر مثلثا

المرحلة 2 : نرسم داخل هذا المثلث مثلثا يصل بين منتصفات الاضلاع . نقوم بتلوين المثلث المركزي

المرحلة 3 : من اجل كل مثلث غير ملون ، نكمل انشاء المثلثات بالعودة الى المرحلة 1



نرمز بـ :

u_1 الى عدد المثلثات غير الملونة للجيل الاول

u_2 الى عدد المثلثات غير الملونة للجيل الثاني

u_3 الى عدد المثلثات غير الملونة للجيل الثالث

....

u_n الى عدد المثلثات غير الملونة للجيل النوني

1) احسب كلا من الاعداد u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4

2) اوجد علاقة بين كل حدين متتاليين من الحدود u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 استنتج u_n بدلالة u_{n-1}

3) اكتب كلا من u_2 ، u_3 و u_4 بدلالة u_1 ثم استنتج عبارة u_n بدلالة u_1 ، n

توجيهات -تعاليق: نعرف متتالية هندسية بواسطة حدّها الأول و عدد حقيقي يسمى أساس المتتالية q. يمكن اقتراح تطبيقات من الحياة العملية لتنمية قدرة التلميذ على نمذجة الوضعيات

المعـــارف

تعريف : نقول عن متتالية عددية (u_n) انها متتالية هندسية اذا وجد عدد حقيقي q بحيث : من اجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = u_n \times q$

- ✓ يسمى العدد الحقيقي q اساس المتتالية
- ✓ تعرف المتتالية الهندسية اذا عرف حدها الاول واساسها
- ✓ ننتقل من حد الى الحد الذي يليه بضرب الاول في نفس العدد الثابت q

التمرين رقم 75 الصـــــــــــفحة 172

الحد العام لمتتالية هندسية :

مبرهنة (تقبل دون برهان): (u_n) متتالية هندسية حدها الاول u_0 واساسها q

الحد العام للمتتالية الهندسية (u_n) هو $u_n = u_0 \times q^n$ من اجل كل عدد طبيعي n

ملاحظات :

بصفة عامة اذا كان u_p الحد الاول فان عبارة الحد العام $u_n = u_p \times q^{(n-p)}$

تعيين الحد العام يعود الى كتابة u_n بدلالة n

تمارين من 76 الى 82 الصـــــــــــفحة 172 ، 173

اعـــادة الاستثـمــار

ملاحظات واقتراحات من اجل تحسين الاداء التربوي...

....

ثانـــــوية :محمد بونعامة (ثيسمسيلت)

الأستاذ: عبد الله علي

الميدان: التحليل

المستــــوى: 2ر,2ت ر ,2 ع ت .

الوحدة التعليمية: المتتاليات

مذكرة رقم 06

تاريـــــخ:

موضوع الحصة: مجموع p. حدًا متعاقبا من متتالية هندسية.

المــــــدة:

الوسائل المستخدمة: الكتاب المدرسي ،السبورة ، المسطرة

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: حساب مجموع p. حدًا متعاقبا من متتالية هندسية.

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	الزمن	توجيهات -تعاليق
المعارف إعادة الاستثمار	**مجموع حدود متتابعة من متتالية هندسية** : **مبرهنة** : (u_n) متتالية هندسية حدها الاول u_0 واساسها q .ليكن المجموع : $$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1} + u_n$$ اذا كان $q = 1$ فان : $S = (n+1)u_0$ اذا كان $q \neq 1$ فان: $S = u_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right) = u_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)$ من اجل كل عدد طبيعي n S يساوي عدد الحدود مضروب في النسبة $\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$ حيث $n+1$ هو عدد الحدود **البرهان**: في حالة $q = 1$ ، S هو مجموع $n+1$ مرة الحد u_0 ومنه $S = (n+1)u_0$ في حالة $q \neq 1$: ليكن المجموع: $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n-1} + u_n$ $$S = u_0 + u_0 \times q + \cdots + u_0 \times q^{n-1} + u_0 \times q^n$$ ومنه : $S = u_0(1 + q + \cdots + q^{n-1} + q^n)$. نضرب الطرفين في q نحصل على : $$(1-q)S = u_0(1 - q + q - q^2 + q^2 - \cdots + q^{n-1} - q^n + q^n - q^{n+1})$$ اي $(1-q)S = u_0(1-q^{n+1})$ وبالتالي: $S = u_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right) = u_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)$ **التمرين رقم 89 الصــــــــــفحة 173**		نعرف متتالية هندسية بواسطة حدّها الأول و عدد حقيقي يسمى أساس المتتالية q. يمكن اقتراح تطبيقات من الحياة العملية لتنمية قدرة التلميذ على نمذجة الوضعيات

ملاحظات واقتراحات من اجل تحسين الاداء التربوي...

....

مذكرة رقم 07	الميدان: التحليل الوحدة التعليمية: المتتاليات موضوع الحصة: المتتاليات المتقاربة. الوسائل المستخدمة: الكتاب المدرسي، السبورة المكتسبات القبلية: الكفاءات القاعدية: حساب نهاية متتالية باستعمال نظريات الحد الأعلى، الحد الأدنى والحصر، في حساب النهايات.	الأستاذ: عبد الله علي	ثانوية :محمد بونعامة (تيسمسيلت) المستوى: 2ر,2ت ر ,2 ع ت . تاريخ: المدة:

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	الزمن	توجيهات -تعاليق
المعارف	**متتالية عددية متقاربة.** **تعريف**: (u_n) متتالية عددية و l عدد حقيقي. نقول أن المتتالية (u_n) تقبل l كنهاية إذا وفقط إذا كان كل مجال مفتوح يشمل l فهو يشمل أيضا كل حدود المتتالية (u_n) ابتداءً من رتبة معينة. ونكتب: $\lim_{n\to+\infty} u_n = l$ أو $lim\ u_n = l$ (حيث أن النهاية لا تحسب إلا عند $+\infty$) في هذه الحالة نقول أن المتتالية (u_n) متقاربة. **ملاحظات**: • إذا كانت (u_n) متتالية متقاربة فإن نهايتها وحيدة . • إذا كانت (u_n) متتالية غير متقاربة فهي متباعدة (نهايتها غير منتهية أو غيرموجودة). **نهاية متتالية عددية مرفقة بدالة.** **مبرهنة1**: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي $u_n = f(n)$. حيث f دالة معرفة على مجال من الشكل $[\alpha; +\infty[$ حيث α عدد حقيقي . إذا كانت $\lim_{x\to+\infty}(x) = l$ فإن $\lim_{n\to+\infty} u_n = l$. **نهاية غير منتهية لمتتالية عددية.** **تعاريف**: (u_n) متتالية عددية . • المتتالية (u_n) تقبل $+\infty$ كنهاية إذا وفقط إذا كان كل مجال مفتوح $]\alpha; +\infty[$، $(\alpha\epsilon\mathbb{N})$ يشمل كل حدود المتتالية (u_n) إبتداء من رتبة معينة . و نرمز: $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$. • المتتالية (u_n) تقبل $-\infty$ كنهاية إذا وفقط إذا كان كل مجال مفتوح $]-\infty; \alpha[$،$(\alpha\epsilon\mathbb{N})$ يشمل كل حدود المتتالية (u_n) إبتداء من رتبة معينة . و نرمز: $\lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.		نختار أمثلة بسيطة يقود حساب الحدود المتتابعة لها إلى هذا التخمين.(*) نستعمل التعريف التالي :نقول عن متتالية إذا l إنّها متقاربة نحو وفقط إذا كان كل مجال يشمل l مفتوح يشمل أيضا كل حدود المتتالية ابتداء من رتبة معينة. •(*)نضع حيز التطبيق هذا التعريف في الحالات البسيطة ونعطي على الأقل مثالا على عدم تقارب متتالية.نطبق على المتتاليات النهايات المشابهة المتعلقة بنهايات الدوال(*)

المعارف

مبرهنة2: لتكن المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي $u_n = f(n)$. حيث f دالة معرفة على مجال من الشكل $[\alpha; +\infty[$ حيث α عدد حقيقي .

- إذا كانت $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ فإن $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.
- إذا كانت $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ فإن $\lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty$.

ملاحظة: النتائج و النظريات حول نهايات الدوال تبقى صحيحة في المتتاليات

نهاية متتالية عددية باستعمال الحصر:

مبرهنة1: (u_n) ، (v_n) و (w_n) ثلاث متتاليات عددية و l عدد حقيقي.

إذا كانت $\lim_{n\to+\infty} v_n = l$ و $\lim_{n\to+\infty} w_n = l$ و إذا كان ابتداءً من عدد طبيعي n_0 ، $v_n \leq u_n \leq w_n$ فإن $\lim_{n\to+\infty} u_n = l$

برهان: ليكن D مجالا يشمل l ، D يشمل كل حدود المتتالية (v_n) انطلاقا من n_1 و D يشمل كل حدود المتتالي (w_n) انطلاقا من n_2 . ليكن n_3 أكبر العددين n_1 و n_2 ، D يشمل كل حدود (v_n) و (w_n) انطلاقا من n_3 و بما أن $v_n \leq u_n \leq w_n$ فإن يشمل كل حدود المتتالية (u_n) انطلاقا من n_3 . و بالتالي $\lim_{n\to+\infty} u_n = l$.

مبرهنة2 : (u_n) و (v_n) متتاليتان عدديتان . إذا كان ابتداءً من عدد طبيعي n_0 ، $u_n \geq v_n$ و $\lim_{n\to+\infty} v_n = +\infty$ فإن $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

برهان: ليكن $]\alpha; +\infty[$ مجالا . $]\alpha; +\infty[$ يشمل إنطلاقا من n_0 كل حدود المتتالية (v_n) و بما أن $u_{n_0} \geq v_{n_0}$ فإن المجال $]\alpha, +\infty[$ يشمل إنطلاقا من n_0 كل حدود المتتالية (u_n) معينة p ، من أجل $n \geq n_0$ ، $u_n \geq v_n$ ليكن q الأكبر من بين p و n_0 . إذا كان $n \geq q$ فإن $v_n \epsilon]\alpha; +\infty[$ و منه $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

مبرهنة3 : (u_n) و (v_n) متتاليتان عدديتان . إذا كان ابتداءً من عدد طبيعي n_0 ، $u_n \leq v_n$ و $\lim_{n\to+\infty} v_n = -\infty$ فإن $\lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

برهان: نفس البرهان مع المبرهنة 2 بوضع $u_n = -U_n$ و $v_n = -V_n$.

تمرين تطبيقي :

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بما يلي : $u_n = \frac{2\sin n+3}{n+1}$

احسب نهاية المتتالية (u_n) .

نختار أمثلة بسيطة يقود حساب الحدود المتابعة لها إلى هذا التخمين.(*)
نستعمل التعريف التالي :نقول عن متتالية إذا l إنّها متقاربة نحو وفقط إذا كان كل مجال يشمل l مفتوح يشمل أيضا كل حدود المتتالية ابتداء من رتبة معينة.
• (*)نضع حيز التطبيق هذا التعريف في الحالات البسيطة ونعطي على الأقل مثالا على عدم تقارب متتالية.نطبق على المتتاليات النهايات المشابهة المتعلقة بنهايات الدوال(*)

نهاية متتالية هندسية.

مبرهنة: (u_n) متتالية هندسية حدها الأول u_0 وأساسها q .

- إذا كان $q > 1$ و $u_0 > 0$ فإن $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ و المتتالية (u_n) متباعدة .
- إذا كان $q >$ و $u_0 < 0$ فإن $\lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty$ و المتتالية (u_n) متباعدة .
- إذا كان $-1 < q <$ فإن $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$ و المتتالية (u_n) متقاربة .
- إذا كان $q \leq -$ فإن المتتالية (u_n) متباعدة (النهاية غير موجودة).

التمرين الاول :

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $n\epsilon\mathbb{N}$ $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n-4}{u_n+1} \end{cases}$

(v_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $v_n = \frac{1}{u_n-2}$ حيث : $u_n \neq 2$

1) بين ان (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول
2) اكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n
3) احسب نهاية المتتالية (u_n) . تحقق من هذه النتيجة هندسيا
4) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

التمرين الثاني :

(u_n) متتالية هندسية اساسها $q = 3$ وحدها الاول $u_0 = 7$

1) احسب u_1 ، u_2
2) اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n
3) احسب الحد السابع لهذه المتتالية
4) هل العدد 2009 حد من حدود المتتالية (u_n) ؟
5) احسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

إعـادة الاستثمـار

نختار أمثلة بسيطة يقود حساب الحدود المتتابعة لها إلى هذا التخمين.(*) نستعمل التعريف التالي :نقول عن متتالية إذا l إنّها متقاربة نحو وفقط إذا كان كل مجال يشمل l مفتوح يشمل أيضا كل حدود المتتالية ابتداء من رتبة معينة.

•(*)نضع حيز التطبيق هذا التعريف في لحالات البسيطة ونعطي على الأقل مثالا على عدم تقارب متتالية.نطبق على المتتاليات النهايات المشابهة المتعلقة بنهايات الدوال(*)

ملاحظات واقتراحات من اجل تحسين الاداء التربوي...
....

الميدان: التحليل — **الأستاذ: عبد الله علي** — **ثانـــوية:** محمد بونعامة (تيسمسيلت)

الوحدة التعليمية: المتتاليات — **المستـــوى:** 2ر,2ت, 2 ر, 2 ع ت .

موضوع الحصة: اعمال موجهة — **تاريـــخ:**

الوسائل المستخدمة: الكتاب المدرسي، السبورة — **المـــدة:**

المكتسبات القبلية:

الكفاءات القاعدية: استغلال الوسط الحسابي لاختصار الحسابات - : استغلال الوسط الهندسي لاختصار الحسابات

مذكرة رقم 08

مراحل الدرس	الأنشطة المرافقة لكل مرحلة	الزمن	توجيهات -تعاليق
معارف	see below		

الوسط الحسابي :

1) بين ان $U_{n+1} + u_{n-1} = 2u_n$.

نعلم انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم

$u_{n+1} = u_n + r$ ومنه $u_{n-1} = u_n - r$

وبالتالي $u_{n+1} + u_{n-1} = 2u_n$ (الجمع طرف بطرف)

2) نستخدم نفس الطريقة $a + c = 2b$

نتيجة : في المتتالية الحسابية مجموع حدين طرفين يساوي ضعف الحد الوسط

تطبيق : اوجد ثلاث اعداد حقيقية a، b و c حدود متتابعة من متتالية حسابية علما ان :

$$\begin{cases} a + b + c = 15 \\ a \times b \times c = 80 \end{cases}$$

الحل: بتطبيق الوسط الحسابي نجد $b = 5$ ومنه $a = 2$ و $c = 8$

او $a = 8$ و $c = 2$

الوسط الهندسي :

1) $U_{n+1} \times u_{n-1} = {u_n}^2$.

نعلم انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم

$U_{n+1} = u_n \times r$ و $u_{n-1} = \frac{u_n}{r}$

وبالتالي : ${u_n}^2 = U_{n+1} \times u_{n-1}$ (الضرب طرف بطرف)

2) نستخدم نفس الطريقة $a \times c = b^2$

نتيجة : في المتتالية الحسابية جداء حدين طرفين يساوي مربع الحد الوسط

تطبيق : اوجد ثلاث اعداد حقيقية a، b و c حدود متتابعة من متتالية هندسية علما ان :

$$\begin{cases} a + b + c = 26 \\ a \times b \times c = 210 \end{cases}$$

الحل: بتطبيق الوسط الحسابي نجد $b = 6$ ومنه $a = 2$ و $c = 18$

او $a = 18$ و $c = 2$

ملاحظات واقتراحات من اجل تحسين الاداء التربوي...

....